SHOUT
SHARE
IT

S. 1142. A.

MEMORIE
DI MATEMATICA
E DI FISICA
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA
DELLE SCIENZE
TOMO XI.

MODENA
PRESSO LA SOCIETÀ TIPOGRAFICA
MDCCCIV.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

La collazione si farà come segue. Si dividerà la Compagnìa in due classi: l' una di Matematici; l' altra di Fisici. Ciascuno de' Socj attuali manderà al Segretario il suo voto, con cui dichiarerà, quale delle Memorie sopra argomenti della sua classe (sia di Socj o di non Socj) giudica degna del premio, escluse le proprie. La Memoria, che avrà più voti favorevoli, in ciascuna classe, sarà la premiata. In caso di parità di voti si dividerà il premio. Per l' esecuzione del presente articolo, ogni Socio attuale riceverà in dono un esemplare di ciascun tomo, che gli sarà trasmesso con la maggior prontezza possibile dopo terminata la stampa. Allo spirar di sei mesi, successivi alla data di queste spedizioni, si pubblicherà il risultamento dei voti per li due premj, nè saranno d' alcun valore i voti che pervenissero posteriormente. Gli Autori perfine, quando massime l' argomento possa essere incerto o promiscuo, dichiareranno, spedendo le loro Memorie, a qual classe intendano attribuirle.

XXIII. A compensazion delle spese, che incontrano i Quaranta ne' porti di lettere per cagion della Società, ogni anno, nel mese di ottobre, sarà fatto l' esame, onde riconoscere i Membri attuali, che avranno corrisposto a tutte le lettere del Presidente e del Segretario nel corso dell' anno antecedente, e dentro li rispettivi termini di tempo in esse specificati; ciascuno de' quali Socj avrà diritto di esigere zecchini tre dalla cassa della Compagnìa.

XXIV. §. 1. Ogni volta, che la forza pecuniaria della stessa Società lo consenta, si esporranno programmi al concorso pubblico. Risoluto ciò dal Presidente, il Segretario inviterà li Socj attuali a proporre argomenti. Questi esser dovranno, o Fisici, o Matematici, o Fisico-Matematici, o in qualunque modo giovevoli a queste scienze, e sempre applicabili ad utile general dell' Italia. Il Segretario li manderà stampati a ciascun Socio, pretermettendo quelli che uscissero dalle condizioni ora prescritte. Ogni Socio spedirà al Segretario il proprio suffragio per la scelta dell' argomento, e di-

dichiarerà insieme qual premio reputi conveniente e qual tempo alla facitura ed alla presentazione delle Memorie. Quel tema che avrà più suffragi, sarà adottato: nel caso di parità di voti, deciderà la sorte.

§. 2. Tosto si comunicherà alla Compagnìa l' argomento coronato, ed il numero de' suffragi riscossi da ogni argomento. Nell' atto stesso sarà richiesto ciaschedun Socio attuale di nominarne tre (di qualunque Classe, purchè Italiani, e dimoranti attualmente in Italia); quelli cioè, che ciascuno, osservato il quesito, stimerà più adattati a giudicar le Memorie che compariranno al concorso. Quei tre, ne' quali concorrerà maggior numero di suffragi (l' uguaglianza rimovasi con la sorte), s' intenderanno destinati a pronunziare il giudizio.

§. 3. Nelle occasioni statuite sopra, saranno come non fatte le risposte de' Socj, qualora non giungano al Segretario dentro quaranta giorni dalla data della rispettiva circolare di Lui.

§. 4. Il nome de' Giudici eletti rimarrà a sola notizia del Presidente e del Segretario: se non che ciascun di quelli sarà fatto consapevole della propria destinazione, con divieto di concorrere al programma e di manifestarla a chicchessia: niun di loro saprà i suoi Colleghi. Se qualcun ricusasse, sarà sostituito il prossimo inferiore in quantità di voti. Ogni Giudice riceverà, dopo pronunziato il giudizio, un decente compenso dell' esclusion dal concorso.

§. 5. Il Presidente, considerati i pareri de' Socj, lo stato economico della Società, e l' importanza di moltiplicare i programmi, stabilirà la grandezza del premio, ed il termine da assegnarsi al concorso. Sarà tosto promulgato il problema per tutta Italia. Ogni Italiano, anche Socio, potrà concorrere: rimangono esclusi li soli tre Giudici. Le Memorie dovranno essere inedite, scritte in lingua Italiana, e pervenute nelle mani del Segretario entro il termine prescritto dal programma: il nome degli Autori sarà occulto: ogni Memo-

STATUTO

DELLA SOCIETA' ITALIANA DELLE SCIENZE.

I. La Società Italiana delle Scienze è composta di quaranta Socj attuali, tutti Italiani, di merito maturo e per opere date in luce ed applaudite riconosciuto.

II. La scienza della natura è il grande oggetto, in cui la Società medesima si propone di versare. Pubblicherà pertanto, sotto il titolo di Memorie di Matematica e di Fisica, le produzioni di chiunque de' Socj vorrà render pubblico negli Atti Sociali il frutto de' proprj studj.

III. De' quaranta Membri uno sarà Presidente della Società, e la presidenza durerà sei anni.

IV. Avrà la Società un Segretario, ed un Vice-Segretario amministratore. Il primo sarà partecipe di tutte le facoltà dei Quaranta, benchè non fosse uno d' essi; ed avrà diritto, non obbligo, di presentar Memorie da inserirsi negli Atti. Il secondo terrà il maneggio economico.

V. §. 1. Altra Classe vi avrà di Socj Emeriti, in numero indeterminato. Essa è preparata a chiunque dei Quaranta, o per età avanzata, o per abituale mancanza di salute, o per altro motivo, non producesse verun suo lavoro in tre consecutivi tomi delle Memorie Sociali: e questi si conteranno dal tomo VIII in poi, cioè dopo l' accettazione del presente Statuto.

§. 2. Ma se un Socio attuale passasse negli Emeriti dopo aver posto otto Memorie ne' tomi Sociali, in tal caso seguiterà a godere, quantunque Emerito, tutte le prerogative di Attuale.

§. 3. Che se un Socio Emerito ponga Memorie in tre tomi consecutivi, sarà restituito nel ruolo degli Attuali.

VI. Un'altra Classe, parimente indeterminata, comprenderà i Socj Onorarj. A questa saranno ascritti, previo l' assenso di ventuno almeno dei Quaranta, i Compilatori, eletti dal Presidente, degli elogj de' Socj attuali defunti. Inoltre, esso Presidente potrà aggregare a questa classe, nel suo sessennio, due Soggetti, non più, che avessero operato cosa a pro della Società, onde meritassero d' esserne onorati particolarmente.

VII. Ed altra Classe avrà finalmente il titolo di Socj stranieri, stabilita per distinguere ed onorare il merito nelle Scienze in qualunque parte fuori d' Italia. Sarà composta di dodici Soggetti, a ciascun de' quali verrà esibito in dono un esemplare d' ogni Volume, che uscirà in luce, delle Memorie Sociali.

VIII. Le aggregazioni alle classi de' Socj attuali e degli stranieri, si faranno nel modo seguente. Per ogni posto che rimanga vacante, dovrà il Presidente, col mezzo del Segretario, proporre sei nomi a ciascuno de' Socj attuali, il qual farà scelta d' uno, e lo indicherà per lettera al Segretario. Quel de' sei che, entro il termine di due mesi dalla proposta, avrà più suffragi, s' intenderà aggregato, e la Compagnia sarà fatta opportunamente consapevole dell' acquistato Cooperatore.

IX. All' elezione del Presidente saranno invitati li Socj attuali con una lettera circolare del Segretario, al quale ognuno di essi farà tenere in iscritto la nomina del Socio da sè eletto a Presidente: e la pluralità de' voti, che arriveranno al Segretario dentro il termine di due mesi dopo la data del circolare invito, determinerà l' elezione che dovrà esser dal Segretario annunziata ai Membri votanti.

X. Ciaschedun dei Quaranta ha facoltà d' inserire negli Atti una scoperta utile, un' importante produzione, anche di Persona non aggregata, ma Italiana, purchè se ne faccia mallevadore egli stesso, come di cosa propria, inverso la Compagnia.

XI. Di questi Autori non Socj dovrà il Presidente aggiungere i nomi, segnati con asterisco, ai sei che presenta, a tenor dell'articolo VIII, per l'elezione d' un Socio attuale. Bensì questa nomina cesserà, dopo fatta sei volte, contate dalla pubblicazione d' ogni Memoria.

XII. Le Dissertazioni o Memorie da pubblicarsi ne' Volumi della Società, debbon essere scritte in lingua Italiana e in carattere chiaro. Il Segretario dovrà apporvi la data del ricapito, acciocchè sieno stampate con essa in fronte e per ordine di tempo. Che se l'opera sia voluminosa, può l' Autore distribuirla in due o più parti pe' tomi susseguenti.

XIII. Tutto ciò ch' è destinato pegli Atti dev' esser nuovo, inedito, importante, ed analogo all' indole scientifica di questi Volumi, che non ammette sfoggio d' erudizione, nè moltitudine di note e di citazioni.

XIV. I fogli stampati di ciascun Volume non dovranno eccedere il numero di cento. Le Memorie soprabbondanti resteranno in deposito pel tomo susseguente, o saranno restituite agli Autori che le dimandassero. Bensì, nel caso di soprabbondanza, le Dissertazioni degli Autori non Socj dovranno cedere il luogo a quelle de' Socj.

XV. La Società non si fa risponsabile delle Opere pubblicate negli Atti. Ogni Autore dev' esser mallevadore delle cose proprie, come se le pubblicasse appartatamente.

XVI. Non permette peraltro la Società le invettive personali, e nè anche le critiche non misurate: sopra di che veglierà il Segretario, e ne farà inteso il Presidente per un acconcio provvedimento.

XVII. Il Socio attuale, Autore d' una Memoria o d' un Elogio, avrà in dono cinquanta esemplari della sua produzione, con frontispizio apposito, e con la numerazion delle pagine ed il registro ricominciati. Ad ogni altro Autore saranno corrisposte dodici copie. Qualunque Autore ne desiderasse di più, non sarà aggravato d' alcuna spesa per conto della composizion tipografica.

XVIII. Nell' atto di queste spedizioni sarà trasmesso ai Socj, che avranno mandato il voto per le elezioni, la dimostrazione stampata del numero de' suffragj toccati ad ogni Candidato, senza il nome però de' votanti, e così ancora i conti stampati dell' amministrazione tenuta dal Vice-Segretario amministratore durante il biennio precorso.

XIX. Alle principali Accademie estere sarà offerto in dono un esemplare d' ogni Volume delle Memorie sociali, che andrà successivamente uscendo alla luce.

XX. I doveri del Presidente, oltre i già mentovati, sono: mantener l' osservanza dello Statuto, eleggere il Segretario ed il Vice-Segretario, qualunque volta sia di bisogno, avere in governo e cura ogn' interesse della Società, rivedere, almeno una volta all' anno, i conti dell' amministrazione del Vice-Segretario, alla validità de' quali fa d' uopo l'approvazione e sottoscrizione di mano propria del Presidente; e ragguagliar finalmente il Successore dello stato degli affari nell' atto di rinunziargli l' uffizio.

XXI. Dopo il Presidente, il Segretario è la Persona propriamente deputata a mantener corrispondenza con tutti i Membri della Società, e quasi centro, ove debbono metter capo tutte le relazioni Sociali. Egli invia le patenti d' aggregazione; presiede alla stampa, ai Correttori di quella, ed all' incision delle tavole; prende cura delle spedizioni, e d' ogn' altro interesse della Società; sempre però con l' approvazione del Presidente. Egli deve pure tener registro d' ogni atto che importi; custodire i voti de' Socj per le elezioni, manifestandogli al Presidente ad ogni richiesta; e finalmente eseguir tutto ciò, che ne' precedenti articoli gli è addossato.

XXII. Sono instituiti due premj, consistente ciascuno in una medaglia d' oro del valor di zecchini sessanta, coniata con relative iscrizioni. Questi premj apparterranno agli Autori delle due Memorie più utili d' ogni Tomo; l' una di Matematica pura o mista, l' altra di Fisica non matematica.

moria porterà in fronte un motto, e sarà accompagnata da un biglietto suggellato, contrassegnato al di fuori dal medesimo motto, e contenente, al di dentro in maniera occultissima, nome, cognome, patria, domicilio e profession dell' Autore. Il mancare a qualunque delle antecedenti condizioni fa perdere il premio.

§. 6. Tosto che il concorso sia chiuso, il Presidente, veduto il numero e l' estensione delle Memorie, definirà il tempo, entro il quale ogni Giudice dovrà pronunziare il giudizio. Allora il Segretario trasmetterà le Memorie, tutte unite, ad uno de' Giudici: da cui restituite che siano, e notificato il proprio giudizio al Segretario, saranno da questo fatte pervenire ad altro Giudice; quindi con le regole stesse al terzo. Ogni Memoria coronata da un Giudice, sarà stampata col nome dell' Autore. Il premio sarà dato a quella Memoria, che venga coronata da tre, o da due Giudici. Se tutti e tre li giudizj fossero discordi, si dividerà il premio fra le tre Memorie coronate. Lo stesso si farà tra due coronate, qualora un Giudice negasse il premio a tutte le Memorie, e gli altri due non fossero concordi. Che se fossero due li giudizj di negativa generale del premio, in tal caso il terzo giudizio non sarà di alcun valore: si notificherà alla Compagnìa l' esito del giudizio e si passerà alla pubblicazione di nuovo programma, coi metodi stabiliti sopra.

§. 7. Ma quando sia conferito il premio, il Segretario annunzierà prontamente ai Socj ed a tutta l' Italia il nome degli Autori delle Memorie coronate, indicando quello cui spetta il premio. Esse Memorie saranno stampate senza indugio; se ne spedirà un esemplare ad ogni Socio, 12 della propria a ciascun degli Autori coronati, 38 di più al premiato: i rimanenti si esporranno a vendita pubblica.

CATALOGO

DE' MEMBRI COMPONENTI LA SOCIETA' ITALIANA DELLE SCIENZE.

Presidente.

ANTONIO CAGNOLI Professore delle Matematiche sublimi nella Scuola Militare. *Modena.*

Socj attuali.

AMORETTI (abate Carlo) Bibliotecario nell' Ambrosiana. *Milano.*

ARALDI (Michele) Professore emerito di Medicina nel Liceo di Modena e Segretario dell' Istituto Nazionale. *Bologna.*

BONATI (Teodoro) Professore d' Idrostatica nel Liceo. *Ferrara.*

BRUGNATELLI (Luigi) Professore di Chimica generale. *Pavia.*

CALDANI (Floriano) Sostituto alla Cattedra di Notomia nell' Università. *Padova.*

CALDANI (Leopoldo Marcantonio) Professore primario di Medicina teorica e pratica nell' Università. *Padova.*

CALUSO (abate Tommaso Valperga) Professore di Lingue orientali, di Critica e di Cronologia nell' Ateneo nazionale. *Torino.*

CANTERZANI (Sebastiano) Professore di Fisica generale nell' Università Nazionale e Presidente dell' Accademia delle Scienze. *Bologna.*

CESARIS (abate Angelo) Astronomo nell' Osservatorio di Brera. *Milano.*

CHIMINELLO (abate Vincenzo) Professore di Astronomia, di Meteorologia e di Geografia nell' Università. *Padova.*

COSSALI (P. D. Pietro) Cherico Regolare, Professore di

Astronomia, di Meteorologia e d' Idraulica nell' Università. *Parma*.

DELANGES (Paolo). *Milano*.

FABBRONI (Giovanni) Professore onorario nelle Università di Pisa e di Wilna, Sottodirettore e Soprantendente all'amministrazione del Reale Gabinetto Fisico. *Firenze*.

FERRONI (Pietro) Matematico Regio e Professore di Matematica nell' Università. *Pisa*.

FOSSOMBRONI (Cav. Vittorio) Consigliere di Stato. *Firenze*.

GIOBERT (Antonio) Professore di Economia rurale, d' Arti e Manifatture nell' Ateneo Nazionale. *Torino*.

GIOVENE (Giuseppe Maria) Canonico Arciprete. *Molfetta*.

MAIRONI DAPONTE (Giovanni) Professore di Storia naturale e Reggente nel Liceo. *Bergamo*.

MALACARNE (Vincenzo) Professore primario di Chirurgia teorica e pratica nell' Università. *Padova*.

MALFATTI (Gianfrancesco) Professore emerito nel Liceo. *Ferrara*.

MARINO (Giannantonio) Soprantendente alla Medicina, alla Chirurgia, ed alla Farmacìa dello Spedale Nazionale. *Savigliano*.

MASCAGNI (Paolo) Professore di Notomia nel Regio Arcispedale. *Firenze*.

MOSCATI (Pietro) Consultore di Stato. *Milano*.

PAOLI (Pietro) Professore delle Matematiche sublimi nell' Università. *Pisa*.

PESSUTI (Gioachino) Professore delle Matematiche sublimi nell' Archiginnasio della Sapienza. *Roma*.

PEZZI (Francesco) Professore di Matematica nell' Università. *Genova*.

PIAZZI (P. D. Giuseppe) Cherico Regolare, Professore di Astronomia nell' Accademia degli Studj e Direttore dell' Osservatorio. *Palermo*.

PINI (P. D. Ermenegildo) Cherico Regolare di S. Paolo, Professore di Storia Naturale e Delegato alle Miniere. *Milano*.

POLI (Giuseppe Saverio) Comandante della Reale Accademia Militare e Ministro della Giunta alla Real Biblioteca. *Napoli*.

RACAGNI (P. D. Giuseppe Maria) Cherico Regolare di S. Paolo, Professore di Fisica nel Ginnasio Nazionale di Brera. *Milano*.

RUFFINI (Paolo) Professore di Matematica sublime nel Liceo. *Modena*.

SALADINI (abate Girolamo) Professore del Calcolo sublime nell' Università Nazionale. *Bologna*.

SLOP (Giuseppe de Cadenberg) Professore di Astronomia nell' Università. *Pisa*.

TARGIONI TOZZETTI (Dottor Ottaviano) Professore di Agricoltura e di Botanica. *Firenze*.

VASSALLI EANDI (Antonmaria) Professore di Fisica sperimentale nell'Ateneo e Segretario dell'Accademia di Scienze, di Letteratura e di Belle Arti. *Torino*.

VENTUROLI (Giuseppe) Professore di Matematica applicata nell' Università Nazionale. *Bologna*.

ZEVIANI (Gianverardo) Protomedico di Sanità. *Verona*.

Socj Emeriti.

COTUNIO (Domenico) Professore di Notomia nell' Università. *Napoli*.

FONTANA (Cav. Felice) Direttore del R. Gabinetto Fisico. *Firenze*.

FONTANA (P. D. Mariano) Cherico Regolare di S. Paolo, Professore nell' Università. *Pavia*.

FRANCESCHINIS (Conte abate Francescomaria). *Vienna*.

LAGRANGE (Lodovico). *Parigi*.

LANDRIANI (Cav. Marsilio). *Vienna*.

ORIANI (abate Barnaba) Astronomo nell' Osservatorio di Brera. *Milano*.

ROSA (Michele) Professore emerito nel Liceo di Modena. *Rimini*.

ROSSI (Pietro) Professore di Storia naturale nell' Università. *Pisa*.

SALIMBENI (Lionardo) Generale di Brigata e Segretario generale nel Ministero della Guerra. *Milano*.

SALUZZO (Giuseppe Angelo). *Torino*.

SCARPA (Antonio) Professore emerito nell' Università. *Pavia*.

SOAVE (P. D. Francesco) Cherico Regolare Somasco, Professore dell' analisi delle idee nell' Università. *Pavia*.

STRATICO (Simone) Professore soprannumerario nell' Università di Pavia ed Idrostatico nazionale. *Milano*.

VENTURI (Giambattista) Professore di Fisica generale nell' Università di Pavia e Ministro della Repubblica Italiana presso l' Elvetica. *Berna*.

VOLTA (Alessandro) Professore emerito nell' Università. *Pavia*.

Socj Onorarj.

DELBENE (Benedetto) Segretario perpetuo dell'Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *Verona*.

PINDEMONTE (Cav. Ippolito). *Venezia*.

POZZETTI (P. D. Pompilio) Cherico Regolare delle Scuole pie, Bibliotecario Pubblico in Modena e Professore Onorario nell' Imperiale Università di Wilna. *Modena*.

ROSSI (Luigi) Capo di divisione del Ministero dell' Interno nel Dipartimento della pubblica istruzione ed Ispettor generale alla medesima. *Milano*.

VIVORIO (abate Agostino). *Vicenza*.

Socj stranieri.

ACHARD. *Berlino*.

BANCKS. *Londra*.

CHAPTAL . *Parigi* .
DELAMBRE . *Parigi* .
HERSCHEL . *Londra* .
LALANDE . *Parigi* .
LAPLACE . *Parigi* .
MASKELYNE . *Londra* .
NARVOYZ . *Wilna* .
SENEBIER . *Ginevra* .

Segretario .

P. D. POMPILIO POZZETTI suddetto . *Modena* .

Vice-Segretario Amministratore .

ANTONIO LOMBARDI , Bibliotecario Pubblico ed Aggiunto al Professore delle Matematiche sublimi nella Scuola Militare . *Modena* .

A N N A L I

DELLA SOCIETA' ITALIANA DELLE SCIENZE

CONTINUATI

DA POMPILIO POZZETTI

Segretario della medesima

Consegnati il dì 12 Settembre 1804.

63. Spirato col diciannovesimo giorno di luglio mille ottocento tre il termine prescritto al concorso pubblico degli Ingegni italiani circa i due problemi di Matematica e di Fisica espressi al numero 38 di questi Annali, si riguardò inammissibile d'indi in poi qualunque produzione che all' oggetto medesimo si fosse presentata. Al quesito di Fisica mancarono i Concorrenti. All' opposto, cinque dissertazioni arrivaronmi in tempo debito sul problema di Matematica: *esporre il metodo più breve, cioè, men faticoso per trovar le radici numeriche di un' equazione di qualunque grado.*
Recava la prima questa divisa

Praemia magna quidem, sed non indebita posco.

La seconda, le parole: *non sublimità d' invenzioni, ma risparmio di tempo e di fatica sono il mio scopo*. La terza, il motto

Vade sed incultus.

La quarta, i versi

Nè che poco vi dia da imputar sono
Se quanto posso dar tutto vi dono.

La quinta, l' epigrafe

. . . . Si quid novisti rectius istis
Candidus inperti, si non, his utere mecum.

Colle necessarie cautele e colle norme ingiuntemi dal Preside nostro Antonio Cagnoli, tratte accuratamente dall' articolo XXIV, § 6, dello Statuto, cominciaronsi nel modo quivi prescritto ad inviare ai Giudici già nominati dai Socj, e noti soltanto al Presidente ed al Segretario, gli opuscoli degli Aspiranti.

64. La volontà dei Colleghi intorno gli altri problemi sì di Matematica sì di Fisica da esporsi ad un nuovo pubblico cimento, messi, com' è detto al numero 62 di questi Annali medesimi, alla scelta loro, preferì i due che seguono.

IN MATEMATICA.

Stabilire i fondamenti e la vera metafisica del calcolo delle probabilità.

IN FISICA.

Stabilire su decisive sperienze una maniera più sicura e men fastidiosa delle usate finora onde impedire la recidiva delle febbri periodiche già troncate colla Chinachina.

65. Per conseguenza si promulgò dal Segretario, nel diciotto agosto susseguente, il correlativo programma, in cui è assegnato il premio d' una medaglia d' oro del valore di zecchini sessanta a chi risponda meglio e pienamente al primo quesito, ed altra di zecchini novanta a chi soddisfi al secondo, accordandosi per la soluzione d' entrambi lo spazio di mesi dodici computabili dalla data di quel Manifesto, alle condizioni stesse del precedente concorso.

66. Trasferiti nell' elenco degli Emeriti, in forza dell' articolo V § 1 dello Statuto, sette Socj attuali, fu sollecito il Presidente di riempiere intanto quattro di tali vacui, mantenendone altresì equilibrato il numero nell' una e nell' altra provincia, di Matematica, cioè, e di Fisica. Presentò quindi

col mio mezzo, allo squittinio de' Socj dodici nomi di Scienziati connazionali per ciascheduna delle accennate due schiere. La maggiorità de' suffragj predilesse i quattro seguenti Soggetti, dell' acquisto de' quali avvisai, con mia enciclica de' sei ottobre decorso, la Compagnìa. L' abate Gioachino Pessuti romano, ed il P. D. Giuseppe Piazzi nativo di Ponte in Valtellina per la classe matematica: per la fisica, il Dottor Michele Araldi modenese, e il Dottor Luigi Brugnatelli di Pavia.

67. Affinchè poi restasse, mercè l' ammissione di tre altri Socj attuali, compiuto il numero legale de' quaranta Cooperatori, furono nella stessa circolare prodotti ai Colleghi alcuni Individui; tra i quali la pluralità de' voti favorì, nello stuolo de' Matematici, Giuseppe Venturoli bolognese, in quello de' Fisici, Floriano Caldani pur bolognese, e Giuseppe Saverio Poli di Molfetta. Notificai in un tempo ai Socj l' occorsa elezione de' sei Giudici (che rimangon sempre segreti) per amendue i premj or or divisati.

68. Lugubri per la nostra Compagnìa riuscirono i giorni ventiquattro agosto, ventidue settembre, e venti ottobre ultimamente passati. In quello, cessò di vivere a Milano per malattia nervosa, nell' età sua d' anni sessantotto il Socio emerito Gregorio Fontana nato a Villa di Nogarolo presso Roveredo. Fornito Egli di perspicace ingegno valevole ad abbracciar qualunque facoltà, sebben fosse in ogni maniera di gravi e di amene dottrine versatissimo, intese nondimeno alle esatte principalmente, e dopo averle insegnate in varj Collegj dell' Ordine delle Scuole Pie cui appartenne, professò lungo tempo le Matematiche sublimi nell' Università di Pavia, di cui fu ancora, pel corso d' anni molti, bibliotecario. Diede a stampa molte Opere letterarie e scientifiche, dalle quali riscosse giusta rinomanza. Arricchì di ben diciassette Memorie, sparse ne' Volumi I, II, III, VIII, IX, la Società.

Correndo il predetto vigesimo secondo giorno di settembre, la morte ci tolse a Pisa il Socio onorario monsign. Angelo Fabbroni di Marradi (ov' era nato il sette febbrajo del mille settecento trentadue) Priore della conventuale de' Cavalieri di S. Stefano in quella Città, e Provveditore dell' Università. Le sue vite latine dei Dotti italiani che fiorirono ne' secoli decimosettimo e decimottavo, quelle, pur latine, di molti Principi Medicei, la storia, nella stessa lingua, del Pisano Liceo, parecchi elogi in toscana favella di Signori e d' Uomini celebri d' Italia, la cooperazion laboriosa al *Giornale de' Letterati*, intrapreso l' anno mille settecento settantuno a Pisa, e continuato fino a cento e due volumi; gli procacciano una distinta sede fra gli Scrittori più indefessi e più benemeriti dell' italica letteratura. Compose per questa Società cinque elogi inseriti ne' tomi II, III, IV, VIII, IX della medesima.

Nell' enunciato ventesimo giorno di ottobre morì a Bologna il Socio attuale Alberto Fortis, di cui si avrà nel tomo vegnente l' elogio.

69. Non sono mancati in questo torno ancora al nostro stabilimento gli omaggi dei colti Stranieri desiderosi di conoscerne la struttura, le leggi, ed i progressi, e di rinnovare, o di strigner seco utile alleanza. Lo attestano le due lettere; scritta l' una in Pietroburgo al Segretario della nostra Società dal Cav. Nicola Fuss Consigliere di Stato e Segretario perpetuo di quella Accademia delle Scienze; diretta l' altra in data di Wilna ai nostri Socj da Monsig. Girolamo Stroynowshi Vescovo Coadjutore di Luck e Rettore della rifiorente Università di Wilna stessa. Le riporto quì congiuntamente, sebben ricevute in epoche diverse. Lettera del Cav. Fuss

A Monsieur Pompilio Pozzetti Secretaire de la Société Italienne des Sciences & Bibliothecaire public à Modéne.

Monsieur.

J'ai reçu la Lettre que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire en date du 1 *Juillet passé pour m'annoncer la publication prochaine du Tome dixième des* Memorie della Società Italiana delle Scienze, *et pour me demander à quelle personne en Italie Vous pourriez adresser l'exemplaire que votre illustre Société déstine à l' Académie Impèriale des Sciences.*

Je m'empresse, Monsieur, de vous répondre sans attendre la fin de nos vacances et la rentrée des séances académiques, pour vous prier d' adresser tout ce que vous voudrez bien me faire parvenir pour l'Académie, à la Legation Russe à Rome, c' est-à-dire, pour le présent au Chargé d' affaires, Mr. le Conseiller de Collége et Chevalier de S. Uladimir, Comte de Cassini, *ou en cas d'absence de celui-ci, à Monsieur l'Assesseur André* Pini, *Secrétaire de Légation. Dans la suite S. E. Mr. le Chambellan Comte de* Butturlin, *nommé Ministre de S. M. I. auprés du saint Siége, et se préparant déjà pour son départ, recevra avec plaisir et nous expediera les envois que vous lui ferez pour notre Académie.*

Quant à moi, Monsieur, authorisé à observer la réciprocité vis-à-vis de toutes les Institutions savantes qui nous envoyent leurs Mémoires, j'adresserai à ce même Seigneur un exemplaire du XIV Volume de Nova Acta *qui est actuellement sous presse, de même que les volumes suivans à mesure qu' ils paroitront, à moins que vous n'ayez d'autre voye à notre portée à m' indiquer.*

Du vivant de feu Mr. le Chevalier Lorgna *il y avoit plus de rélation entre la Société Italienne et l' Académie Impé-*

périale des Sciences : la mort de ce Savant les a fait cesser ; dans la suite la guerre, & un regne rien moins que favorable à la communication des lumieres et à l' échange mutuel des idées si avantageux aux progrès des Sciences, avoient en quelque façon isolé l'Académie ; et quoique depuis elle ait eu le bonheur de renouer la plupart de ses anciennes liaisons, celles avec l'Italie n'ont pas été du nombre. Elle sera donc charmée d'apprendre que les rélations avec la Societé Italienne vont se renouer par vos bons offices ; et je suis sûr de lui rendre un service très-agréable, en vous priant, Monsieur, de nous continuer vos interéssantes communications, sans toute fois vous gêner dans le choix de l'idiome. J'aime votre belle langue, je la parle, je l'écris même, mais pas assez correctement, ni avec assez de facilité pour oser vous promettre de répondre en Italien.

Nous serons charmés, Monsieur, de connoître la nouvelle organisation d' une Société qui, depuis sa fondation, a tant fait pour les Sciences ; de même que les noms des Savans illustres qui la composent et parmi lesquels vous tenez une place si distinguée.

Agréez, Monsieur, l'assurance des sentimens réspectueux et du parfait dévouement, avec les quels je me fais gloire d' être.

Monsieur.

S.^t Petersbourg ce 7 Août 1803.

Lettera di Monsig. Stroynowshi ai Membri della Società Italiana delle Scienze.

Messieurs.

N'envisageant dans les progrès et l'extension des Sciences morales et physiques que le bonheur des hommes, on ne peut douter, que les savans et les gens de lettres de toutes les nations

tions ne forment entr' eux qu' une seule et même association, dont le lien naturel semble se resserrer de plus en plus par l' intérêt commun, qui les porte constamment à hâter les succés de leurs éfforts, et à partager leurs travaux avec tous ceux, qui concourent à un bût aussi noble et aussi digne des calculs et des élans réunis de l'ésprit humain.

Avec quelle satisfaction, Messieurs, des hommes animés de pareils sentimens ne doivent ils pas contempler, et chercher à étendre du feu de leur genie l' aurore d' un siecle nouveau, qui Alexandrel vient de faire briller pour ses peuples. Ce Monarque éclairé a senti que l' expansion générale des lumieres, fruit de l' Instruction particuliere de chaque individu, était le seul moyen de donner à ses peuples une nouvelle existence.

Pénetré de cette verité, c'est en ordonnant, qu' il y ait un mode d' enseignement raisonné et uniforme dans toute l' étendue de son vaste Empire, c' est en confiant l' Instruction de la jeunesse aux soins et à l'emulation de plusieurs universités nouvellement établies ou reorganisées, et dont chachune doit diriger l' enseignement dans l'étendue de son ressort; c'est en les prenant sous la Protection immediate, en établissant un Directoire général des Ecoles, et un Ministre de l' Instruction Publique pour surveiller, et diriger cette partie interessante de l' Economie-Politique; c' est en choisissant, en outre, parmi les Membres du dit Directoire des Ecoles, un Curateur particulier pour chaque Université; c'est par le choix heureux de personnes dignes d'occuper des places si importantes, et par l' ensemble des moyens les plus faits pour conduire au même bût, celui du perfectionnement de l' ésprit public, que Sa Majesté l' Empereur Alexandrel devient en éffèt le créateur d' une nouvelle époque pour une grande partie du globe, et réalise l' objet essentiel des vastes conceptions de Pierre le Grande.

L' Université Imperiale de Wilna comprise dans ces bienfaisantes dispositions, se fait un devoir, et un plaisir de *vous en faire part, Messieurs, et de vous communiquer le Diplôme, par le quel Sa Majesté l' Empereur de toutes les Russies vient de la régénérer. Persuadée que vous les lirez avec intérêt, elle y joint un extrait des ses reglemens généraux déjà approuvés par Sa Majesté Imperiale. Vous y trouverez la distribution des parties de l' enseignement, l'enumeration des chaires principales, et le mode de l' election des Professeurs. Elle y joint aussi la liste des chaires actuellement vacantes.*

Savans et Gens de Lettres de tous les pays, sans-doute vous ne verrez pas avec indifférence la perspective du bonheur, qu' Alexandre prepare au Nord, surtout lorsqu' il depend de vous d'y cooperer par vos lumieres. Veuillez donc porter votre attention particuliere sur la nouvelle éxistence de l' Université de Wilna; veuillez encourager son zéle, ses éfforts, l' aider à remplir l'objét important de sa regeneration, en la regardant déjà comme votre associée naturelle; enfin, lui faire part de vos travaux, de vous decouvertes et de vos succès. Et permettez lui en echange de vous rendre compte de ses occupations et de ses progrès.

Organe de la même Universitè, il m'est doux, Messieurs, d' être chargé de vous offrir, au nom de tous ses Membres, les sentimens de confiance, et de consideration, que Nous Vous devons comme à nos guides, et à nos Modeles.

J' ai l' honneur d'être etc.

Wilna, ce 28. Ottobre 1803.

70. Mandò il Segretario Pozzetti nel dì due ottobre ad esecuzione quanto gli fu ordinato nell' ultima parte del paragrafo secondo della Lettera ministeriale riferita al numero 57 dei presenti Annali.

71. Indi a giorni ventotto, Egli adempiè similmente l'articolo XXIII dello Statuto, mettendo nell' urna della sorte,

colle usate formalità, al cospetto del Presidente e del Vicesegretario amministratore, i nomi dei sette Colleghi riscontrati diligenti nell' accademico annual carteggio col Preside stesso e col Segretario. La sorte fraudò uno della statutaria compensazione, ed impartilla ai Socj, Carlo Lodovico Morozzo, Vincenzo Malacarne, Giuseppe Maria Giovene, Paolo Delanges, Gianfrancesco Malfatti, Sebastiano Canterzani.

72. In tal congiuntura, il Presidente volendo allargar la disposizione del citato articolo XXIII, e liberarlo dalle ingiurie della fortuna, progettò di cambiarlo, mediante mio foglio circolare ai Quaranta, nella maniera, onde in vigor dell' assoluta loro sanzione, leggesi quì impresso al numero allegato.

73. Passaron frattanto sotto l' esame dei Giudici eletti dalla Compagnìa le cinque dissertazioni analitiche venute a concorso, delle quali sopra è detto, e risultò, che il primo di essi aveva a tutte negato il premio, che il secondo concedevalo ad una, che il terzo il volea spartito fra questa ed altra. Non provvedeva a siffatto caso il § 6 dell'articolo XXIV del nostro Regolamento. Risoluto ognora il Presidente di rimetter qualunque decisione al libero volere dei Socj, mi suggerì domandar loro, come feci per mia enciclica de' sette dicembre, se fosser d' avviso che il premio dovesse tutto conferirsi alla produzione coronata appieno dal secondo Giudice, e per metà dal terzo, oppur se era da riserbarsene una quarta parte a chi avea propizia l'altra porzion del voto del terzo Giudice. Scorsi quaranta giorni, si vide che i più de' Socj stimavano competer l' intero premio a quello scritto, in vantaggio di cui militavano l' approvazion totale del secondo Giudice, e per una metà quella del terzo.

74. Raunaronsi adunque ben tosto nel diciottesimo giorno dell' anno mille ottocento quattro nella Biblioteca municipale di Modena, il Presidente della Società Italiana delle Scienze, il Segretario, il Vicesegretario, i Socj allora dimoranti in Modena, non che gli Individui componenti la Commis-

missione sopra queste Scuole dipartimentali, invitati affin di rendere la funzion più solenne, e alla presenza di tutti loro manifestossi dal Presidente e da me, che tra le cinque dissertazioni comparse nell' aringo, quella cui il decreto de' Socj porgeva l' intera palma, era la contrassegnata dal motto Oraziano

. . . . Si quid novisti rectius istis
Candidus imperti, si non, his utere mecum.

Schiuso il biglietto suggellato, avente l' identica epigrafe, vi si trovò il nome del nostro Socio attuale PAOLO RUFFINI. Si rivolse poi l' attenzione al ragguardevol numero dei Socj per cui diedesi pure un valore alla sentenza di quel terzo Giudice, che mezza dispensò la corona ad una delle Memorie commemorate, e ponderaronsi inoltre le correlative parole del § 6, articolo XXIV dello Statuto. Dopo di che, gli astanti Socj, richiestine dal Presidente, opinarono che ad essa Memoria legittimamente spettasse l' onor della stampa col nome dell' Autore, e col titolo di *Accessit*. Si riconobbe pertanto che dessa era quella marcata co' versi Ariostei:

Nè che poco vi dia da imputar sono
Se quanto posso dar tutto vi dono.

Fu aperta la scheda così iscritta, e si discoperse autore della Memoria in tal modo contraddistinta, PIETRO ABBATI modenese. E deliberossi di por mano incontanente all' edizion di ambedue. I viglietti corrispondenti alle tre altre dissertazioni qui specificate al numero 63, furon subito ridotti in cenere a vista degli Intervenuti.

75. Finivano pure, nel dì or mentovato, i sei mesi dai Quaranta novellamente prefissi al giudizio sulle due Memorie di Matematica e di Fisica più utili e più meritevoli del guiderdone, esistenti nel X tomo. Lessi perciò alla presenza di tutti (mostrandole nondimeno al solo Presidente) le mere frasi, colle quali i Socj nelle loro Lettere a me indirizzate, distribuivano i premj suddetti. La pluralità de' voti aggiudicò l' alloro matematico al *Catalogo di Stelle boreali* del Presi-

sidente ANTONIO CAGNOLI, e la parità de' medesimi divise quello di Fisica tra i Socj attuali, GIOVANNI FABBRONI per le sue *Ricerche sulla Quina* e GIANVERARDO ZEVIANI per la sua *Memoria sopra i Vermi pestilenziali de' Buoi*.

76. Poichè dal superior numero de' Colleghi a tal uopo interrogati si credette inopportuna la ripromulgazion del problema risguardante *i principj componenti l' aria atmosferica da dimostrarsi con dirette sperienze analitiche e sintetiche;* perciò, giusta la mente del Preside, gli eccitai mediante mia enciclica de' tre marzo prossimo passato a somministrare, entro il solito intervallo di giorni quaranta, pel nuovo concorso pubblico alcun tema, di cui le Scienze coltivate e promosse dalla nostra Società particolarmente si giovassero.

77. Sepper Eglino ad un tempo che la preponderanza de' suffragj sociali avea colle usitate regole sostituito nel ruolo nostro de' Fisici al defunto ALBERTO FORTIS il Dottor OTTAVIANO TARGIONI-TOZZETTI fiorentino.

78. L' articolo V dello Statuto ha pur restituito adesso nel catalogo degli *Attuali* il Socio emerito GIROLAMO SALADINI, in sequela d'aver Lui effettuato quanto ivi col § 3 si esige per simile ritorno.

79. Escirono a luce, nell' aprile sussecutivo, la Memoria premiata di Paolo Ruffini, e quella di Pietro Abbati distinta coll' *Accessit*. Inviai un esemplare d' ambedue anche all' Istituto Nazionale Italiano in Bologna, accompagnandola coll'appresso mia Lettera.

Al Vice-Segretario Giuseppe Avanzini.

Pregiatissimo Vice-Segretario

Ho l' onore di presentare col mezzo vostro all' Istituto Nazionale, in nome della Società Italiana delle Scienze, le due Memorie analitiche da Essa pocanzi coronate. Ascriverà questa a propria gloria e fortuna che siffatto pegno di stima inver-

inverso tale ragguardevolissimo Stabilimento, le sia preludio di letteraria corrispondenza col medesimo, atta a nutrire in lei la bella speranza di partecipar quindi ai lumi ed alla rinomanza di quello.

Nel mio particolare, colgo di buon grado l' opportunità di ripetervi, degnissimo Vicesegretario, que' giusti sentimenti d' ossequio che godei già tempo significarvi personalmente in questa Biblioteca, e che nell' attual contraccambio di accademici uffizj mi rende più dolce e più onorevole il confermarmi ec.

Modena, 26 *aprile* 1804.

Ne ottenni dal Segretario dell' Istituto medesimo, allora recentemente eletto, questa cortesissima risposta.

Bologna 18 *Maggio* 1804. *An.* 3.°

Al Segretario della Società Italiana delle Scienze.

Il dono pregevolissimo delle due Memorie, premiata l'una, l' altra distinta coll' onor della stampa dalla vostra illustre Società, e da voi per parte di questa trasmesse all' Instituto Nazionale, è stato dai Membri intervenuti all' Adunanza ordinaria pur ora tenutasi, accolto con quel gradimento maggiore, che ben dovevasi, e all' eccellenza del dono stesso, e alla nobiltà e prestanza del Donatore. Mi hanno Essi imposto di assicurarvene, e di ringraziarvene congiuntamente, e di pregarvi pure a manifestare questi loro sentimenti all' attual Presidente degnissimo di un Corpo, del quale niuno con più zelo e più felice riuscimento provvede al decoro scientifico dell' intera nostra Nazione. A me poi, se dopo di aver parlato a nome dell' Istituto, mi è lecito di parlarvi anche in mio proprio, niuna cosa poteva giugnere più grata, quanto di es-

essere, fin dall' ingresso nell'esercizio de'miei doveri, impiegato in questi ufficii scambievoli fra due Corpi, ai quali ho egualmente l' onore di appartenere; e di esserlo in un incontro, in cui trattasi di due Soggetti, ai quali mi stringono vincoli di antica amizia, e di due produzioni, nelle quali l' uno corrisponde pienamente all' alto concetto, che gli ha meritato di essere posto fra i Membri dell' Instituto, e della vostra Società; l' altro si annunzia e mostra degnissimo di esservi ascritto.

Gradite le assicurazioni della più distinta mia stima e considerazione.

Michele Araldi Segretario dell' Instituto Nazionale.

80. Fra gli otto quesiti di Matematica e fra altrettanti di Fisica forniti dai Socj all'oggetto dianzi significato, diedero Essi la preminenza ai due seguenti.

IN MATEMATICA.

Esaminare quanto sieno solidi e giusti i principj, ai quali appoggia le sue nuove teorie idrauliche l' Autor recente dell' Opera intitolata Nouveaux Principes d' Hydraulique, par Bernard 1787, *e congiuntamente assoggettare a qualche disamina le critiche, le quali in detta opera s' incontrano, di parecchi Autori Italiani.*

IN FISICA.

Stabilire qual parte abbia il ferro alla essenziale costituzione del sangue, e quale influenza sulla costituzione ed indole dell' animale: se derivi dall' alimento o se riconosca altra origine: provare qual sia il suo stato chimico in quel fluido: se sia esso la cagione assoluta ed unica del colore caratteristico, se possa esistervi in maggior dose, se tal dose *influisca sul carattere e sulla salute umana, e finalmente qual sia il modo di agire di tal metallo usato come rimedio?*

81. Laonde il Segretario divolgonne, adì tre giugno dell' anno corrente mille ottocento quattro, il correlativo programma che offre il premio d' una medaglia d' oro del valore di zecchini sessanta a chi, nel termine d' un anno dalla data anzidetta, abbia meglio discusso ed esaurito il primo argomento; ed una medaglia d'oro del valore di zecchini novanta a chi, entro il periodo stesso, abbia meglio ed appieno trattato il secondo.

82. Persuaso a ragione lo zelantissimo Presidente che tutto ciò per cui venga ad accrescersi dignità agli Atti nostri ed onore ai Membri, debba tornare ad essi gradevole, ha stabilito che sia apposta ai futuri elogi degli estinti Socj l' effigie, per via d' incisione, del loro Protagonista, conforme scorgesi immantinente praticato in quest' undecimo volume.

83. Nel dodicesimo giorno del corrente mese di luglio, un fiero colpo di apoplessìa rapì in Torino la vita al Socio attuale Carlo Lodovico Morozzo, cui dalla Società pagherassi a tempo debito il tributo consueto di lode.

84. Stando poi a cuore al Presidente il perfetto adempimento dell' articolo XXII delle nostre Costituzioni, quanto sia pure al *conio d'una medaglia con relative iscrizioni* inserviente ai premj da attribuirsi alle due Memorie più utili d'ogni tomo; aveami commesso, fin dal marzo ultimo scorso, di pregar, siccome feci, i Quaranta a dinotarmi gli emblemi e le iscrizioni che a tale scopo fosser loro caduti nell' animo, e di aprir tra Essi una specie di concorso in questa materia, non senza la promessa di convenevole ricompensa al progetto che rimanesse prescelto. Maturati i tre mesi, oltre i quali non era lecito più accettarne veruno, tra gli undici di essi, giunti al Segretario, e spediti, il dì quattro giugno, anonimi, alla definizione de' Socj, la maggior quantità relativa dei loro voti si è dichiarata per quello così concepito.

In una facciata della medaglia alcuni libri con fuori: *Mem. della S. I. delle Scienze*: all' intorno: *Societas . Italorum . XL. Mathesi. Physicae . Promovendis*. Appiedi, il compasso, la leva, ed il piliere di Volta. Nell' altra facciata, Minerva sedente, coll' ali al capo, tenendo in mano la palma, e coll' altra scrivendo sur un tavolino, ove stiano le bilance, ed un volume della Società stessa, le parole Oraziane: *Quaesitam meritis . . . . cinge comam*. L' Autore, finallora occulto, della proposizione adottata è il Socio Segretario Pompilio Pozzetti. Il conio della suddetta medaglia si eseguisce ora da valoroso e diligente Artefice in Milano.

85. Nello stesso giorno quindici luglio mille ottocento quattro, restò, colle circospezioni e colle discipline solite, determinata la scelta fatta da' Socj di sei tra medesimi a giudicar le dissertazioni che saran per ottare ai due premj testè indicati.

86. Il Presidente mi ha comunicato le seguenti Lettere di due Colleghi, perchè a risalto dell' equità e della moderazion loro, come eziandio dell' inalterabil concordia che regna in questo Corpo scientifico, sieno quì messe in pubblico.

Onoratissimo Presidente della Società Ital. delle Scienze.

Ferrara 29 Marzo 1804.

Mi ha fatto molto caso la notizia, che mi avete comunicata, essersi ritrovato nelle mie Brevi Riflessioni *stampate nel Tomo X della Società alcune espressioni riputate offensive contro il nostro Socio Sig. Paoli, ed esserne stata a codesta vostra Presidenza fatta querela. Si aggira questa nel lamento, che ivi fo dell' avere il Sig. Paoli attaccato la mia Memoria sulle pressioni, come se io l' avessi presentata come tesi, e non come ipotesi; sull' aver detto, che la annunzia* sopprimendone il titolo; *e sul mio chiedergli di essere* un più giusto e più discreto Giudice delle Opere altrui. *Quanto al vocabolo* sopprimere, *non avendovi aggiunto, nè* studiatamente, *nè* maliziosamente, *nè altro avverbio consimile, ben si vede, che io non ho inteso altro, che egli ha tralasciato di render noto al suo Lettore il titolo di* Tentativo, *che ha in fronte il mio opuscolo, il quale unito alle altre mie modeste espressioni proemiali, gli mette indosso la divisa di timida ipotesi, e non la fa comparire in abito di tesi, sotto il quale considerandola il Sig. Paoli la impugna, a tale equivoco indotto forse dal tuono franco ed affermativo, che nel corso dell' operetta uso più fiate per amore di brevità, e per evitare il tedio di parlar sempre col timore di non colpire nel vero. Mi consola su tal proposito il riflettere, che nè Voi, nè il Socio Segretario Pozzetti avete dato un significato diverso dal mio a quell' infelice vocabolo* sopprimere *da me adoperato, perchè non l' avreste mai lasciato correre nella stampa. Assicurate dunque qualunque persona fosse mestieri, non aver mai io avuta intenzione con quel verbo di accusare di malizia, e di voglia di detrazione letteraria il Sig. Paoli, conosciuto da tutti incapace di passioni basse, e non degne della sua celebrità, e del suo Nome.*

Rispetto poi all' altro capo di querela intentata contro di me per l'accusa data al Sig. Paoli di ingiustizia, e di indiscrezione nel giudicare le opere altrui, ben si vede, che io non aveva in vista altro, che il giudizio dato alla mia Memoria, e che tanto è lontano, che io avessi intenzione di generalizzare la mia proposizione, che nel primo paragrafo della stessa Memoria si può vedere quanta stima, e quanto conto io faccia del giudizio da lui pronunziato contro una pretesa soluzione dello stesso problema. Cotale ingiustizia e indiscrezione, di cui mi sono doluto, è per me un' ingiustizia ed indiscrezione di fatto, e non di massima e di cuore. Essa non può aver avuto origine che dall' immaginarsi il mio opuscolo vestito con un abito, che poteva meritare i suoi rimproveri, quando effettivamente se ne era allacciato un altro, *che aveva diritto alla sua indulgenza e alla sua discrezione. Infatti non è cosa nuova, trattandosi d' indagini fisiche, per ispiegare qualche effetto d' incognita causa il ricorrere a qualche ipotesi congrua, in mancanza di dimostrate e certe teorìe. Il gran Galileo pel moto de' gravi cadenti cominciò coll' ipotesi delle velocità proporzionali ai tempi, e l' esperienza la confermò. Le ellissi Kepleriane non furono dapprincipio che un' ipotesi, le osservazioni la fortificarono, e divenne una teoria certa tra le mani, e in virtù delle profonde meditazioni del grande Inglese. Sul magnetismo, sull' elettricità, ed altri fenomeni fisici si sono immaginate altre ipotesi; ed io pure ne ho avventurata una sul quesito meccanico delle pressioni, studiandomi di determinare un effetto incognito colla combinazione ipotetica, e a parer mio, non incongrua di funzioni de' principj noti; e quantunque essa sia dedotta dal principio più debole, che abbiano le Scienze matematiche, che è quello di una non strettissima analogia, siccome ha essa avuta la sorte di essere forse con eccesso commendata da tre luminari della nostra Società, i quali non l' hanno mai considerata come una tesi, così a dir vero m' è rincresciuto, che il Signor Paoli formasse di essa un giudizio così severo. Io ho dunque scritto quelle riflessioni certamente con un pò di dispiacere, ma però senza astio, e senza fiele contro una Persona che ho sempre giudicata degna, non che della mia, della stima universale di tutti i Conoscitori del merito. Siccome a Voi è noto, il mio carattere ben lontano da una certa asprezza, che possa riuscire incomoda a chicchessìa, così desidero, che se mai alcuno avesse tratto argomento di pensare diversamente da quella mia lamentazione, mi facciate il piacere di disingannarlo, e di protestargli che, e per la morale, e per la dottrina nutro nell' animo un' altissima stima per il Sig. Paoli, e per tutti quelli, che gli somigliano, fra i quali in prima fila da gran tempo ripongo Voi, stimatissimo Presidente, alla cui amicizia intanto col più vivo sentimento del cuore mi raccomando, nell' atto che mi dico*

P. S. Non piacendo nè a Voi, nè a me che si rendano nei Tomi della Società, eterne le contese letterarie tra i Socj, io vi prometto, che qualunque cosa possa nuovamente pubblicare il Sig. Paoli sulla nostra controversia, io non ripeterò niente, e rimetterò la decisione di essa al giudizio dei Matematici imparziali.

Vostro Affezionatissimo Amico
G. F. Malfatti.

Pregiatissimo Presidente della Società Italiana delle Scienze

Pisa 22 *Giugno* 1804.

Con tutto il piacere ho sentito annunziarmi da Voi, che il Sig. Malfatti mosso dalle vostre premure e più ancora dalla sua naturale gentilezza ha avuta la compiacenza con una ingenua e liberale dichiarazione di togliere di mezzo e disapprovare quella sinistra interpretazione, che da taluni si dava ad alcune espressioni da lui usate verso di me nelle Brevi Riflessioni *pubblicate nel X Volume della Società. Mentre professo a Voi tutta la riconoscenza, vi prego insieme di porgere i miei più vivi ringraziamenti al Sig. Malfatti. Mi rincresce solo, che mentre Egli mi riconosce incapace di un errore di cuore, persista però, malgrado le mie ragioni più volte espostevi, ad attribuirmi un errore di mente. Poichè questo secondo errore sarebbe così grossolano, che sembra non potesse esser disgiunto dal primo, e se il Sig. Malfatti ne lo separa, potrebbe cadere nella mente di qualche maligno, che ciò nascesse non dalla verità della cosa, ma dalla somma cortesia di lui, o dalle vostre insinuazioni, e dalle leggi della nostra Società. Non posso lasciar sussistere nè pure un dubbio leggiero del più piccolo neo nella mia riputazione, e quantunque desiderassi il termine di questa discussione, non*

non so adesso rinunziare ad un mezzo efficacissimo per estinguere radicalmente qualunque dubbio, ed incertezza, qual è quello di dimostrare, che non ho mai commesso verso il Sig. Malfatti alcun errore di giudizio, o com' Egli si esprime, alcuna ingiustizia, *o* indiscrezione di fatto. *Spero che Voi troverete troppo ragionevole questo mio pensiero, per leggere senza rincrescimento quelle riflessioni, che andrò brevemente accennandovi.*

Primieramente osservo, che la parola tentativo *posta in fronte alla soluzione di un problema non presenta necessariamente l' idea che la soluzione sia ipotetica. Può usarsi questa parola, anche quando si propone una soluzione rigorosa, o per modestia, o perchè si dubiti, che alcuno dei raziocinj occorsi possa mancar di forza. Che in quest' ultimo senso avesse il Sig. Malfatti adoprato il vocabolo* tentativo, *mi fu confermato dalle sue espressioni:* se non vado errato ne' miei raziocinj ec., *nè potè ritrarmi da questa opinione ciò che aggiunse relativamente ai naufragj matematici. Sono tre, per quanto mi è noto, i naufragj occorsi nel problema delle pressioni, e questi sofferti da due Geometri Italiani, e dal grande Eulero. Di essi il solo Lorgna presentò una ipotesi, ma gli altri due crederono di dare una soluzione rigorosa, ed Eulero appoggiò la sua ad un principio, che stimò essere esatto, e di cui intese di dare la dimostrazione. Questo gran Geometra però si risentì in tale occasione di esser uomo, perchè la di lui dimostrazione è affatto paralogistica. Mancata la dimostrazione, il principio diventò una ipotesi, e questa inammissibile, anche come tale per altre ragioni. Ma Eulero pensò di aver dimostrato il suo principio, e perciò di aver data una soluzione esatta del problema. Per questi riflessi parve a me, e credo debba parere a chiunque altro, che il titolo, e l' espressioni usate in principio dal Sig Malfatti lasciavano per lo meno ambiguo il genere di soluzione che Egli intendeva di dare,* *e per escire di tale incertezza conveniva osservare il modo, con cui si esprimeva nel seguito della sua ricerca.*

Continuando pertanto a leggere la memoria di lui, trovai le seguenti espressioni.

A pag. 397. = La forma di queste pressioni è sino ad ora *puramente congetturale; ma il bomisco, il rettangolo, &c. (avendosi in tutte queste figure pressioni certe e determinate) devono essere la pietra del paragone della giustezza delle nostre formole =.*

A pag. 399. = Dunque resta dimostrata l' identità delle nostre formole con quelle, e giusto per conseguenza il raziocinio *dedotto dall' analogìa, che ha guidato il nostro calcolo e le nostre operazioni =.*

A pag. 400. = Il che convalida sempre più il metodo *da noi praticato =.*

A pag. 406. = Dunque avendole noi pur derivate dai nostri generali teoremi, servono esse di nuovo argomento per convalidarne la verità *e la* certezza *=.*

Rifletto che solo a pag. 397 le formole del Sig. Malfatti si chiamano congetturali, ma insieme si dice che lo sono sino ad ora, *in modo che pare che per gli argomenti seguenti debbano cessare dall' esser congetturali. Infatti a grado a grado divengono più significanti l' espressioni, che adopra per denotare il carattere delle sue formole, e finiscono con quelle di* verità *e* certezza, *le quali unicamente, ed esclusivamente appartengono alle tesi dimostrate. Ora io domando, che cosa debba pensare chi non conosce le intenzioni del Sig. Malfatti che per la lettura della sua Memoria? Se possa da taluno sospettarsi nemmeno, che un Geometra così illustre, qual' è senza dubbio il Sig. Malfatti, receda in questa occasione da quella precisione ed accuratezza, che cotanto distingue le altre sue opere, chiamando* vero *e* certo *quello, che per lui si stima ipotetico? Se possa passare di leggieri per la mente di alcuno, che quando egli invece delle due parole* convenienza *e* congruità, *le quali sono proprie* *di una ipotesi, adopra le due parole* verità *e* certezza, *le quali non possono in alcun modo ad una ipotesi convenire, ciò faccia solo per amore della brevità, e per evitare il tedio di parlar sempre col timore di non colpir nel vero?*

Se mai mi fosse restato qualche dubbio, questo sarebbe svanito del tutto alla lettura del seguente paragrafo 68. *In esso, dopo fatta l' applicazione delle formole generali al caso di tre appoggj situati in diritto, si conclude così = Dunque questo caso da Noi considerato ci fa* conoscere la importante verità, *sulla quale divisi erano i sentimenti dei* Geometri *cioè ec. = Chi poteva sospettare, che il Sig. Malfatti reputasse ipotetiche le sue formole, quando asseriva, che esse ci facevano* conoscere una verità importante, *e decidevano una questione agitata tra i Geometri? O chi poteva indovinare, che le frasi usate da lui si dovessero cangiare in queste altre grandemente diverse = La nostra ipotesi si accorda coll' opinione di quei Geometri, i quali suppongono ec.? =*

Queste riflessioni devono trasportarsi a quel tempo, in cui pubblicai la mia breve Memoria sul problema degli appoggj, che si trova nel Volume IX. Persuaso allora per le sopraccitate espressioni del Sig. Malfatti, che in forza di alcuni argomenti, le formole congetturali si volessero ridurre a tesi certe, e dimostrate, presi ad esaminare questi argomenti, e per mostrarne l' insufficienza, gli applicai ad altre formole, che sapevo essere erronee, e feci vedere, che essi le avrebbero fatte comparire certe, e vere, *quanto quelle del Sig. Malfatti. Nè a questo esame mi spinse la più piccola voglia di censurare le Opere altrui, dal che soglio, non provocato, astenermi; ma avendo io prima trattato del medesimo problema, e dimostrato che con i conosciuti principj della Statica esso era generalmente indeterminato, credei di avere un qualche diritto di apprezzare le ragioni di quelli, i quali presentavano un sentimento contrario al mio.*

Ridotta la soluzione del Sig. Malfatti ad una ipotesi, e considerandola sotto questo aspetto, la chiamai ingegnosa, *e qualche cosa più che una semplice ipotesi ; dissi, che per l' esame fattone nulla vi avevo trovato di contrario ai principj ricevuti, e che poteva essere riescito all' Autore di essa d' indovinare il segreto della natura. Perciò lungi dall' aver trattata l' ipotesi con troppa severità, non so vedere come da altri possa essere stata, più che da me, commendata ; e se il Sig. Malfatti avesse nella sua Memoria detto chiaramente quello, che solo dichiarò nell' atto di lagnarsi di me, saremmo stati sempre d' accordo, come lo siamo di presente. Poichè questi suoi resultati come ipotetici gli ho sempre ammessi, e gli ammetterò, e solo ho mostrato non esservi ragioni sufficienti per ammetterli come* veri, e certi.

Spero, Ornatissimo Presidente, che mi perdonerete di avervi trattenuto con sì lunga Lettera, se rifletterete, che a porre in salvo da qualunque attacco la mia riputazione, era necessario il rendere evidente agli occhj di tutti, che per quanto io possa per un errore involontario formare un giudizio indiscreto ed ingiusto delle Opere altrui, non l' ho certo formato relativamente al Sig. Malfatti. Mi resta a pregarvi, perchè facciate al medesimo sentire, che sono stato mio malgrado costretto ad entrare in questa discussione dalla interpretazione sinistra, ed ingiuriosa per me, che contro la di lui intenzione da non pochi si dava ad alcune sue espressioni. Sono infinitamente dolente di dover recare qualunque piccolo dispiacere ad una Persona, per cui protesto la più alta stima, e Voi avete di ciò prove più certe di quelle che potrei darvi con le mie parole. Unirò anche questo agli altri tratti singolari di bontà ed amicizia che vi devo, e per i quali conserverò sempre il più vivo sentimento di gratitudine.

E pieno di stima e rispetto passo a dichiararmi.

Di Voi Pregiatissimo Presidente

Dev. Obb. Serv. ed Amico
Pietro Paoli.

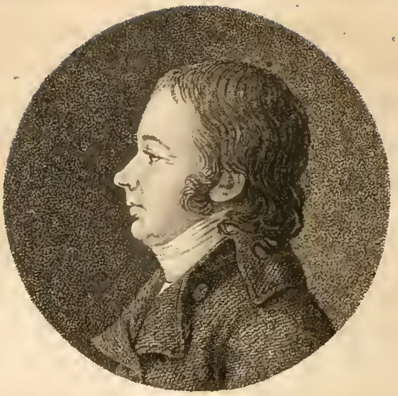
87.

87. Oggi, diciannove agosto mille ottocento quattro, riman chiuso il concorso ai premj destinati per lo scioglimento delle quistioni esposte sotto il numero 64 dei presenti Annali. A quello di Matematica ha inteso un solo con Opuscolo avente per divisa il detto Ciceroniano: *ista* (*Natura*) *duce errari nullo pacto potest*. A quel di Fisica, quattro Dissertazioni hanno aspirato. La prima è iscritta: *experimentum de re judicet*. La seconda reca per epigrafe le parole di Baglivi. *Duo tantummodo Medicinae fundamenta, ratio et experientia*. La terza, l'emistichio d'Ovidio

Caussa latet, vis est notissima . . . .

Si distingue finalmente la quarta colla sentenza di Bacone. *Quae in Natura eximie possunt ac pollent sunt, ordo, prosecutio, series, vicissitudo, artificium*. Quanto sia alla forma de' giudizj circa le medesime, obbedirassi rigorosamente all' articolo ultimo § 6 del nostro Statuto.

ELO-



Lorenzo Mascheroni

E L O G I O
DI LORENZO MASCHERONI
SCRITTO

DAL MARCHESE

FERDINANDO LANDI
PIACENTINO.

Questi fogli che far vorrebbono ragionato eco alla fama di Lorenzo Mascheroni sembrano quasi spettar di natura alla Italiana Società delle Scienze, siccome a quella che tutta è zelo per l' onor de' suoi Membri, e della intera Nazione. Ma di ragion poi le spettarono fin da quel punto in che l' attual Secretario suo celebre, mosso invero dall' amicizia, spesso più fina d' ogni migliore criterio, improvvisamente a scriverli mi eccitò. Gli accolga Ella dunque dalle mani di Lui, e gli giudichi: quando pur rinnovato avessi io l' alta caduta dello inesperto Fetonte, non ne avrò almen rinnovato la sfrontatezza e l' audacia, e chiamerò più facilmente la compassion che il disprezzo .

In Castagneta, picciola Villa giacente sotto il Castello di Bergamo, nacque Lorenzo Mascheroni, il dì 14 Maggio 1750, di Paolo Mascheroni dell' Olmo, negoziante, e di Maria Ceribelli. Con assai di sollecitudine fu procurata dai Genitori la buona istruzione del Figlio, e grato il Figlio a questa tenera cura sempre onorò, sempre amò i Genitori ; corrispondenza giustissima, ma pur bellissima e rara forse e degna certo di osservazione speciale, giacchè a un tempo discopre sensibilità di cuore e rettitudine di spirito .

Negli amabili studj di bella letteratura ebbe a maestro Ottavio Bolgeni Professore a que' giorni di eloquenza nel Seminario di Bergamo, Scrittor pregiabile assai e distinto per certa sua grazia semplice e dignitosa, e per certa soave eleganza, che unita a maggiore facilità e a più vivido colorito, si trasfuse poi tutta nel suo felice Discepolo formato già da Natura al più gentile atticismo. Questi, nel Seminario, l' abito vestì di Ecclesiastico, e il rimanente corso ivi compiè degli studj, la filosofia delibando e la teologia .

Giovinetto di circa vent' anni, e dal novero uscito appena degli scolari, Ei fu maestro, e, il che più dice, successor di Bolgeni. Cotesta lusinghiera e dilicata destinazione, nell' onorare i progressi insignemente rapidi di Mascheroni, eccitava pur anche validamente il suo genio a tentarne di nuovi e vieppiù sempre gloriosi . Potrà Egli emulo di Bolgeni là rimanersi ove pur giunse discepolo ? Ripieno adunque l' inclito Giovane di attività e di costanza siegue l' industre coltivamento de' cari studj di Erato e di Polinnia, e mentre per la modestia dell' animo vive contento di nuovi meriti, trova, per non frequente giustizia, novelli onori che il trasferiscono dal Seminario di Bergamo a insegnar l' eloquenza nelle pubbliche Scuole della Città .

La parte più interessante di cotesta meravigliosa arte dell'eloquenza, ella è certo la eloquenza del pulpito, che quanto to giova integra e vera, altrettanto, e più, nuoce corrotta e falsa. Bene pertanto dei diritti egli usò di amicizia quel Dottor Mazzoleni che un bel sermone poetico sulla *falsa Eloquenza del Pulpito* divulgò dal suo Mascheroni composto e di acconce note arricchito. E certamente tolto ci avrebbe assai la timida ritrosìa del giovine Autore, togliendoci in questo componimento un sincero modello di didattica poesia, che riunisce per eccellente modo alla istruzione il diletto. Diletto onesto veracemente, perchè di tanta e tanto savia istruzione compagno ch' io non temerei quasi di lodar troppo, ove del sermone Mascheroniano quel medesimo pur dicessi che del Codice poetico di Orazio dal Conte di S. Raffaele fu detto, colui che gli disobbedisce esser certo di errare. E all' oratorio Codice di Mascheroni obbediscan pure i giovani Predicatori, che diverran tosto seguaci del più eloquente de' Padri il Grisostomo, e gastigati i leziosi ornamenti, schifati i palesi artificj, estirpati gli abusi delle Scienze, non dialettici gelidi e scarni, non poliglotti senza bisogno, non satirici, non declamatori sol provveduti di polmoni e di braccia, ma Oratori caldi robusti ragionanti, nell' intimo animo penetrati essi, però altrui persuadenti, cristiani veramente, il petto pieni e la lingua delle divine Scritture, favelleran degnamente e utilmente di Dio all' Uomo, e per essi la letteratura fatta stromento egregio della Grazia superna, chiamerà sempre il buon gusto in soccorso del buon costume.

Poeta pensatore, l' abate Mascheroni era destinato a presentare all' Europa il non comune spettacolo delle lettere amene e delle geometriche scienze nella stessa persona e in eminente grado associate. Si aman gli è vero intrinsecamente e si cercano queste lettere e queste scienze, si commutano i loro pregi, e unite fioriscono più lietamente, ma però troppa esigono diversità di talenti perchè la Natura, de' suoi doni economa dispensatrice, voglia frequentemente a man piene versarli sopra di un solo. Quindi fra i nostri lode ottenner grandissima i Manfredi, i Torelli, i Fracastori, i Zanotti, rari ed eletti Spiriti, severi insieme e dilicati, proprj perciò ugualmente a notomizzare gli obbietti e ad ornarli, a conoscere ed a sentire. Mascheroni il doppio dono ebbe quanto altri, e l' attitudine scientifica manifestò in modo forse più rapido e più mirabil degli altri. Imperocchè indugiato avendo egli fin verso l' anno trigesimo ad applicar seriamente alle filosofiche discipline lo ingegno, dopo due anni cambia la cattedra di eloquenza in quella di fisica e matematica, educa degni figli alla Sapienza ed alla Patria, e nei recessi inoltrato dell' alta analisi, indi esce al pubblico originale spirito ed inventore.

Provossi egli dapprima sulla forza inclinatrice dell' ago nautico, su quella forza che variabile al variar de' paesi, de' tempi, della comunicata all' ago virtù magnetica, ben potè liberarsi dalle misure di Muschenbroek, da quelle del nuovo nostro Geometra non potè. Una succosa memoria da Esso letta all' Accademia degli Eccitati il dì 19 Agosto 1781, e il seguente anno stampata, ci offre la invenzione di certa bilancia semplice ed ingegnosa, agli ordinarj usi della vita eziandio convertibile, per cui i differenti gradi della forza in quistione esattamente si estimano e per linee rette si rappresentano, che divengon poi ordinate di una curva trascendente, della quale l'Autor determina la equazion, le tangenti, il flesso contrario, la quadratura, e in cui discuopre una curiosa analogia colla Concoide di Nicomede, o, pigliando ordinate alle prime proporzionali, colla Curva di Equilibrazione del Marchese de l'Hôpital, o colla Cicloide che Giovanni Bernoulli ideò, facendo un cerchio rivolgere sulla periferìa di un altro eguale.

L' anno 1785 comparvero le *Nuove Ricerche sull' Equilibrio delle Volte*. Ricerche nuove davvero, l' Autor di esse trovato avendo tutt' altro che esausta quella materia benchè risguardante sì davvicino la umana Società, e da' Geometri maneggiata di chiarissimo nome tanto esteri che nazionali. Niun, ch' io mi sappia, insegnato avea per ancora il modo più naturale e diretto di ottenere la total sicurezza di un arco solido, il modo cioè, di far passare la curva di equilibrio pei centri di gravità dell' arco stesso, niuno avvertito avea il pericolo di caduta in cui spesso l' arco ritrovasi quando nella interna concavità di lui, il che pur tutti facevano e sempre, la detta curva si collochi di equilibrio, molto meno poi determinate si eran le curve che a simil rischio non lascian luogo. Le volte piane, che piattabande si chiamano; la grossezza conveniente alle cupole; l' equazion loro ove sien cariche, o in tutto o in parte; le cupole sopra basi piantate ovali o poligone di cui fa uso continuo l'Architettura; le annulari Volte e le spirali ascendenti, queste nelle scale a chiocciola adoperate, quelle nei portici circolari; le Volte composte a crociera ed a schifo; oggetti eran pur tutti questi niente o pochissimo sparsi di matematica luce, e però abbandonati ad una pratica cieca e di ruinose incertezze naturalmente feconda. Rimaneva eziandio a ricercarsi una cotal forma di Volte piane che circolarmente loro spinta distribuendo forza esercitasser di cupole, nè troppo di un sole verso urtasser la fabbrica. Un libro ricco di tante cose per la prima volta magistralmente trattate, e in cui oltracciò s'investigavan le curve di equilibrio a gravità convergenti, e da esse, come altrettanti corollarj, i problemi traevansi relativi ad archi o a cupole portanti carico di fluidi elastici o non elastici, omogenei od eterogenei, e la curva elastica e la lintearia; un libro in cui di error si notavano Frisi e Bouguer, e in cui sciolto mostravasi a Dalembert un meccanico problema ch' ei sospettò non solubile coi noti principj, il problema, cioè, della posizione, che ad equilibrarsi dee prender una verga pesante rettilinea, o comunque curvilinea liberamente scorrevole lunghesso un filo non grave e pendulo da ambe l' estremità; un libro in cui si ammiravano scienza di calcolo, sottilità di artificj, eleganza di metodi, sicuro e nobile andamento di trattazione; un libro, io dico, di tal natura ben poteva egli gloriarsi di riconoscere per autore qualsiasiasi più antico sacerdote di Urania , non che Lorenzo Mascheroni Geometra di pochi giorni . Levò quindi cotesto libro alto il grido e dentro e fuori d' Italia, e l' Autore posto si vide infatti a lato dei Geometri primi, poichè, avendo il chiarissimo Paoli lasciata libera una cattedra di Matematica nella grande Università di Pavia , fu Mascheroni ad occuparla onorevolmente chiamato .

All' improvviso ricevere di tal notizia dubbio Ei si rimase e agitato , pur finalmente facendo forza al suo cuore si condusse a dividersi da una Patria , che , non so come , parea da qualche tempo non sentire a bastanza il rischio di perderla . Di ciò ebbe certo a meravigliarsi Pavìa quando specialmente ad udir prese le Mascheroniane lezioni. Forse, nella odierna scientifica sublimità, il loro obbjetto, gli elementi dell' Algebra e della Geometrìa , sembrerà cosa un pò tenue ; tenue cosa però non dovrà mai sembrarne l' insegnamento , che pur domanda, a riuscire ottimo, e pronta flessibilità d' ingegno , e non ordinaria amplitudine di dottrina, e nettezza somma di idee di raziocinj di metodo di elocuzione, e, a dir tutto , decorosa urbanità di maniere e calma imperturbabile di animo, talchè i Professori in ogni senso perfetti , anco di elementar Matematica, hanno uguale diritto e alla pubblica riconoscenza ed alla pubblica ammirazione.

Contuttociò poco fu sempre al Professor Mascheroni il rischiarare gli aditi della Scienza , se al tempo stesso non rivolgea l'efficacia delle sue forze ad aumentarne la mole. Immensamente già questa mole grandeggiava e stendevasi in quell' Opera meravigliosa di Leonardo Eulero, che tutte le teorìe comprendendo allor cognite sui calcoli dell' Infinito, formava il corpo più vasto e più sublime di algebraica dottrina , che vantar sapesse fino a quell' epoca lo spirito umano . Questo così imponente edificio Mascheroni accrebbe ed elevò . I due scritti a tale intendimento composti da Essolui e pubblicati, anzichè *Adnotationes ad Calculum Integralem Euleri*, siccome per laudabile verecondia amò chiamarli , sono a dirsi uno aggregamento di brevi ma profonde memorie, quali indiritte a più compiutamente disviluppar varie formole, quali a sciogliere dure quistioni dal grande Eulero semplicemente proposte. Che se condotto l' Italo nostro Geometra a rimuovere certa difficoltà due volte, e invano, recata in mezzo per Dalembert, sebbene con desterità molta vi si provasse, pur fallì il colpo, e alla industria il lasciò più felice del valente Professor Gratognini, qual altra cosa potrem didurne fuor quella di che già la mortal condizione ci avvisa, lo scienziato, comecchè sommo, non esser uno coll' infallibile? E tanto è lungi dal vacillare e scolorarsi in su la fronte di Mascheroni lo scientifico alloro, che anzi, per la ingenua confessione che del suo torto Egli fece, si rassoda e rinverde, perchè, se gli Uomini errano, i grandi Uomini consentono avere errato. Del rimanente, e la chiusa indole penetrata di una funzion logaritmica di nuovo genere, e la necessità dimostrata di porre nelle integrazioni logaritmiche il doppio segno positivo e negativo, e lo integrale assegnato di formule trascendenti atte a gravi ricerche non tocche mai per lo addietro, e l'applicazione appunto indicata di tali formule nello appagare Eulero la sommatoria chiedente almen prossima di due equazioni che involgon seni e coseni d' arco infinito, e più altre analitiche sottilità meritan certo agli scritti di cui parliamo e lo studio dei Giovani, e la considerazione dei Matematici. Due fra questi e di assai alta sfera, Paoli e Lacroix, già gli additarono a quelli, e Gregorio Fontana non reputò indecoroso lo inserirvi alquante speculazioni del suo possente celebratissimo ingegno.

A tanta serietà e astrazione di algebra si vide bentosto succedere un poemetto. E qual poemetto! *L' Invito di Dafni Orobiano a Lesbia Cidonia*, quel sì gentile Invito e sì celebre, che ben è in ira alle Muse chi nol conosce. Ove però io ne scorgessi taluno: tu dunque, io vorrei dirgli, tu quello ignori onde piena è tutta Italia, tu Figlio suo con Essa non dividesti l' ammirazione e il diletto, tu non udisti come per bocca di Mascheroni parlin le Grazie filosofia? Che figurar volendo con voce di carmi, e quadrupedi e pesci e augelli e piante e marmi e metalli, e quanto di più bello e osservabil presenta l' Insubre Atene onde trar Lesbia a colà pascerne il dotto sguardo, ebbero or piucchè mai a consigliarsi insieme e le Grazie e le Muse in colorir di sì morbida e dilicata espressione l' esatte forme, e in temperar variamente il suon del verso giusta il variar degli obbjetti, e in aggrupparne tanti e accortamente locarli, e in breve tela, quasi per magic' opra, adunarti l' immenso aspetto della Natura. Dessa non mai si vide rivestire l' antica augusta semplicità di più leggiadri ornamenti. Fin le scarne ossa e i nervi ignudi e le recise viscere e le parti da crudel morbo guaste, e fino i mostri t' allettano. Una soave aura patetica su tutto spargesi, tutto anima, e porta al cuore. Lesbia ti appar sovente dinanzi sempre in sembianti amabili, cinta sempre d' attiche lodi tutta invero effigiata da quelle armoniche Grazie a cui un dì nascendo fu aggiunta. Ben Ella, siccome il fece, dovea sentirne i dolci inviti, e aderirvi; alle attrattive del lor linguaggio correr doveano avidamente le culte genti; e tu in quale abbandonato angol di terra fin quì vivesti? Or va, chiedi sollecito dell' aureo poema: tre volte impresso forse non deluderà tue ricerche, leggi, e chi sa che indi, al par di Lesbia, vivo desio di visitar non ti prenda . . . . .

Ma dove amor caldo di vaga Poesia, e impetuoso estro mi mena? Lettor gentile, se parlai cose a te note, se per immaginato caro colloquio te un istante obbliai, perdona, e a non dispregiabil compenso lascia ch' io t' accenni altro libretto elegante, comecchè d' indol severa, che uscì ai versi contemporaneo, vuol dir l' anno 1793, e porta in fronte *Problemi per gli Agrimensori con varie soluzioni*. Libretto ch' io accenno con tanto più di confidenza, quantochè porto opinione, non solamente ai misuratori delle campagne che moltiplici modi vi trovan riuniti di prontamente guidarsi nella pratica tutta quanta dell' arte loro, ma eziandio a più altri ordini di persone dovere esso accetto e caro riuscire. I Geografi sotto nome di *Poligonometria*, riprodotta veggendovi quella maniera già nel 1787 dall'Autor divulgata, di valutare senza triangolar divisione gli elementi di qualsiasi piano poligono ad angoli pur rientranti, ce la veggono ancora agli usi di levar ampie carte e di segnar meridiani opportunamente applicata. I Geometri speculativi estesa contemplano cotesta bella teorìa sino alla general cubatura di tutti i solidi a facce piane; i Giovani veracemente studiosi vi trovan comodo e largo il campo di esercitare e così affinar l' intelletto, le dimostrazioni cercando dei risultamenti ommesse appunto a tal fine: e non aman forse quest' Operetta gli Uomini generosi e sensibili, che su di una Poligonometria da straniero Geometra pubblicata due anni dopo la Mascheroniana, a questa sostanzialmente identica, nè però facientene motto (il che trasse Montucla in errore) non vi leggono se non parole temperatissime, e anzi degli accessori suoi prègi candide encomiatrici? Caro adunque a molti, e già rapidamente diffuso, quest' util libretto che sotto picciol volume tanta e tanta nobil sostanza, siccome oro, racchiude, acclamato vivrà finchè ci vivano lode d' ingegno, desiderio di scienza, amor di virtù.

L' anzidetta Mascheroniana Poligonometria ci obbliga invero a cercar del continuo seni e coseni, ma l' Autor ne ideò delle tavole molto spedite: un quadrante che, di semplicissima costruzione, pur angolo seno e coseno nell' atto stesso disvela. Questo ritrovamento un altro men richiama a quadranti relativo, di nobiltà e di fama assai maggiore. Relativo io dico ai quadranti astronomici, a que' strumenti della celeste fisica sì benemeriti, che intesi nella lor picciolezza a misurar l' Universo ben si vede quanto abbisognin di esquisitissima graduazione. Per così, con più di certezza ottenerla, egregiamente avvisarono i due celebri Inglesi Graham e Bird di rifiutare, in operando, la riga siccome scorta o per se ingannevole o troppo a seguirsi difficile, e il solo e più fido servigio ammettere del Compasso. Ma che? Quella stessa Geometrìa che spirò loro l' avveduto consiglio, diffinito appena ebbe l' arco al grado sessagesimo rispondente, parve, perduto il regolo, perdere a un tratto lo ingegno, e que' grandi artisti lasciò alla possibil fallacia di non suoi metodi, e alla molestia perpetua dei tentativi. Oggi niuno avrà più che temere di consimili infedeltà. Venuta è in aperta luce la *Geometria del Compasso di Lorenzo Mascheroni*. Per lei ammaestrasi questo Compasso a determinar tutto solo tre punti fuor della periferìa, e col semplice loro soccorso a speditamente in precisi archi dividerla, ciascuno di un grado e mezzo, e in gradi poi e in quarti di gradi, senza una sesta parte aberrar di minuto secondo, ed in minuti ancora senza fallire di un secondo, approssimazioni limitrofe tanto alla rigorosa esattezza, che nemmeno i Divisori più oculati valsero a superarle. La Geometrìa del Compasso le superò, allorquando rivoltosi a quella recentissima e celebratissima division del quadrante in cento parti, e di queste in cento altre, e così sempre per modo effettuolla, che i segnati gradi e minuti non differiscan pure di un secondo centesimale dai veri.

Occupato l' Autor nostro nella ricerca di questi metodi, tutta quanta la elementare geometria vide ridursi all' unico postulato: *da un punto e con un raggio qualunque descrivere una periferìa*. Vide, cioè, come per intersezioni mutue di archi poteansi tutti que' punti determinare, dai quali la situazion pende e la lunghezza delle rette ad ogni problema necessarie. Nè sol vide; operò, e nel suo libro molte con tale sistema sciogliendo, tutte mostrando esattamente solubili l' elementari quistioni geometriche, e la soluzione affatto prossima aggiugnendovene di alcune altre, che a trattazion rigosa il sottil magistero esigon di curve dal cerchio diverse, mostrò quanto acconciamente e insieme quanto semplicemente avesse Egli nominato cotesto suo libro *Geometria del Compasso*. Fu questa Geometrìa accolta con pubblico plauso, onorata di una assai bella ed encomiastica analisi dal celebre

Storico delle Matematiche, e fin vezzeggiata dalle rare lusinghe di una traduzione francese. Ciò tutto a ragione, perchè geometrìa a più arti utilissima e decorosa alla Scienza; geometrìa nella costruzione de' suoi problemi, non solo più elementar sempre della Euclidea, ma, il che potrà sembrare maraviglioso, spesso più breve; geometria infine che dei fiori più gentili della eleganza orna le ricchezze maggiori della invenzione.

E tal vocabolo *invenzione* non dubitai già io di applicare all'Opera tutta quanta, benchè mi sapessi esserci al mondo quest' altra. *Resolutio omnium Euclidis Problematum aliorumque ad hoc necessario inventorum una tantummodo Circini data apertura per Joannem Baptistam de Benedictis inventa. Venetiis MDLIII. Apud Bartholomaeum Cesanum*. Sia pure un ingannato Montucla se da questa il regolo non reputa escluso, e sia quindi comune a entrambi le Opere l' intima essenza. Ma nella forma, nei metodi, nella intenzione quanta disparità! Diverso affatto da quello del Benedetti si è l'ordine del nostro Autore. Egli l' altro mai non imita in tenere aperto invariabilmente il Compasso, Egli più assai dell'altro in là stende le applicazioni e le idee, e dove il primo contempla unicamente la teorìa, alla pratica singolarmente riguarda il secondo. Può dunque dirsi come di quello questi non seppe, ed Egli stesso il dice, mentre non sapere di alcuno asserisce, asserzione che, per la dottrina e pel carattere di chi pronunziolla, sè difende appieno da ogni sospetto di falsità, e Lui da ogni taccia di impostura e di plagio. Mascheroni, Uom grande, modesto Italiano era nato a patirli i plagj, non a commetterli.

Alquanti versi di stile grandioso dirigono la geometrìa del Compasso a BONAPARTE l' ITALICO. Questo maraviglioso Conquistatore, che ci mostra, siccome già Federico, un Dotto in sedia regale, tutto il prezzo sentì dell' offerta, e tutto previde l'ingegno dell'Offerente. E però ai doni eletti di che onorollo, quel vi aggiunse elettissimo della sua familiarità. Chiaramente quindi scorgendo nel Geometra l'Uomo ancora di stato, questo ai pubblici affari chiamò. Della qual cosa poteron bensì le Scienze alquanto dolersi, ma in quella vece molto rallegrossene la Umanità che vide ad util suo volgersi due grandi e rare virtù, beneficenza e disinteresse. Ma non le fu conceduto di lungamente gustarne per opera di Mascheroni i dolci frutti. Imperocchè, recatosi Egli indi a poco a diffinire in Parigi coi più celebri Scienziati Europei la lunghezza ed il peso, fondamenti del gallico sistema decimal di misure, ivi, compiuto l'importante lavoro, inaspettatamente morì l'anno 1800, della età sua cinquantesimo.

La Società Italiana delle Scienze ebbe a rimanere amareggiata forse più che tutt'altri di tanta perdita. Perdita che per le Lettere e per le ottime Discipline già di troppo sollecita, era poi affatto per lei immatura, per Lei che accolto da qualche tempo nel suo grembo l'abate Mascheroni, non si ornava per anco di veruna sua produzione, e che pur potea ripromettersi dalla felice freschezza di quell'ingegno ogni maniera d'illustramento. Un lavoro di Lui, che postumo le fu dato, non valse, per la beltà sua medesima, che ad irritarne le brame ed a rincrudirne il dolore. Tutti, anche i men dotti, posson, veggendolo, giudicarne. È una *Spiegazione popolare della maniera colla quale si regola l'anno sestile o intercalare, ed il cominciamento dell'anno Repubblicano*. La opportunità astronomica cronologica storica commerciale di prender *generalmente* lo incominciamento dell'anno da uno stesso punto di Cielo; la preferenza a tal fine meritata dall'equinozio, siccome quello che in tutto il globo ad egualità riconduce i dì e le notti, e la ragione astronomica per cui dee l'equinozio di ariete cedere il campo a quel di libra; l'assoluta necessità, ove convengano i diversi Popoli in ricevere uno stesso anno, di convenire eziandio nella scelta di uno identico meridiano che ne stabilisca esso pure il principio; i caratteri che nella intera mancanza di motivi astronomici, o geografico-fisici hanno a determinar quella scelta, caratteri che vanno tutti a riunirsi nel meridian di Parigi; la intercalazione dell' anno sestile o di 366 giorni ora ad ogni quarto ed ora ad ogni quinto anno comune; tutto ciò vi è esposto svolto illuminato con quella evidenza e venustà con cui ne' Volumi dell' Accademia delle Scienze avrebbe resa Fontenelle adorna e palpabile l' astratta teorìa.

Oltre di cotesta memoria ci lasciò l' Autore su temi curiosi utili sublimi una folla di manoscritti. E alla Matematica non più che vent' anni Egli visse, occupato sempre in pubblico servigio, sempre magistrali opere divulgando, ed alte e solenni scoperte. Ma il tempo fa gli eruditi, il genio i filosofi, e d'altronde mai di tempo non iscarseggia chi non lo perde. E come perduto lo avrebbe quel Mascheroni che i viaggi ancora autunnali, conforto alle scolastiche fatiche dell' intero anno, e fine comun di diletto, sapeva intender pure ad utilità? Testimonj quell' autunno ch' Egli tutto ad inerpicarsi impiegò su per le vette della natìa Provincia inteso a levar di questa una esattissima carta, e quell' altro di che in Bergamo usò a procurar la caduta dall'alto di un grave metallico, onde vedere se deviando esso, per comunicata forza centrifuga, dal meridiano volea esserci della rotazione terrestre nuovo argomento. E per la incostanza di sue risposte mal soddisfatto di questo grave, già interrogarlo pensava in un terzo autunno più accortamente, se non che venner l' armi e la politica per cui fu il Geometra nostro di gravità e di Fisica men sollecito.

Nè men degli studj ebbe cari gli Amici, fra i quali per cagione di onore quel Bartolomeo Borda nominerò, quel Borda che rapidamente da Lui conosciuto amato e perduto, pianse Egli con latina elegìa dègna riputata del secol di Augusto. Nobile ed ufficioso, arguto e piacevole era l' abate Mascheroni cerco nelle splendide, gradito nelle dimestiche conversazioni, e raro le lodi udii del suo ingegno senza le lodi udir del suo cuore. Quindi non meraviglia se quanto utile, soave altrettanto agli Alunni, quelli vide, che avea in Parigi, aggirarsi solleciti ed affannosi d' intorno al letto delle sue pene, e se parecchi di loro con tenera e quasi filiale pietà a quello assisterono della sua morte. Non meraviglia, se questa morte sì rapida e sì funesta fu pianta da molti e da moltissimi deplorata, se i Francesi sentironla ugualmente che gli Italiani, se fu dai pubblici fogli annunziata con accenti di estimazion alta e di compassione verso l'Estinto. Ma ben dovea Egli trombe trovare di assai più chiare che pubblici fogli non sono. Giambattista Savioli dotto Barnabita ne stese colle più diligenti cure dell' amicizia copiose memorie, mie compagne e guide in tutto il corso di questo elogio. Gregorio Fontana ne' preziosi volumi di questa Società, dell' Autor nostro parlando, Uomo il dice di conosciuta sagacità. E Vincenzo Monti che per se solo basterebbe ad illuminare per tutte le età il merito più sconosciuto, Vincenzo Monti a quello onorare di Lorenzo Mascheroni tutta quella sua energia dispiegò di eloquenza e di canto. Distanza di tempi vietollo: spettava a Dante il celebrar Galileo.

OPERE STAMPATE

DI

LORENZO MASCHERONI.

I. La falsa Eloquenza del Pulpito. Sermone. In Bergamo MDCCLXXIX. Presso Vincenzo Antoine. 8.° grande.

II. Maniera di misurare l' inclinazione dell' Ago Calamitato. Bergamo. Per Francesco Locatelli 1782. 8.°

III. Sulle curve che servono a delinear le ore ineguali degli antichi nelle superfizie piane. Memoria inserita nel Tomo settimo degli *Opuscoli Scelti sulle Scienze*, *e sulle Arti*. Milano. Per Marelli. 1784. 4.°

IV. Nuove Ricerche sull' Equilibrio delle Volte. Bergamo. Per Francesco Locatelli. 1785. 4.°.

V. Metodo di misurare i Poligoni piani. Pavía. Dalla Stamperia di S. Salvatore. 1787. 8.°.

VI. Adnotationes ad Calculum Integralem Euleri. Ticini. Ex Typographia Petri Galeatii. Anno MDCCXC. 4.°.

VII. Adnotationum ad Calculum Integralem Euleri pars altera. Ticini MDCCXCII. Ex Tipographia Hered. Petri Galeatii. 4.°.

VIII. L' Invito. Versi sciolti di Dafni Orobiano a Lesbia Cidonia. In Pavia per Baldassare Comino. 1793. 4.°.

IX. Problemi per gli Agrimensori con varie soluzioni. In Pavia MDCCXCIII. Presso Baldassare Comino. 8.°.

X. Annotazioni all' Opere matematiche di Volfio, inserite nella ristampa che di esse Opere fu intrapresa in Verona verso l' anno 1795, e compita per gli Eredi Moroni verso il 1801. Verona. 1795. 4.°.

XI. Lettera all' Illustrissimo Signor Don Annibale Beccaria Patrizio Milanese con alcuni problemi Geometrici sciolti col solo cerchio senza la regola. E' inserita nel *Giornale Fisico-Medico* di L. Brugnatelli per l' anno 1795. Pavia. Galeazzi.

XII. La Geometria del Compasso. Pavia, anno V. della Repubblica Francese (1797). Presso gli Eredi di Pietro Galeazzi. 8.°.

XIII. Notizie generali del nuovo sistema dei Pesi e Misure dedotte dalla grandezza della Terra. Milano. Anno VI. R. (1798). Presso R. Netti. 8.°.

XIV. In Obitu Bordae Viri celeberrimi. Elegía. Parisiis.

XV. Spiegazione Popolare della maniera colla quale si regola l' anno sestile o intercalare, ed il cominciamento dell' anno Repubblicano. Memoria inserita nel Tomo IX della Società Italiana delle Scienze. Modena presso la Società Tipografica MDCCCII. 4.°

XVI. Versi sciolti indiritti alla Contessa Paolina Secco-Suardi Grismondi nel mandarle un esemplare dell' Opera sulle Volte, inseriti nelle *Memorie appartenenti alla Vita ed agli Scritti dell' Ab. Lorenzo Mascheroni* scritte dal P. Giambatista Savioli C. R. B. Milano 1801. Galeazzi.

Opere Inedite.

Memoria sulla Integrazione di alcune formole differenziali per mezzo di Serie convergenti.

Trattato sulle misure delle Piramidi triangolari. (Incompleto).

Maniera di descrivere le Ovali per via di più archi di cerchio.

Tavole per calcolare le equazioni della Geometrìa del Compasso.

Due quinternetti, contenenti molte proposizioni sul cerchio e sul cono.

Del Calcolo delle Tangenti.

Ricerche sopra varie serie di funzioni circolari.

Problemi sulla cubatura generale dei solidi, le sezioni parallele dei quali riescono poligoni rettilinei.

Metodo per far converger le Serie.

Osservazioni sopra la Memoria di Gregorio Fontana, *sopra la somma di alcune serie*, inserite nel *Giornale Fisico-Medico* nel Dicembre 1792.

Sopra una superficie immaginaria espressa da una formola reale.

Fragmento del discorso preliminare alla Statica degli Architetti.

Annotazioni, correzioni, ed aggiunte alle nuove ricerche sull' equilibrio delle Volte.

Memorie di direzioni per rifare il trattato sull' equilibrio delle Volte.

Dell' equilibrio dei corpi combacianti sui piani retti.

Alcune osservazioni sopra varj principj di Statica, e loro vincolo.

Delle leggi della frattura dei corpi perfettamente rigidi.

Principj generali dell' equilibrio.

Sulla Catenaria.

Calcolo per misurare il numero dei quadrelli necessari alla fabbrica della cupola del Duomo di Bergamo.

Raccolta di Problemi, e Teoremi di Geometria, di Algebra, e di Calcolo sublime.

Molti quinternetti contenenti delle memorie sopra varj punti di Matematica e massime di Architettura, e di Statica, tratte da varj Autori.

Note alla Geometría di Le-Gendre.

Soluzione di varj problemi di Geometría.

Raccolta di Orazioni recitate in occasioni di licenze d'Ingegneri, e d' Agrimensori.

Raccolta contenente varj Sonetti, Canzonette, Epigrammi, ed il primo canto sui mascheroni.

Note di Calcolo Integrale (*sembrano d' altra mano .*) Esistono presso di parecchi Amici o Scolari di Mascheroni altre sue inedite produzioni così matematiche, come pòetiche, delle quali però non ci è giunta distinta notizia.

Pag.	Lin.	ERRORI	CORREZIONI.
4	25	fnori	fuori
34 e 35	8 ed altrove	Bura	Dura
33	15	navali	nasali
44	penultima	è il	e il
56	12	la guida	lo guida
57	1	voce	foce
65	20	tutte	tutta
73	1	dell' acqua	dall' acqua
105	21	o munato	o muriato
107	22	acidi	aridi
110	22	calor	color
128	22	faringe	laringe
135	14 e 15	polmori	polmonari
141	19	entravano . Le	entravano , le
156	ultima	alcolo	calcolo
204	1	etsendo	estendo
288	14	quello	quelle
305	31	vedute	veduti
316	23	vegete	vegeti
326	26	sciolte	sciolta
342	11	disaminarlo	disaminarle
378	3	*atris*	*atriis*
383	5	14	24
515	7	dicono di genere ogni	dicono ogni genere di
521	29	manzeti	mangeti
523	ultima	*tament*	*tamen*
540	21 colon. destra	pestato	pestata
547	Note	(*b*) (*a*)	dove è il *b* dee mettersi l'*a* e viceversa
551	17	dal	del
627	27	forma	ferma
654	2	cira	circa

MEMO-

MEMORIE
DI
MATEMATICA E DI FISICA.

SOPRA ALCUNE ROSE PROLIFERE

LETTERA DI GIUSEPPE MARIA GIOVENE

A POMPILIO POZZETTI DELLE SCUOLE PIE

Ricevuta il dì 29 Giugno 1803.

Mio dottissimo amico

È la stagione appunto delle rose, e sogliono coloro che si amano regalarsi scambievolmente delle rose. Ed io non dubito che Voi amiate me, ed assai, come poi sono conscio a me stesso di amar voi, e non dico assai, ma ancora assaissimo, che di essere amato assaissimo meritate. Gradite dunque un regalo di rose, e se la distanza de' luoghi non permette, che io ve le faccia così tenere come la natura le produce, e fresche e rubiconde e soavi e fragranti, graditele almeno in disegno su della carta, giacchè non altrimente posso. E ben conviene presentare un regalo di rose a voi, che gentile siete ed amabile come la rosa; se non che potrebbe qualcuno dire ad un Segretario di una Società di scienze, e scienze serie e gravi non ben convenire di presentar regali di gentilezza. Ed a chi così obbiettasse potrei io rispondere, avere nel 1707 il Sig. Marchant Accademico Parigino presentata una rosa alla fu illustre Accademia delle Scienze di Parigi, e questa non avere sdegnato di accettare il presente, ed anzi averne fatta inserir memoria ne' suoi atti. E senza andar tanto lungi, ovver per fermarci alle cose nostre, anni addietro il Sig. Spadoni fè dono di una rosa al fu illustre Abate Spallanzani, e questi credè ben fatto passarne il dono alla Società nostra, la quale ne volle inserito lo scritto, che il dono accompagnava, ne' suoi atti (Memorie della Società Italiana Tom. V). E vedete se possa darsi cosa ad altra, come uovo ad uovo, simile. Quella rosa ebbe il Sig. Ab. Spadoni in regalo dal Sig. Agostino Persiani, e passò a farne dono allo Spallanzani, ed a me ancora è venuto da altri il regalo di una delle rose, che vi presento. Era andata a passare alcuni giorni alla campagna la mia Cognata, la quale pure ama moltissimo di osservar la natura, e che certamente ha occhi perciò perspicacissimi, come le donne più degli uomini gli avrebbero, quando a studiar la natura anzicchè a studiar le mode si volgessero, e da colà mi mandò in regalo una rosa, che a lei parve meritar attenzione; ed è appunto quella la quale voi vedrete disegnata al numero 1. Era questa una rosa, la quale non avea, almeno al momento che mi fu data, nè calice (a riserva di un picciol segmento, che pur poteva essere residuo del rimanente secco e caduto), nè poi organi affatto di fruttificazione, non pistillo cioè non stami, nè rudimenti di essi; in vece di che, vedeasi sorgere dal centro di tal rosa, un gambo, il quale prolungandosi, e bellamente adorno di più ordini di verdi foglie finiva per ultimo in un bottone ben grosso di perfetta rosa, sebben non fosse ancora dischiusa ed aperta. Avreste detto, che intorno allo stelo, che portava il bottone della rosa perfetta, la natura come per un vezzo vi avesse fatto nascere un' altra rosa, in *verticillo*, o meglio un giro di petali di rose, giacchè non posso chiamar perfetta rosa quella che manca di pistilli e di stami. E per verità pareva che il gambo superiore fosse una prolungazione continuata del gambo inferiore portante la prima rosa bella ed aperta, ed eravi questa sola differenza, che il gambo superiore era non cilindrico, come l' inferiore, ma quadrangolare, e con quattro scanalature, e tinto di un color di rosa dilavato: e quasi che avesse rispetto per la rosa, dal centro della quale usciva, era senza le solite spine fino ad una certa distanza da essa. Voi la vedrete nel disegno, che ne ò fatto tirare al meglio che ò potuto. Ed è questa l' istoria della prima rosa. Dopo alcuni giorni andai ancor io in campagna, e dal rosajo stesso dal quale era stata tratta la prima rosa, mi venne fatto di raccoglierne un' altra, che similmente vi rimetto in disegno al numero 2. È questa una rosa, la quale à il suo bel calice, così come le rose più o meno sogliono averlo, se non che manca quella specie di orciuoletto, o pericarpio che voglia dirsi, il quale turgidetto contiene li semi. Era dunque il calice un semplice invoglio di un sol pezzo profondamente tagliato in cinque porzioni, una delle quali, come dalla figura vedrete, è degenerante in foglia ternata, così come in alcune rose suole avvenire. Dal mezzo pure di questa rosa si erge uno stelo, che porta liete foglie, ed il quale va a terminare in un bottone di perfetta rosa simile al primo sopra menzionato. E siccome sfogliata ed esaminata la prima rosa non trovai, come già vi ò detto, nè stami, nè pistilli, nè rudimento affatto di organi da fruttificazione, così parimente è avvenuto di questa, nè più, nè meno, non avendo trovato che soli petali. Ora io, non una, o due rose mi contento presentarvi, ma bensì un mazzetto di esse, ed ecco perciò passo a dire di una terza rosa, la quale non ò fatto disegnare per non fare volume assai di carta. Essa à ancora il calice così come ò detto della seconda, e due segmenti di questo sonosi ancora svolti in foglie a tre fogliuzze l' una, a quattro l' altra. Vengono appresso li petali, ed alcuni tutti belli e rubicondi così come le rose sogliono averli, ed altri venati di verde e di rosso; e trovo alcuni di questi petali degenerati in foglie, e trovo le fogliuzze di queste altre screziate di rosso, ed altre tinte nel margine dall' istesso colore. Neppure in questa rosa ò trovato segno alcuno di organi sessuali. Una quarta rosa ò anche tagliata dall' istesso rosajo, ed è questa simile all' antecedente, ma non ha se non soli quattro petali, nè più, nè meno, de' quali tre sono disposti a verticillo intorno al gambo, ed il quarto è superiore agli altri di una buona linea, e se ne sta così solitario attaccato allo stelo. Tutti quattro poi questi petali anno delle vene di verde. Ed è a notarsi questa particolarità, che una delle foglie nate su per lo gambo superiore in distanza di un buon pollice dal sito dove sono impiantati li petali, à le fogliuzze screziate di rosso e di verde.

E non finiscono quì le rose, che propriamente voglio esserne liberale, e passo a descriverne una quinta, la quale all' occhio sembra perfetta rosa, che non è così delle terza e quarta già descritte, e le quali erano magre e di pochi petali composte. A' ancor questa il calice simile a quello della seconda, che ò descritto, se non che essendo quasi secco, ad un leggier tocco si è dal gambo distaccato, non ostante che la rosa non sia ancora perfettamente schiusa, e li petali si stiano avviluppati insieme e come incollati tra loro ed al gambo abbracciati. Manca questa pure di organi di fruttificazione, come le altre tutte, ed in vece insiem col gambo escono fuori dal centro di essa cinque foglie ben formate colle loro fogliuzze, e due di quelle cinque foglie sono *connate* nel loro picciuolo. È notabile in questa rosa, che una di quelle cinque foglie da un lato, in vece di fogliuzze, à due petali, che tali assolutamente sembrano pel lor colore ed odore, e dall' altro lato à tre fogliuzze, delle quali essendo l' una come dev' essere all' ordinario, l' altra à una fascia longitudinale di rosso e giallo, e la terza tinta leggermente di rosso nel margine.

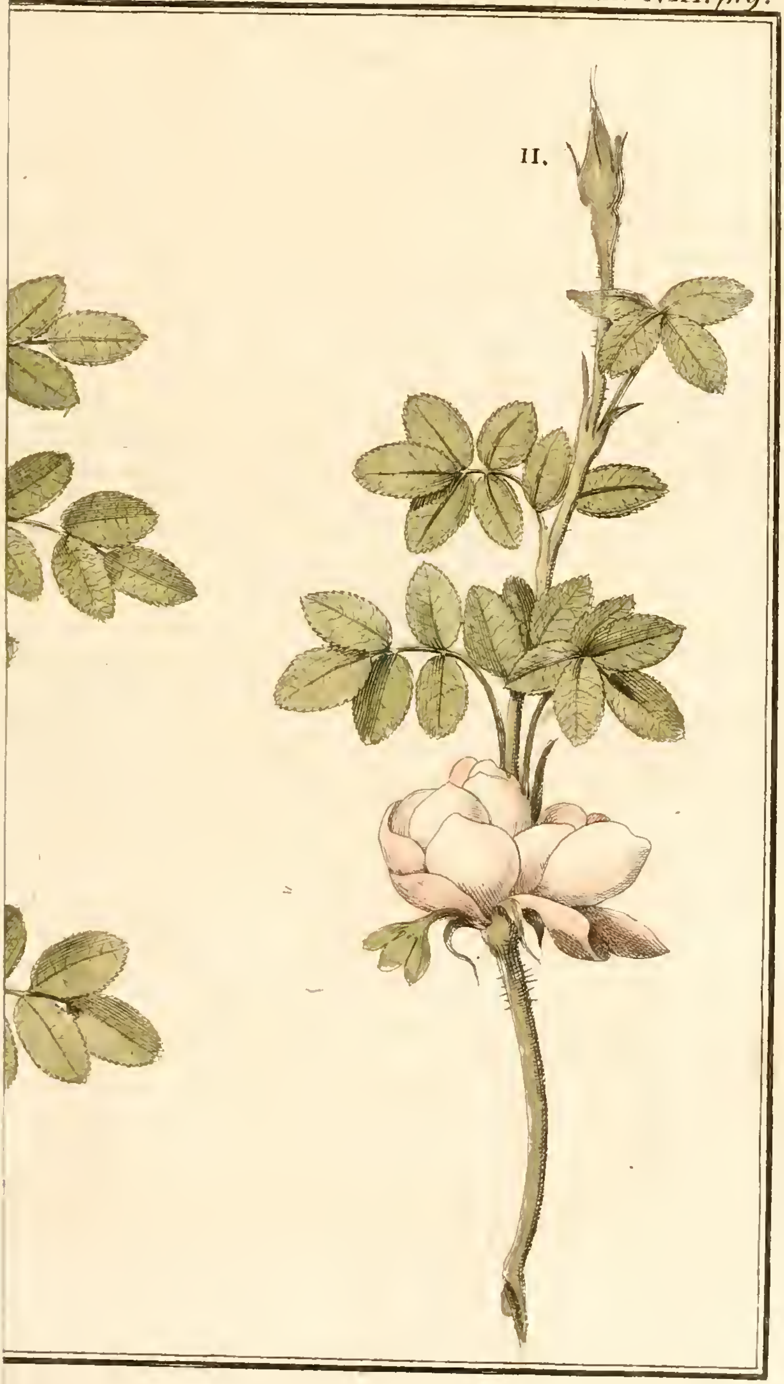
Ma voglio finirla, e dirò solo alcune poche cose di una sesta rosa, la quale, prolifica ancora come tutte le altre, à il ca-

calice della forma che di sopra ò detto, se non che tre de' cinque segmenti di esso si sono svolti in foglie, ed una di queste con quattro, le altre due con tre fogliuzze per ciascuna. E vi è questo di particolare in questa rosa, che uno de' petali perfettamente ellittico, è così come le fogliuzze sogliono essere, ed è verde in mezzo, nel margine poi intorno intorno è rosso di amaranto ed irsutissimo dalla sua base fino ad un buon terzo. Non voglio però lasciar di accennare avere io fatto bollire in acqua gli steli, e quindi quelli disseccati, aver trovato la midolla, ed il legno andarsene dritti per li fatti loro, mostrando di non essersi dato veruno fastidio, e di non aver preso parte alcuna nella formazione di quelle rose prolifiche, ed avervi solamente notata come un' annodatura negli strati corticali, dalla quale annodatura partivano e calice e petali.

Dalla breve descrizione, che delle mie rose ò data così come meglio ò potuto, rileverete bene, mio gentilissimo Amico, esser desse molto simili a quella descritta dal Sig. Marchant, ed alla seconda del Sig. Abate Spadoni, ed all' altra accennata piuttosto, che descritta dal Sig. Duhamel nella sua fisica degli alberi, ove se ne trova ancora una figura (Lib. 3 Cap. 3).

Ora volendo io ragionare alcun poco su queste rose, e già mi piace allungar la lettera, perchè mi piace assaissimo trattenermi con voi, e con voi ragionare di cosa tanto graziosa ed odorosa, quanto la rosa è; dico sembrare alla prima riflessione la singolarità di queste rose non in altro consistere, nè da altro doversi ripetere, se non da un giuoco di trasformazioni, o degenerazioni che vogliansi dire, siccome del calice in foglie, così delle foglie ancora in petali. E per verità a starne alla descrizione datane, non sono forse alcuni segmenti del calice trasformati, o meglio ancor direi, allungati in foglie? E non possono dirsi alcune di quelle foglie semipetali per il loro colore e forma, ed alcuni di quei petali, non si possono dire similmente semifoglie? Nè dovrebbe ciò farne a noi grande meraviglia, giacchè finalmente e foglie e petali sono ostensioni e sviluppi degli strati corticali, quando talvolta veggiamo gli strati ancora degenerare in petali, come avvenir suole ne' fiori che diconsi stradoppii. Ma pure quantunque a primo aspetto un tal dire sembri ragionevole, e lo è in fatti, poichè la cosa va così in parte, nondimeno non soddisfa interamente, e non basta a spiegar tutto, per quanto io ne penso. Non si tratta in fatti di alcuni petali così come sia intorno allo stelo disposti, e li quali possono credersi degenerazioni, ma si tratta bensì di un calice tagliato a cinque pezzi presso a poco come suole essere, e di molti e molti petali, e di tanti, quanti una rosa suole averne, sicchè piena rosa possa e debba dirsi, mancando solo gli organi della fruttificazione, e niente più. Che però, se si volesse pur dire giuoco di metamorfosi nella terza, e quarta, ed anche nella sesta rosa, ripugnerebbe certamente il dirsi della prima, della seconda, e della quinta, le quali perfette rose si possono dire, e tali all' occhio compariscono. Molto meno potrebbe dirsi giuoco di degenerazione nella prima rosa del Sig. Ab. Spadoni, la quale avea pure gli stami, e poi in vece di pistilli aveva una colonnetta su cui poggiava un' altra perfetta rosa, dalla quale ultima ne spuntava lateralmente una terza. Prenderò dunque altra strada per ispiegare, se a Dio piaccia, la formazione e la nascita di tali rose, le quali, a mio credere, debbonsi dire vere rose, sebbene incomplete, che già quel supporre germi dapprincipio mostruosi non mi va a sangue. Ed a tal' uopo mi sembra dover io premettere due cose; l' una delle quali è la bella osservazione del Sig. Mariotte, il quale verso la fine dell' Agosto, avendo tagliato li rami di un rosajo, e tutte le sue foglie, e non essendogli rimasto se non li bottoni, che alla vegnente primavera sbucciar dovevano in rose, avvenne che quei bottoni si aprissero, e producessero rami soltanto, e non già fiore alcuno. Ciò prova dice il lodato Sig. Duhamel; dal quale ò tratto una tale esperienrienza del Mariotte, che li fiori non erano per anche formati nelli detti bottoni, che essi formansi nell' autunno ed anche nell' inverno, e che il taglio de' rami e delle foglie essendo stato d' impedimento alla formazione de' fiori, li bottoni non avevano potuto produrre altro che rami. L' altra cosa da premettere si è, una osservazione che mi pare doversi da me fare, e la quale potrebbe essere importante. Tutte le mie rose già descritte furon tagliate da un solo rosajo; e benchè in quel mio giardino molti e molti fossero pure li rosaj, in nissun' altro mi venne fatto di rinvenir rose così fatte. E parimente trovo, che da un istesso rosajo furono pur recise quelle rose prolifiche, o mostruose che vogliansi dire, le quali descrisse il Sig. Ab. Spadoni. Nè solamente le mie rose furono tutte spiccate da un solo rosajo, ma da quel rosajo, il quale attesa la sua esposizione, ed attenta l' indole particolare della stagione autunnale del passato anno 1802, che non autunno fu, ma tepida primavera (essendosi nel principio avute pioggie copiose da inverno) avea dato nel novembre belle e gioconde ed assai care rose, come poi si ebbero in decembre avanzato e pere e ciriegie e pomi ed altrettali frutti. Ora e chi sa, penso io, che le rose dette prolifiche allora vengan fuori, quando la costituzione meteorologica, ovvero una combinazione di cause qualunque, porta che vi sia, dirò così, un periodo di più nel corso della vegetazione, periodo che all' ordinario non suole avvenire? E non solamente ciò sarà per le rose, ma per li frutti proliferi ancora. Nel principio dell' autunno la vegetazione si ferma all' esterno, e sotto agli ibernacoli la natura nascostamente e nel silenzio lavora sull' embrione, che deve svolgersi nella primavera ventura. Che se mai accada, che dopo un autunno incominciato sopravvenga una spezie di primavera, dopo la quale poi venga inverno, ed indi di nuovo la primavera, ecco, siccome già ò detto, un periodo di più, ecco due fermate in vece di una, e due conseguenti lavori nascosti, e se la cosa lo porti, due sviluppi nella vegetazione. E che mai accaderà in tal caso? Accaderà, che vi possa nascere una spezie di superfetazione, la quale si opererà nella seconda fermata della vegetazione, e se il primo lavoro non era interamente perfezionato, resterà così come trovavasi incompleto ed imperfetto. E senza una costituzione meteorologica, potranno ancora altre cause produrre delle sospensioni nel lavoro segreto della vegetazione, con ripigliarsi poi da capo nuovo lavoro. Riunendo ora le idee ed applicandole all' oggetto nostro, mi pare di poter così discorrere e ragionare. Quelli che dovevano essere bottoni da fiore e da frutto, si restano talvolta, come ò detto avere il Mariotte osservato, ad essere semplicemente bottoni da rami; quando la natura non abbia avuto nè comodo, nè tempo da poter fiore e frutto preparare. Che se vi sia un poco di tempo ed alcun comodo, si potrà incominciare a preparare il fiore, ma non potrà poi intieramente compirsi. In tal guisa il lavoro della natura si rimarrà ad un terzo, ad una metà, a due terzi; e ad un terzo, per cagion di esempio, quando sieno preparati calice e corolla, cose le quali appartengono agli strati corticali, li quali sono certamente li più pieghevoli ad ogni lavoro; a due terzi, quando si abbia avuto agio di operare su gli strati legnosi, e così preparare gli stami; e finalmente sarà lavoro compito, quando vi sia stato tutto il tempo e comodo, perchè la midolla si confermasse in germe fruttifero. Così le mie rose avran dovuto essere state colpite e fermate al primo stadio del lavoro nascosto della natura, la quale poi nella seconda fermata avrà incominciato il lavoro da capo. Al secondo stadio avrà dovuto essere stata fermata la prima rosa del Sig. Ab. Spadoni, la quale era fornita di stami, e così di altre discorrer si potrebbe, come anche di frutti proliferi, li quali non sarebbero che una superfetazione. Da quello dunque che finora ò divisato, voi ben comprendete, mio incomparabile Amico, che io la discorro alla semplice ed alla buona. Ne sarà forse causa la mia vista corta, che non si esten-

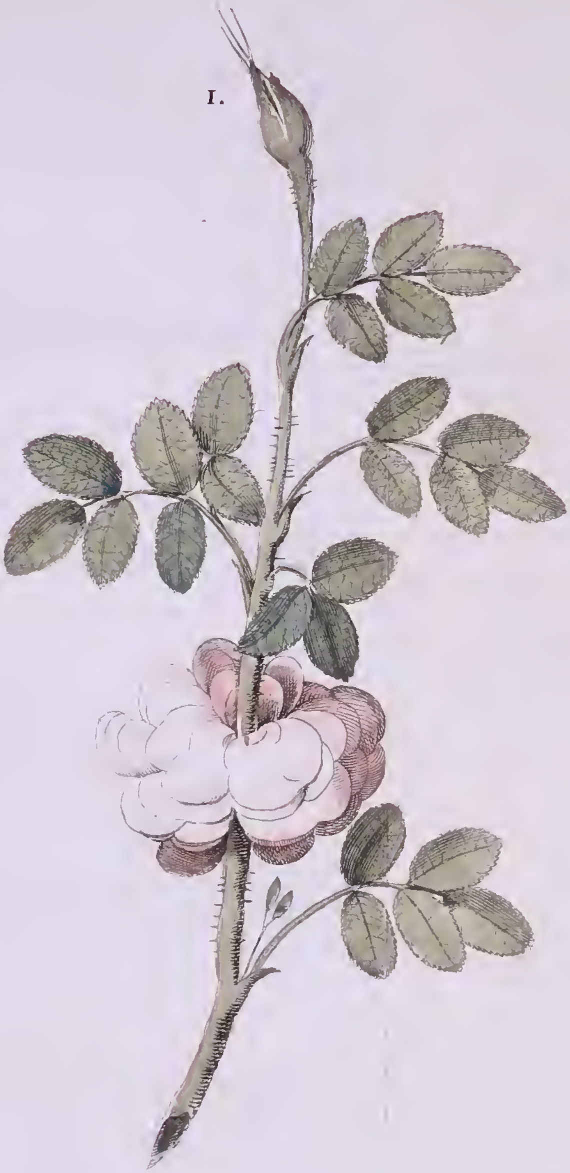
esten-


II.

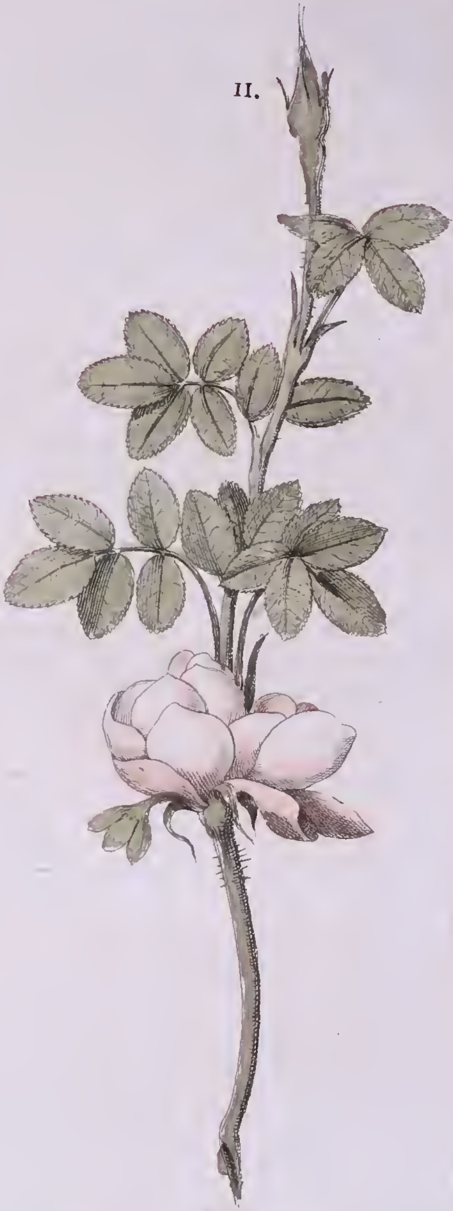
Tav. I.

Soc. Ital. T. XI. p. 9.

I.



II.



estende neppure quanto una spanna, ma io amo spogliar di ogni corteccia di meraviglioso li fenomeni, ed indi spiegarli il più semplicemente che si possa. Ma siano poi nate come che sia quelle rose, purchè voi le troviate e belle ed odorose e grate, ciò deve bastare a me, che non desidero se non piacervi, come quello che sono svisceratissimamente vostro ec.

Molfetta 12 Maggio 1803.

SOPRA UN PROBLEMA TRIGONOMETRICO

MEMORIA

DI FRANCESCO PEZZI

Ricevuta il dì 8 Luglio 1803.

PROBLEMA

Essendo dato un arco di circolo, multiplo di un altro, trovare le più semplici espressioni di tutti i seni e coseni, tangenti e cotangenti, ec. disuguali tra di loro, degli archi sumultipli di quelli, i cui seni e coseni, tangenti e cotangenti, ec., sono eguali al seno e coseno, tangente e cotangente, ec. dell' arco dato

1. Soluzione. Sia π la semicirconferenza del circolo del raggio 1, a un arco qualunque non maggiore di $\frac{\pi}{2}$, vale a dire il minore di tutti gli archi, aventi il medesimo seno e coseno, ec. Non parlerò in primo luogo che de' seni e coseni in quistione, perchè da questi derivano immediatamente le altre linee trigonometriche; egli è noto che gli archi i cui seni e coseni sono eguali fra di loro, sono contenuti nelle Formole seguenti.

$$\text{sen.}\, a = \pm\, \text{sen.}\,[\,(2n+1)\,\pi \mp a\,] = \pm\, \text{sen.}\,(\,2n\pi \pm a\,) \quad (1)$$
$$\cos.\, a = -\cos.\,[\,(2n+1)\,\pi \pm a\,] = \cos.\,(2n\pi \pm a) \quad (2)$$

Nelle quali n è un numero qualunque positivo intiero.

2. Se invece dell' arco a, si pone nelle Formole precedenti l' arco multiplo ma, non $> \frac{1}{2}\pi$, m essendo un numero qualunque positivo intiero, si ha

$$\text{sen.}\, ma = \pm\, \text{sen.}\,[\,(2n+1)\,\pi \mp ma] = \pm\, \text{sen.}\,(2n\pi \pm ma) \quad (3)$$
$$\cos.\, ma = -\cos.\,[\,(2n+1)\,\pi \pm ma\,] = \cos.\,(\,2n\pi \pm ma) \quad (4)$$

Ora per ottenere tutti i seni e coseni degli archi sumultipli, si dividano gli archi precedenti per m, e si avrà

$$\text{sen.}\, a\,;\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{2n+1}{m}\,\pi \mp a\right);\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{2n\pi}{m} \pm a\right) \qquad (5)$$

$$\text{cos.}\, a\,;\ -\,\text{cos.}\left(\frac{2n+1}{m}\,\pi \pm a\right),\ \text{cos.}\left(\frac{2n\pi}{m} \pm a\right) \qquad (6)$$

Fra le espressioni (5) e (6), egli è d' uopo di distinguere tutti i seni e coseni disuguali tra di loro, da quelli ch' essendo eguali, devono per conseguenza essere ricusati.

3. Dico in primo luogo che non si possono sostituire a n per quest' oggetto nelle espressioni (5) e (6), che i valori seguenti

$$n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ \frac{m-1}{2}\ \text{ovvero}\ \frac{m-2}{2} \qquad (7)$$

$\frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m-2}{2}$ secondo che m sarà dispari ovvero pari, in guisa che l' ultimo e più grande valore di $2n$ se m è dispari, ovvero di $2n + 1$ se m è pari, sia $= m - 1$; tale sostituzione darà

$$\text{sen.}\, a\,;\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{1}{m}\,\pi \mp a\right);\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{2}{m}\,\pi \pm a\right);\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{3}{m}\,\pi \mp a\right);$$

$$\ldots\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{m-1}{m}\,\pi \mp a\right)\ \text{ovvero}\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{m-1}{m}\,\pi \pm a\right) \qquad (8)$$

$$\text{cos.}\, a\,;\ -\,\text{cos.}\left(\frac{1}{m}\,\pi \pm a\right);\ \text{cos.}\left(\frac{2}{m}\,\pi \pm a\right);\ -\,\text{cos.}\left(\frac{3}{m}\,\pi \pm a\right);$$

$$\ldots\ -\,\text{cos.}\left(\frac{m-1}{m}\,\pi \pm a\right)\ \text{ovvero}\ \text{cos.}\left(\frac{m-1}{m}\,\pi \pm a\right) \qquad (9)$$

Si prenderà l' ultimo o il penultimo de' termini precedenti secondo che m sarà dispari ovvero pari.

4. Coi valori successivi dati quì sopra a n, i quali hanno generato le espressioni (8) e (9), non si è supposto altro, che i numeratori delle frazioni $\frac{2n}{m}$, $\frac{2n+1}{m}$, i quali esprimono tutti i numeri intieri, acquistino conveniente-

mente i valori successivi $1, 2, 3, \ldots m-1$; o non principia questa serie, perchè i valori che ne risulterebbero sono già dati ne' primi termini sen. a, cos. a; in guisa che $\frac{2n}{m}$ e $\frac{2n+1}{m}$ non possono mai essere numeri intieri, senza dare, come si vedrà fra breve, dei valori o inutili, o eguali a quelli già ottenuti in virtù di un' ipotesi anteriore di $n =$ ad alcuno de' termini della serie $1, 2, 3, \ldots\ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m-2}{2}$.

5. In fatti se $\frac{2n}{m}$ e $\frac{2n+1}{m}$ fossero numeri intieri, il primo pari ed il secondo dispari, e quest'ultimo non può essere altrimenti, i seni e coseni delle Formole (5) e (6) sarebbero rispettivamente eguali fra di loro ed eguali a sen.a, cos.a, in virtù delle equazioni (1) e (2); essi devono dunque essere rigettati.

6. In generale egli è evidente, che secondo la condizione del problema, si deve esclndere ogni espressione di seno e coseno trovata con valori di n, maggiori di quelli della serie (7), la quale fosse eguale ad un' altra, somministrata da qualcuno de' termini di questa medesima serie: si dovrà similmente ricusare qualunque valore di seni e coseni d' archi sumultipli, trovato in seguito di una supposizione a $2n$ ovvero a $2n+1$, nelle espressioni $\frac{2n}{m}$, $\frac{2n+1}{m}$, il quale non fosse contenuto nelle espressioni (5) e (6): perchè tali seni e coseni non apparterrebbero più ad archi sumultipli di alcuno di quelli, che sono espressi dalle Formole (3) e (4), e che sono i soli, i cui seni e coseni si uguaglino fra di loro: finalmente qualunque espressione di seno o coseno, che sia riduttibile ad una espressione finale del seno o coseno dell'

dell' arco il più semplice, dev' essere abbandonata, e si deve prendere quest' ultima invece della prima.

7. Invano per trovare nuovi valori di seni o coseni d'archi sumultipli, si supporrebbe $\frac{2n}{m}$ = ad un numero dispari $= 2k. + 1$; poichè allora si avrebbe

$$\pm \text{sen.}\left(\frac{2n}{m}\pi \pm a\right) = \pm \text{sen.}[(2k+1)\pi \pm a] = -\text{sen.}a$$

$$\pm \text{sen.}\left(\frac{2n+1}{m}\pi \mp a\right) = \pm \text{sen.}\left(\frac{(2k+1)m+1}{m}\pi \mp a\right) = \mp \text{sen.}\left(\frac{1}{m}\pi \mp a\right)$$

E $\cos.\left(\frac{2n}{m}\pi \pm a\right) = \cos.[(2k+1)\pi \pm a] = -\cos.a$

$$-\cos.\left(\frac{2n+1}{m}\pi \pm a\right) = -\cos.\left(\frac{(2k+1)m+1}{m}\pi \pm a\right) = +\cos.\left(\frac{1}{m}\pi \pm a\right)$$

Si ricuseranno i quattro risultati precedenti, perchè non compresi nelle espressioni (5) e (6).

8. Per la medesima ragione, non si potranno prendere $\frac{2n}{m}$ e $\frac{2n+1}{m}$ eguali ciascuno ad un numero frazionario: si esauriscano a quest' oggetto le seguenti combinazioni

$\frac{2n}{m} = 2b + \frac{2c}{m}$; m potrà esser pari o dispari

$\frac{2n}{m} = 2b + 1 + \frac{2c}{m}$; m dev' esser pari

$\frac{2n}{m} = 2b + 1 + \frac{2c+1}{m}$, m dev' esser dispari

Dalle quali si dedurranno quelle relative a $\frac{2n+1}{m}$, e presi i seni e coseni corrispondenti, il cui calcolo per brevità quì sopprimo, si vedrà la verità dell' asserzione precedente.

9. Quindi $\frac{2n}{m}$ e $\frac{2n+1}{m}$ non potendo essere ciascuno, un numero intiero nè un numero frazionario, senza dare

de'valori o di già trovati, o non legittimi, egli è necessario ch' essi siano in particolare delle frazioni, cioè n si potrà al più eguagliare successivamente ai termini della serie (7), di cui $2n$ rappresenta tutti i termini risultanti pari, e $2n+1$ i termini dispari.

10. Or le serie (8) e (9), aventi ciascuna m termini, danno m espressioni conformi alle (5) e (6): ma le due ultime di queste sono doppie a motivo del doppio segno $\pm$; dunque il numero de' loro termini, dai primi in fuori, è $= 2(m-1)$: la quistione è quindi ridotta di presente a trovare quante di queste $2(m-1)$ espressioni, soddisfacciano al problema.

11. Sia a quest' oggetto in primo luogo m un numero dispari $= 2k+1$; le espressioni (8) e (9) diverranno, prescindendo dai primi termini sen. a, cos. a, che non possono essere eguali ad alcuno di quelli delle mentovate serie

$$\left.\begin{aligned}&+\text{sen.}\left(\frac{1}{2k+1}\pi-a\right);+\text{sen.}\left(\frac{2}{2k+1}\pi+a\right);\;+\ldots\ldots\\&\text{sen.}\left(\frac{k}{2k+1}\pi\pm a\right);\ldots+\text{sen.}\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi-a\right);+\text{sen.}\left(\frac{2k}{2k+1}\pi+a\right)\\&-\text{sen.}\left(\frac{1}{2k+1}\pi+a\right);-\text{sen.}\left(\frac{2}{2k+1}\pi-a\right);\ldots-\text{sen.}\left(\frac{k}{2k+1}\pi\mp a\right);\\&\ldots\ldots\ldots-\text{sen.}\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi+a\right);-\text{sen.}\left(\frac{2k}{2k+1}\pi-a\right)\end{aligned}\right\}\;(1$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{e}-\cos.\left(\frac{1}{2k+1}\pi+a\right);+\cos.\left(\frac{2}{2k+1}\pi+a\right);\ldots\ldots\pm\\&\cos.\left(\frac{k}{2k+1}\pi+a\right);\ldots-\cos\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi+a\right);+\cos.\left(\frac{2k}{2k+1}\pi+a\right)\\&-\cos.\left(\frac{1}{2k+1}\pi-a\right);+\cos.\left(\frac{2}{2k+1}\pi-a\right);\ldots\pm\cos.\left(\frac{k}{2k+1}\pi-a\right);\\&\ldots\ldots\ldots-\cos.\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi-a\right);+\cos.\left(\frac{2k}{2k+1}\pi-a\right)\end{aligned}\right\}\;(1$$

Egli è chiaro che i seni e coseni che si corrispondono in queste serie sono disuguali fra di loro; ed i seni equidistanti dai medj, sono eguali fra di loro, perch'essi appartengono ad archi, che sono supplementi gli uni degli altri: or poichè il secondo medio sen.$\left(\frac{k+1}{2k+1}\pi \mp a\right)$ è eguale al suo antecedente sen.$\left(\frac{k}{2k+1}\pi \pm a\right)$, si potranno escludere i seni da $\pm$ sen.$\left(\frac{k+1}{2k+1}\pi \pm a\right)$ sino a $\pm$ sen.$\left(\frac{2k}{2k+1}\pi \pm a\right)$ inclusivamente; ora i coseni che sono equidistanti dai medj, come per esempio, cos.$\left(\frac{2k}{2k+1}\pi + a\right)$ e $-$cos.$\left(\frac{1}{2k+1}\pi - a\right)$, &c. aventi de' segni contrarj, ed appartenendo ad archi supplementarj gli uni degli altri, sono eguali fra di loro: dunque si potranno escludere i coseni da cos.$\left(\frac{k+1}{2k+1}\pi \pm a\right)$ sino a cos.$\left(\frac{2k}{2k+1}\pi \pm a\right)$ inclusivamente; dunque le serie (10) e (11) diverranno, ponendovi i termini sen.a e cos.a,

$$\left.\begin{array}{l}
\text{sen.}\,a\,; + \text{sen.}\left(\frac{1}{2k+1}\pi - a\right); + \text{sen.}\left(\frac{2}{2k+1}\pi + a\right); + \\
\text{sen.}\left(\frac{3}{2k+1}\pi - a\right); + \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + \text{sen.}\left(\frac{k}{2k+1}\pi \pm a\right) \\
\quad - \text{sen.}\left(\frac{1}{2k+1}\pi + a\right); - \text{sen.}\left(\frac{2}{2k+1}\pi - a\right); + \\
\text{sen.}\left(\frac{3}{2k+1}\pi + a\right); - \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; - \text{sen.}\left(\frac{k}{2k+1}\pi \mp a\right)
\end{array}\right\} (12)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\text{E}\ \cos.\,a\,; - \cos.\left(\frac{1}{2k+1}\pi + a\right); + \cos.\left(\frac{2}{2k+1}\pi + a\right); - \\
\cos.\left(\frac{3}{2k+1}\pi + a\right);\,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \cos.\left(\frac{k}{2k+1}\pi + a\right) \\
\mp \cos.\left(\frac{1}{2k+1}\pi - a\right); + \cos.\left(\frac{2}{2k+1}\pi - a\right); - \\
\cos.\left(\frac{3}{2k+1}\pi - a\right);\,.\;.\;.\;.\;.\;.\; \pm \cos.\left(\frac{k}{2k+1}\pi - a\right).
\end{array}\right\} (13)$$

Negli ultimi termini delle serie precedenti (12) e (13), si prenderà il segno superiore, ovvero l' inferiore secondo che k sarà pari ovvero dispari.

12. Sia in secondo luogo m pari $= 2k$, le espressioni (8) e (9) diverranno, astraendo dai primi termini sen.a e cos.a,

$$\left.\begin{array}{l}
+\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi - a\right);\ +\,\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi + a\right);\ +\ \ldots\ldots\ +\\
\text{sen.}\left(\frac{k}{2k}\pi \mp a\right);\ +\ \ldots\ldots\ldots\ +\,\text{sen.}\left(\frac{2k-1}{2k}\pi - a\right)\\
-\,\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi + a\right);\ -\,\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi - a\right);\ -\ \ldots\ldots\ -\\
\text{sen.}\left(\frac{k}{2k}\pi \pm a\right);\ -\ \ldots\ldots\ldots\ -\,\text{sen.}\left(\frac{2k-1}{2k}\pi + a\right)
\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\text{E} - \text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi + a\right);\ +\,\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi + a\right),\ \ldots\ldots\ \pm\\
\text{cos.}\left(\frac{k}{2k}\pi + a\right);\ \ldots\ldots\ldots\ -\,\text{cos.}\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi + a\right)\\
-\,\text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi - a\right);\ +\,\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi - a\right);\ \ldots\ldots\ \pm\\
\text{cos.}\left(\frac{k}{2k}\pi - a\right);\ \ldots\ldots\ -\,\text{cos.}\left(\frac{2k-1}{2k+1}\pi - a\right).
\end{array}\right\}$$

I seni o coseni che si corrispondono sono rispettivamente disuguali fra di loro; l'ultimo termine sen. $\left(\frac{2k-1}{2k}\pi - a\right)$ della prima serie, è eguale al primo della seconda serie, preso con un segno contrario, cioè $= -\left[-\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi + a\right)\right]$; similmente il penultimo della prima, è eguale al secondo della seconda, col segno mutato; e così discorrendo; allo stesso modo l' ultimo termine $-$ sen. $\left(\frac{2k-1}{2k}\pi + a\right)$ della seconda serie è eguale al primo sen. $\left(\frac{1}{2k}\pi - a\right)$ della la prima serie col segno contrario, e così degli altri; di più i termini medj delle due serie sono eguali a $\pm \text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - a\right)$; dunque le serie (14) possono essere espresse nella forma seguente

$$\left.\begin{array}{l} \pm\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi - a\right);\ \pm\,\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi + a\right); \\ \quad \pm\,\text{sen.}\left(\frac{3}{2k}\pi - a\right);\pm \ldots \pm\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - a\right) \\ \text{+ ovvero — nell' ultimo termine, secondo che } k \text{ sarà dispari} \\ \text{ovvero pari} \\ \mp\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi + a\right),\ \mp\,\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi - a\right); \\ \quad \mp\,\text{sen.}\left(\frac{3}{2k} + a\right);\mp \ldots \mp\,\text{sen.}\left(\frac{k-1}{2k}\pi \mp a\right) \end{array}\right\}(16)$$

— ovvero + a, secondo che k sarà dispari ovvero pari, il seno essendo negativo.

La stessa osservazione vale per gli ultimi, penultimi, ec. termini della prima o seconda serie (15), paragonati ai primi, secondi, ec. termini della seconda o prima serie, quindi si avrà

$$\left.\begin{array}{l} \mp\,\text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi + a\right); \pm\,\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi + a\right); \ldots \pm\,\text{cos.}\left(\frac{1}{2}\pi - a\right) \\ \mp\,\text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi - a\right); \pm\,\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi - a\right);\ \ldots\ \mp\,\text{cos.}\left(\frac{k-1}{2k}\pi - a\right) \end{array}\right\}(17)$$

Ora i termini delle serie (16) e (17), prescindendo dai termini $\pm\,\text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - a\right)$, $\pm\,\text{cos.}\left(\frac{1}{2}\pi - a\right)$, $\mp\,\text{cos.}\left(\frac{k-1}{2k}\pi - a\right)$, preceduti dai segni inferiori appartengono ad archi, i cui multipli, non hanno seni o coseni $=\text{sen.}\,2ka$ ovvero $\text{cos.}\,2ka$, ma bensì gli hanno $= -\,\text{sen.}\,2ka$, ovvero $-\,\text{cos.}\,2ka$; dunque si ricuseranno, e si avrà, restituendo i termini $\text{sen.}\,a$, $\text{cos.}\,a$,

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen.}\,a\,;\ +\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi-a\right);\ +\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi+a\right);\\ +\text{sen.}\left(\frac{3}{2k}\pi-a\right);\ \ldots\ldots\ldots\ \pm\text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi-a\right)\\ -\text{sen.}\left(\frac{1}{2k}\pi+a\right);-\text{sen.}\left(\frac{2}{2k}\pi-a\right);\\ -\text{sen.}\left(\frac{3}{2k}\pi+a\right);\ldots-\text{sen.}\left(\frac{k-1}{2k}\pi\mp a\right) \end{array}\right\}\ (18$$

Ne' due ultimi termini delle serie precedenti, si prenderà il segno superiore, ovvero l' inferiore, secondo che k sarà dispari ovvero pari; e

$$\left.\begin{array}{l} \text{cos.}\,a\,;-\text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi+a\right);\ +\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi+a\right);\\ -\text{cos.}\left(\frac{3}{2k}\pi+a\right);\ \ldots\ \pm\text{cos.}\left(\frac{1}{2}\pi-a\right)\\ -\text{cos.}\left(\frac{1}{2k}\pi-a\right);+\text{cos.}\left(\frac{2}{2k}\pi-a\right);\\ -\text{cos.}\left(\frac{3}{2k}\pi-a\right);\ \ldots\ \mp\text{cos.}\left(\frac{k-1}{2k}\pi-a\right) \end{array}\right\}\ (19$$

Ne' due ultimi termini precedenti, si prenderà il segno superiore ovvero l' inferiore, secondo che k sarà pari ovvero dispari.

13. Le espressioni (12) e (18) danno, la prima $2k+1$, e la seconda $2k$, vale a dire ciascuna m seni più semplici possibili, diversi fra di loro, d' archi sumultipli; la stessa cosa risulta per i seni e coseni forniti dalle serie (13) e (19); tali espressioni sono le più semplici possibili, perchè ottenute coi minori possibili valori di $2n$, e di $2n+1$ nelle Formole (5) e (6); ma ciò indipendentemente dall' arco dato ma; or siccome quest' arco si è supposto non $> \frac{1}{2}\pi$, così la maggiore semplicità delle mentovate espressioni è assoluta, perchè gli archi contenuti in queste sono ciascuno, non mai maggiori di $\frac{1}{2}\pi$: sia $ma < \frac{1}{2}\pi$, ovvero $a = \frac{\pi}{2mr}$, r essendo un numero > 1; il più grand' arco contenuto nelle espressio-

sioni (12) e (13) è $\frac{k}{2k+1}\pi + a = \left(\frac{k}{2k+1} + \frac{1}{2r(2k+1)}\right)\pi = \frac{2rk+1}{2r(2k+1)}\pi$; e quest' arco è $< \frac{\pi}{2}$, ed è $= \frac{1}{2}\pi$, quando $r=1$, ovvero $ma = \frac{1}{2}\pi$; similmente il più grand'arco delle espressioni (18) e (19) è $\frac{k-1}{2k}\pi + a = \left(\frac{k-1}{2k} + \frac{1}{4rk}\right)\pi = \frac{2r(k-1)+1}{4rk}\pi$, ed il coefficiente di π è $< \frac{1}{2}$, anche supponendo $r=1$, cioè $ma = \frac{1}{2}\pi$: inoltre i minori archi delle serie in quistione sono positivi, nella stessa ipotesi di $ma < \frac{1}{2}\pi$; perchè tali archi sono $\frac{1}{2k+1}\pi - a$, ovvero $\frac{1}{2k}\pi - a$, cioè $\frac{1}{2k+1}\pi - \frac{1}{2r(2k+1)}\pi$, ovvero $\frac{1}{2k}\pi - \frac{1}{4rk}\pi$; ciò ch' è anche vero, ponendo $r=1$, ovvero $ma = \frac{1}{2}\pi$.

14. Se venisse proposto un arco $ma > \frac{1}{2}\pi$, allora si ridurrà il suo seno o coseno a quello dell' arco il più semplice, che non sarà mai $> \frac{1}{2}\pi$; d' onde si dedurrà il valore di a, quello di m essendo dato; e se il seno o coseno così ridotto, avrà il segno $-$, allora si cangeranno i segni delle espressioni (12), (13), (18) e (19).

15. Si possono ora riunire i risultati precedenti, in tre teoremi, due de' quali sono i termini generali delle espressioni (12) e (18), (13) e (19); tali teoremi ci sembrano degni di attenzione per essere stati dimostrati *a priori*, e per la loro semplicità e vantaggio di cui forse riusciranno talvolta nell' Analisi.

Teorema 1. Se x è un arco di circolo, m un numero in-

intiero, mx un multiplo di quest' arco, non vi sono che m seni o coseni, disuguali tra di loro, d' archi sumultipli di quelli, i cui seni e coseni sono eguali al seno e coseno dell' arco dato mx.

Teorema 2. Tutti i seni disuguali fra di loro, della forma la più semplice possibile degli archi sumultipli di quelli, i cui seni eguagliano quello dell' arco dato mx, sono rappresentati nella Formola

$$\text{sen } x = \pm \text{sen.} \left(\frac{n}{m} \pi \pm (-1)^n x\right) \qquad (20)$$

Nella quale si farà successivamente $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ $\ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$: $\frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m sarà dispari o pari: per ciascuno de' valori di n si piglierà due volte l' espressione precedente, una co' segni superiori, e l' altra cogl' inferiori; nel caso di $n = 0$, delle due espressioni eguali $\pm$ sen. $\pm x$, non si terrà che una sola sen. x; e quando $n = \frac{m}{2}$, il valore corrispondente essendo $\pm$ sen. $\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$, questo non si prenderà che una sola volta col segno superiore ovvero coll' inferiore, secondo che $\frac{m}{2}$ sarà un numero dispari ovvero pari.

Teorema 3. Tutti i coseni disuguali fra di loro della forma la più semplice possibile, degli archi sumultipli in quistione, sono dati dalla Formola

$$\cos. x = (-1)^n \cos. \left(\frac{n}{m} \pi \pm x\right) \qquad (21)$$

Nella quale si farà successivamente $n = 0, 1, 2, \ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$: $\frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m è dispari ovvero pari; e per ciascuno de' valori di n, si prenderà due volte l' espressione precedente, una coll' arco x preceduto dal segno superiore, l' altra collo stesso arco avente il segno in-

inferiore, trattone il caso di $n = 0$, in cui de' due valori eguali $\cos.\pm a$, non si terrà che un solo $\cos. a$; e nel caso di m pari, quando $n = \frac{m}{2}$, essa divenendo $\pm \cos.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$, non si prenderà che una sola volta col segno superiore ovvero coll'inferiore, secondo che $\frac{m}{2}$ sarà pari ovvero dispari.

16. Dalle formole precedenti (20) e (21), egli è facile di trarre le più semplici espressioni delle tangenti, cotangenti, secanti e cosecanti degli archi sumultipli di tutti quelli le cui tangenti, cotangenti, secanti e cosecanti sono eguali alla linea analoga dell'arco mx; e si troverà

$$\text{tang.} x = \pm \text{tang.}\left(\frac{n}{m}\pi \pm x\right) \qquad (22)$$

$$\cot. x = \pm \cot.\left(\frac{n}{m}\pi \pm x\right) \qquad (23)$$

$$\sec. x = (-1)^n \sec.\left(\frac{n}{m}\pi \pm x\right) \qquad (24)$$

$$\text{cosec.} x = \pm \text{cosec.}\left(\frac{n}{m}\pi \pm (-1)^n x\right) \qquad (25)$$

Si farà successivamente ne' quattro termini generali precedenti $n = 0, 1, 2, \ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m sarà dispari ovvero pari; e per ciascuno valore di n, si prenderanno due volte questi termini, una co' segni superiori, l'altra cogl' inferiori: nel caso di $n = 0$, de' doppj valori eguali $\pm \text{tang.} \pm x$, $\pm \cot. \pm x$, $\sec. \pm x$, $\pm \text{cosec.} \pm x$, non si terranno che i soli rispettivamente $\text{tang.} x$, $\cot. x$, $\sec. x$, $\text{cosec.} x$, e ove $n = \frac{m}{2}$, si porrà mente, che le formole (22) e (23) sono rispettivamente eguali a $-\text{tang.}\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$ ed a $-\cot.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$ ed i termini (24) e (25) diverranno

$\pm$ sec. $\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$, $\mp$ cosec. $\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$; e questi non si prenderanno che una sola volta col segno superiore ovvero coll' inferiore, secondo che $\frac{m}{2}$ sarà un numero pari ovvero dispari.

17. Si potrebbero per mezzo delle formole precedenti, render più semplici diversi risultati dell' Algebra, e dare ad essi un senso più facile ad essere rettamente interpretati nella loro generalità. Fors' anche qualche Capitolo dell' Opera immortale di *Eulero*, che à per titolo, *Introductio in Analysim infinitorum*, ne riceverebbe una non mediocre chiarezza ed incremento; ma temendo di allungare questa Memoria, oltre l' importanza della materia, mi ristringerò ad accennare solamente pochi casi particolari.

18. Il nostro Presidente Antonio Cagnoli ha dato nell' eccellente sua Opera sulla trigonometria, la soluzione trigonometrica delle equazioni di 2.° e 3.° grado; e nel caso irreducibile, ch' è compreso nella Formola $x^3 - px \pm q = 0$, Egli trova per prima radice nel caso di $+q$, $x = 2\sqrt{\frac{1}{3}p}\cdot$sen.$A$, essendo nelle tavole sen.$3A = \frac{3q}{p}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{3}p}}$; ora la Formola (20), in cui $x = A$, $m = 3$, e $n = 1$, il valore di $n = 0$, essendo di già esaurito con quello di sen.A, somministra subito senz' altra indagine per le altre due radici, gli altri due seni sumultipli, cioè $\pm$ sen. $(60^\circ \mp A)$: nel caso di $-q$, l' arco A diventando negativo, sen.A si cangia in $-$sen.A, e si avranno gli altri due seni, ponendo nell'espressione precedente $-A$ invece di $+A$; quindi essa diverrà $\pm$ sen.$(60^\circ \pm A)$; ora raccogliendo in una sola le espressioni omogenee, si avranno nel caso mentovato dell'equazione $x^3 - px \pm q = 0$, le tre radici seguenti

$x =$

$$x = \pm\, 2\sqrt{\tfrac{1}{3}p}\,.\,\text{sen.}\,A$$

$$x = \pm\, 2\sqrt{\tfrac{1}{3}p}\,.\,\text{sen.}\,(\,60^\circ - A\,)$$

$$x = \mp\, 2\sqrt{\tfrac{1}{3}p}\,.\,\text{sen.}\,(\,60^\circ + A\,)$$

Con eguale rapidità si trovano le tre radici dell' equazione $z^3 - 3z + \text{cord.}\,2a = 0$, ovvero $\text{cord.}^3\frac{2}{3}a - 3\text{cord.}\frac{2}{3}a + 2\,\text{sen.}\,a = 0$, assegnate dal Chiarissimo Autore, dopo di aver Egli dimostrato essere false le due $\text{cord.}\left(60^\circ + \frac{2}{3}a\right)$, $\text{cord.}\left(120^\circ + \frac{2}{3}a\right)$ date per vere dal D' Alembert. In fatti supponendo $z = \text{cord.}\frac{2}{3}a = 2\,\text{sen.}\frac{1}{3}a$, si ha $\text{sen.}^3\frac{1}{3}a - \frac{3}{4}\,\text{sen.}\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}\,\text{sen.}\,a = 0$ le cui radici, essendo quì il raggio dell' equazione eguale a quello delle Tavole $= 1$, sono così semplicissimamente espresse, cioè 1ª radice $2\,\text{sen.}\frac{1}{3}a = \text{cord.}\frac{2}{3}a$; 2ª $2\,\text{sen.}\left(60^\circ - \frac{1}{3}a\right) = \text{cord.}\left(120^\circ - \frac{2}{3}a\right)$; 3ª $-\,2\,\text{sen.}\left(60^\circ + \frac{1}{3}a\right) = -\,\text{cord.}\left(120^\circ + \frac{2}{3}a\right)$.

19. L' equazione $y^m \mp 1 = 0$ contiene oltre la radice 1, tutte le radici dell' unità diverse dall' unità medesima: egli è noto che a tale equazione soddi-fà questa $y = \cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen.}\,x$, perchè $y^m = \cos.\,mx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen.}\,mx = \pm 1$, quando $mx = 2n\pi$ ovvero $(\,2n + 1\,)\pi$, π essendo la semicirconferenza del raggio 1: vediamo brevemente come si debbano applicare rettamente le Formole (20) e (21) alla ricerca delle suddette radici; sia $\cos.\,mx = +1 = \cos.\,2n\pi$: a quest

ipotesi corrisponde primitivamente l'ultima delle espressioni (5) e (6), ove $a = 0$: e perciò ne' secondi membri delle citate Formole x diviene 0; od invece di n si porrà $2n$, n essendo successivamente $= 0, 1, 2, \ldots\ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m è dispari ovvero pari, e quindi

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen.}\, x = \text{sen.}\, \frac{2n}{m}\pi \\ \cos.\, x = \cos.\, \frac{2n}{m}\pi \end{array}\right\} \qquad (26)$$

e

$$y = \cos.\, \frac{2n}{m}\pi \pm \sqrt{-1}\,\text{sen.}\, \frac{2n}{m}\pi \qquad (27)$$

Il numero de' seni e coseni sumultipli, diversi fra di loro, sarà $\frac{m+1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}+1$, secondo che m sarà dispari ovvero pari: ma l'espressione (27), oltre i coseni degli archi sumultipli, contiene anche i loro seni col doppio segno, perciò ad ogni valore di n se ne avranno due di y, e quindi in tutto $m+1$ ovvero $m+2$, secondo che m sarà dispari ovvero pari: ma nel primo caso essendo $\text{sen.}\, 0\pi = 0$, questi si ridurranno a sole m radici diverse, e nel secondo essendo $\text{sen.}\, 0\pi = 0$, e $\text{sen.}\, \frac{m}{m}\pi = 0$, esse si ridurranno a sole m radici diverse: e l'equazione (27) contiene tutte le m radici diverse dell'equazione $y^m - 1 = 0$.

20. Sia $\cos.\, mx = -1 = \cos.\, (2n+1)\pi$: a tale ipotesi corrisponde primitivamente la seconda delle espressioni (5) e (6), e quella del coseno si deve prendere col segno mutato, e quindi nelle Formole (20) e (21) x diviene 0, ed invece di n si porrà $2n+1$, n essendo $= 0, 1, 2, 3, \ldots \frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m-2}{2}$ secondo che m sarà dispari ovvero pari: in quest'ultimo caso il valore di $n = \frac{m}{2} - 1$ è dedotto dalle serie

rie (18) e (19), i cui ultimi termini nelle due prime serie devono trascurarsi, a motivo che sen.$k\pi=0$, e cos.$k\pi=-1$, k rappresentando un numero dispari, e fornendo quindi un valore di già trovato coll' ipotesi di $n=0$, quindi si ha in virtù de' penultimi termini $n=k-1=\frac{m}{2}-1$, onde le Formole mentovate danno

$$\left.\begin{aligned}\text{sen.}\,x &= \text{sen.}\frac{2n+1}{m}\pi\\ \cos.\,x &= \cos.\frac{2n+1}{m}\pi\end{aligned}\right\}\qquad(28)$$

E $$y=\cos.\frac{2n+1}{m}\pi\pm\sqrt{-1}\,\text{sen.}\frac{2n+1}{m}\pi\qquad(29)$$

La quale esprime tutte le m radici dell' equazione $y^m+1=0$.

Il numero de' seni e coseni sumultipli (28) è $\frac{m-1}{2}+1=\frac{m+1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m è dispari ovvero pari; e a motivo del doppio segno che precede sen.$\frac{2n+1}{m}\pi$ nell' espressione di y, cioè delle radici in quistione, il loro numero sarà di $m+1$, ovvero di m, secondo che m sarà dispari ovvero pari: ma nel primo caso, l' ultimo valore di n dà sen.$\frac{m}{m}\pi=0$; dunque esse si riducono in ambi i casi a m radici diverse, conformemente alla teoria delle equazioni.

Il doppio segno è scomparso nelle espressioni (26) e (27), poichè questo è introdotto nelle formole (3) e (4) dall' arco ma che quì è $=0$: nella formola (2) si ha $-\cos.ma=-\cos.0=-1=\cos.(2n+1)\pi$, quindi il simbolo $\cos.(2n+1)\pi$, resta positivo.

21. All' equazione $y^m=\pm1$ soddisfà l' equazione $y^m=\cos.x\pm\sqrt{-1}\,\text{sen.}x$, essendo l' arco $mx=2n\pi$ ovvero $(2n+1)\pi$, secondo che vale il segno superiore ovvero l' in-

feriore ; nè si può invece dell' arco $(2n+1)\pi$, il cui coseno corrisponde all' equazione $y^m = -1$, prendere l' arco $2n\pi$, come per l' arco $2n\pi$, il cui coseno corrisponde all' equazione $y^m = +1$, non si può prendere l' arco $(2n+1)\pi$; e ciò per la ragione che nella formola $y^m = (\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^m = \cos.mx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.mx$, $\cos.x$ e $\cos.mx$ sono necessariamente positivi : poichè in generale sarebbe falsa l' equazione $y^m = (-\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^m = -\cos.mx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.mx$: nientemeno v' ha modo di trovare tutte le radici in quistione, prendendo nel caso di m dispari, inversamente l' espressione degli archi precedenti . In fatti moltiplichisi l' equazione $(\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^m = \cos mx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.mx$ per $(-1)^m$, si avrà $(-\cos.x \mp \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^m = (-1)^m(\cos.mx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.mx)$, e quindi

$$\left.\begin{array}{l}(-\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^{2m} = \cos.2mx \mp \sqrt{-1}\,\text{sen}.2mx \\ (-\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^{2m+1} = -\cos.(2m+1)x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.(2m+1)x\end{array}\right\}$$

Perciò essendo proposta l' equazione $y^m = \pm 1$, vi sodisfarà il valore $y = -\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x$, poichè $y^m = (-1)^m(\cos.mx \mp \sqrt{-1}\,\text{sen}.mx) = \pm 1$, purchè suppongasi l' arco multiplo $mx = 2n\pi$ ovvero $(2n+1)\pi$, m essendo pari, quando $y^m = +1$ ovvero -1 ; ed in questo caso gli archi multipli sono li stessi di prima (n.° 19); ed i valori di y saranno pure li stessi che quelli contenuti nelle formole (27) e (29), purchè per i coseni negativi si prendano i coseni positivi corrispondenti, e tali valori si troveranno scritti in un ordine inverso : nel caso poi di m dispari l' arco multiplo mx sarà $=(2n+1)\pi$ ovvero $2n\pi$, secondo che $y^m = +1$ ovvero -1 ; ed allora si avranno gli archi multipli nel senso inverso di prima (n.° 19) : ma se ai coseni negativi si sostituiranno quelli de' supplementi, si troveranno anche quì i medesimi valori di prima (n.° 19), ma scritti nell' ordine inverso : ne ometto il calcolo per brevità, ed ho voluto fare quest' osservazione in grazia della generalità dell' Algebra e della giustezza de' suoi risultati .

22. Se per la soluzione di qualche problema occorre di riunire in una sola espressione le formole (20) e (21), si porrà

rà mente di giustamente conformarle alla natura del medesimo ; si sa , a cagion d' esempio , che tutte le radici m^{me} della quantità $a+b\sqrt{-1}$, sono contenute nella formola (*)

$$\sqrt[m]{(a+b\sqrt{-1})}=\sqrt[2m]{\left(a^2+b^2\right)}\left(\cos.\frac{x}{m}+\sqrt{-1}\,\text{sen.}\frac{x}{m}\right)$$

ove per x si possono prendere, non già indistintamente tutti gli archi che hanno il medesimo seno $\frac{b}{\sqrt{(a^2+b^2)}}$, e cos. $\frac{a}{\sqrt{(a^2+b^2)}}$, ma solamente quelli fra questi archi , che avendo il seno e coseno prescritti , sono conformi alla natura della formola in quistione : ora la legittima deduzione di questa suppone intrinsecamente che tanto $\cos.x$, quanto $\cos.\frac{x}{m}$ siano positivi , somigliantemente a ciò che osservammo nel n.° 21 ; perciò dalla formola (21) , egli è necessario di escludere tutti i valori di n che danno de' coseni negativi , vale a dire che devesi supporvi n pari ; allora un' eguale supposizione dev' esser fatta nella formola (20) , affine di avere gli stessi archi ; quindi l' espressione precedente diviene

$$\sqrt[m]{(a+b\sqrt{-1})}=\sqrt[2m]{\left(a^2+b^2\right)}\left(\cos.\frac{2n\pi\pm x}{m}\mp\sqrt{-1}\,\text{sen.}\frac{2n\pi\pm x}{m}\right) \quad (31)$$

Essendo $\text{sen.}x=\frac{b}{\sqrt{(a^2+b^2)}}$ e $\cos.x=\frac{a}{\sqrt{(a^2+b^2)}}$

E $$\sqrt[m]{(a-b\sqrt{-1})}=\sqrt[2m]{\left(a^2+b^2\right)}\left(\cos.\frac{2n\pi\pm x}{m}\mp\sqrt{-1}\,\text{sen.}\frac{2n\pi\pm x}{m}\right) \quad (32)$$

Ove per ottenere tutte le m radici , si porranno successivamente per n i valori 0 , 1 , 2 , 3 , . . . $\frac{m-1}{2}$ ovvero $\frac{m}{2}$, secondo che m sarà dispari ovvero pari , prendendo ad ogni valore di n due volte l' espressioni (31) e (32) ; una co' segni superiori , e l' altra cogli inferiori , eccettuandone il caso

---

(*) Veggasi fra le altre l' eccellente opera del Socio Pietro Paoli , che hà per titolo : *Elementi di Algebra* .

di $n=0$, e quello di $n=\frac{m}{2}$, in cui de' doppj valori eguali $\cos.\pm\frac{x}{m}$, $\pm\,\text{sen.}\pm\frac{x}{m}$, e $\cos.\left(\pi\pm\frac{x}{m}\right)$, $\pm\,\text{sen.}\left(\pi\pm\frac{x}{m}\right)$, non se ne terrà che un solo rispettivamente, $\cos.\frac{x}{m}$, $\text{sen.}\frac{x}{m}$ e $-\cos.\frac{x}{m}$, $-\,\text{sen.}\frac{x}{m}$.

Paragonando ora brevemente alla Forma $\sqrt[3]{(a\pm b\sqrt{-1})}$ quella della radice $z=\sqrt[3]{\left[-\frac{1}{2}q+\frac{q}{2}\sqrt{\left(\frac{4p^3}{27q^2}-1\right)}\sqrt{-1}\right]}+\sqrt[3]{\left[-\frac{1}{2}q-\frac{q}{2}\sqrt{\left(\frac{4p^3}{27q^2}-1\right)}\sqrt{-1}\right]}$ dell' equazione del 3.° grado $z^3-pz+q=0$ nel caso irreducibile, si ha $a=-\frac{1}{2}q$, $b=\frac{q}{2}\sqrt{\left(\frac{4p^3}{27q^2}-1\right)}$, $\sqrt{(a^2+b^2)}=\frac{p}{3}\sqrt{\frac{p}{3}}$, $\text{sen.}\,x=\frac{3q}{2p\sqrt{\frac{1}{3}p}}\sqrt{\left(\frac{4p^3}{27q^2}-1\right)}$, e $\cos.x=\frac{-3q}{2p\sqrt{\frac{1}{3}p}}$ e riunendo i due valori di $\sqrt[3]{(a+b\sqrt{-1})}$ e $\sqrt[3]{(a-b\sqrt{-1})}$, si ha $z=\sqrt[2m]{(a^2+b^2)}\cos.\frac{2n\pi\pm x}{m}$, cioè le tre radici $z=2\sqrt{\frac{1}{3}p}\cos.\frac{x}{3}$, $2\sqrt{\frac{1}{3}p}\,.\cos.\left(120°+\frac{x}{3}\right)$; $2\sqrt{\frac{1}{3}p}\,.\cos.\left(120°-\frac{x}{3}\right)$, ovvero $z=2\sqrt{\frac{1}{3}p}\,.\cos.\frac{x}{3}$, $-2\sqrt{\frac{1}{3}p}\,.\cos.\left(60°-\frac{x}{3}\right)$, $-2\sqrt{\frac{1}{3}p}\,.\cos.\left(60°+\frac{x}{3}\right)$.

Le quali sono identiche con quelle del n.° 18, poichè essendo allora $\frac{\pm 3q}{2p\sqrt{\frac{1}{3}p}}$ $(=P)$ il seno dell' arco 3A, e quì invece la medesima quantità col segno contrario rappprsenta un coseno; e perciò se sen. $3A = P$, e cos. $x = -P$, si ha cos. $x = -\cos.(90^\circ - 3A) = \cos(90^\circ + 3A)$; donde $x = 90^\circ + 3A$, e $\frac{x}{3} = 30^\circ + A$, questo valore essendo sostituito nelle tre radici precedenti, si troverà ch'esse coincidono con quelle del n° 18, e ciò nel caso di $+q$; in quello di $-q$ si ha $\frac{x}{3} = 30^\circ - A$, e la stessa sostituzione darà la coincidenza di queste radici colle mentovate del n° 18, nella medesima ipotesi.

23. Se nella formola (31) si fa successivamente $b = b\sqrt{-1}$, $-b\sqrt{-1}$, e $n = \frac{1}{m}$, si avrà

$$(a \pm b)^n = \sqrt{(a^2 - b^2)}\,(\cos. nx \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}. nx) \qquad (33)$$

ove $\cos. x = \frac{a}{\sqrt{(a^2 - b^2)}}$, $\text{sen}. x = \frac{b}{\sqrt{(b^2 - a^2)}}$

e la formola precedente non ha che un solo valore.

Se nella (31) si fa successivamente $b = -\sqrt{b}\sqrt{-1}, +\sqrt{b}\sqrt{-1}$, si avrà

$$\sqrt[m]{(a+\sqrt{b})} = \sqrt[2m]{(a^2-b)}\left(\cos.\frac{2n\pi \pm x}{m} \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.\frac{2n\pi \pm x}{m}\right) \quad (34)$$

$$\sqrt[m]{(a-\sqrt{b})} = \sqrt[2m]{(a^2-b)}\left(\cos.\frac{2n\pi \pm x}{m} \mp \sqrt{-1}\,\text{sen}.\frac{2n\pi \pm x}{m}\right) \quad (35)$$

ove $\text{sen}. x = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b - a^2)}}$, $\cos. x = \frac{a}{\sqrt{(a^2 - b)}}$.

Ciascuna delle (34) e (35) ha m valori diversi, che si otterranno, prendendone i secondi membri, come si è prescritto al n° 22.

24. Si sa che, x rappresentando un arco qualunque del raggio r, $\frac{x}{m}$ il suo sumultiplo,

$$r^{m-1}\cos. x = 2^{m-1}\cos.^m\frac{x}{m} - \frac{m}{1}\,.\,2^{m-3}\,r^2\cos.^{m-2}\frac{x}{m} +$$

m(m

$$\frac{m(m-3)}{1\,.\,2}2^{m-5}\,r^4\cos.^{m-4}\frac{x}{m}-\&c. \qquad (36)$$

per mezzo di questa equazione si avrà il valore di $\cos.\frac{x}{m}$, algebraicamente, cioè indipendentemente dalle tavole; ma quali sono tutte le radici di lei?

Essa è dedotta dalla formola $(\cos.x \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.x)^{\frac{1}{m}} = \cos.\frac{x}{m} \pm \sqrt{-1}\,\text{sen}.\frac{x}{m}$, in cui $\cos.x$ e $\cos.\frac{x}{m}$ non possono essere generalmente negativi n° 21; perciò la formola (21) non può rappresentare nella sua generalità tutte le radici della (36), e bisogna escludervi, come al (n° 22), tutti i valori negativi di n, e quindi si ha $\cos.\frac{2n\pi \pm x}{m}$ per l' espressione generale di tutte le radici in quistione: risultato evidente, e che non parmi così chiaro, nè dimostrato *a priori* nel Cap. XIV dell' Introduzione dell' Immortale Eulero.

Un' altra osservazione non posso passar sotto silenzio, ed è, che la formola (21) dà nella sua generalità tutte le radici della (36) nel caso solamente di m dispari: la ragione *a priori* n' è, perchè esiste la seconda delle formole (30), o ciò ch' è lo stesso, perchè l' equazione (36) resta la medesima, cangiandovi $\cos.x$ e $\cos.\frac{x}{m}$ in $-\cos.x$ e $-\cos.\frac{x}{m}$; allora i coseni negativi, oltre i positivi della (21), essendo ammissibili, e sumultipli nello stesso tempo dell' arco x, essi tutti devono soddisfare alla (36): col fatto poi, paragonando lo sviluppo de' coseni della (21) con quelli della formola $\cos.\frac{2n\pi \pm x}{m}$, m essendo dispari, si trova che quelli, che non sono mutuamente identici di primo tratto, nientemeno si eguagliano fra di loro, perchè con segni contrarj appartengono ad archi supplementarj l' uno dell' altro: ne sopprimo il calcolo per brevità.

25. Terminerò con far vedere l'accordo della soluzione (34), colla analoga somministrata dall' algebra: se si suppone (**)

$$\sqrt[m]{(a+\sqrt{b})} = (z+\sqrt{y})\sqrt[m]{k} \qquad (37)$$

Si ha $\sqrt[m]{\dfrac{a^2-b}{k^2}} = \varphi$, $y = z^2 - \varphi$, e k dev' esser tale che renda $\dfrac{a^2-b}{k^2}$ una potenza m esatta; in difetto d' altri valori più semplici si prenderà $k = (a^2-b)^{\frac{\pm m+1}{2}}$, e per determinare z, si ha l' equazione

$$2^{m-1} z^m - \frac{m}{1} 2^{m-3}\varphi z^{m-2} + \frac{m(m-3)}{1.2} 2^{m-5}\varphi^2 z^{m-5}$$
$$- \frac{m(m-4)(m-5)}{1.2.3} 2^{m-7}\varphi^3 z^{m-6} + \ldots\ldots\ldots\ldots +$$
$$(-1)^{r-1}\frac{m(m-r)}{1.2.}\frac{[m-(r+1)]}{3.}\frac{[m-(r+2)]}{4.}\ldots\ldots\frac{[m-(2r-3)]}{r-1}$$
$$\times 2^{m-(2r-1)}\varphi^{r-1} z^{m-2(r-1)} = \frac{a}{k} \qquad (38)$$

r esprime il rango di ciascun termine.

Considerando la precedente equazione si trova questo risultato singolare, cioè ch' essa ha la medesima forma della (36): quindi essa esprime il coseno di un arco multiplo x, z essendo quello del sumultiplo $\frac{x}{m}$: di fatti paragonando quella con questa si ha, $\cos. x = \dfrac{a}{kr^{m-1}}$, $r^2 = \varphi$, $\sqrt[m]{k} = (a^2-b)^{\frac{1}{2m}}\varphi^{-\frac{1}{2}}$; donde $r = \sqrt{\varphi}$, $\cos. x = \dfrac{a}{k\varphi^{\frac{m-1}{2}}}$ e $y =$

cos,

(**) Leggansi le riflessioni fatte su questo punto d'Analisi, principalmente nel caso di $n=2$, dal Socio Cossali, nella eccellente sua Opera sulla Storia critica sull' Algebra Vol. I. Cap. VII.

$\cos.^2 \frac{x}{m} - r^2 = - \operatorname{sen.}^2 \frac{x}{m}$; quindi

$$\sqrt[m]{(a+\sqrt{b})} = (z+\sqrt{y})\sqrt[m]{k} = \left(\cos.\frac{x}{m} + \sqrt{-1}\operatorname{sen.}\frac{x}{m}\right)\sqrt[m]{k} \quad (39)$$

Ora affinchè questa soluzione coincida colla prima (34), bisogna che

$$(a^2-b)^{\frac{1}{2m}}\varphi^{-\frac{1}{2}}\cos\frac{x}{m} = (a^2-b)^{\frac{1}{2m}}\cos.\frac{x}{m} \quad \text{e}$$

$$(a^2-b)^{\frac{1}{m}}\varphi^{-\frac{1}{2}}\sqrt{-1}\operatorname{sen.}\frac{x}{m} = (a^2-b)^{\frac{1}{2m}}\sqrt{-1}\operatorname{sen.}\frac{x}{m}$$

Le quali danno $\dfrac{\cos.\frac{x}{m}}{\cos.\frac{x}{m}} = \dfrac{\sqrt{\varphi} \text{ ovvero } r}{1}$, $\dfrac{\operatorname{sen.}\frac{x}{m}}{\operatorname{sen.}\frac{x}{m}} = \dfrac{\sqrt{\varphi} \text{ ovvero } r}{1}$

Vale a dire i seni e coseni proporzionali ai raggi; dunque gli archi sono simili.

Inoltre essendo $k\varphi^{\frac{m-1}{2}} = (a^2-b)^{\frac{1}{2}}\varphi^{-\frac{1}{2}}$, si ha $\cos.x = \dfrac{a\sqrt{\varphi}}{\sqrt{(a^2-b)}}$, dunque $\cos.x : \cos.x :: \dfrac{a}{k\varphi^{\frac{m-1}{2}}}$ ovvero $\dfrac{a\sqrt{\varphi}}{\sqrt{(a^2-b)}} : \dfrac{a}{\sqrt{(a^2-b)}} :: \sqrt{\varphi}$ ovvero $r : 1$; dunque &c.; dunque le due soluzioni (34) e (37) sono identicamente le stesse.

ESPOSIZIONE ANATOMICA

DELLE PARTI RELATIVE ALL' ENCEFALO DEGLI UCCELLI

TRATTATO SESTO

Di Vincenzo Malacarne.

DELLA ORIGINE E DELLE DISTRIBUZIONI PRINCIPALI DE' NERVI DELLA TESTA E SPEZIALMENTE DE' NERVI CHE SERVONO A' MOVIMENTI DEL GLOBO DEGLI OCCHI E AD ALTRI ORGANI ALL' OCCHIO APPARTENENTI.

Ricevuto il dì 10 *Luglio* 1803.

CAPITOLO PRIMO.

De' Nervi motori comuni degli occhi degli Uccelli.

I. Dal solco apparentissimo scavato fra le gambe del cervello alla base del medesimo, anteriormente al ponte del VAROLIO, fra questo, le pupille midollari, e l'imbuto della glandula pituitaria, spazio sfondato, che forma ne' cerebri umani *l' Antro de' nervi motori comuni degli occhi*, cioè *il Ventricolo inferiore della Colonna midollar centrale*, si spicca questo paro di nervi, che sono due cordoncini divergenti assai robusti.

II. Le radici ne sono come le barbe finissime di due pennellini, le quali spuntano da' fianchi interni dell' Antro, molto men convergenti che non ne spuntano i nervi stessi da pareti dell' Antro nell' uomo.

III.

III. Passano direttamente ognuno dal suo canto per un canaletto, che scorre sotto il pavimento della cavità del cranio a' fianchi della profonda fossa della glandula pituitaria, sopra una tenue lamina ossosa, che separa questi da due altri canaletti occupati dal par de' nervi Dacrici, detti dal vulgo oftalmici (Tr. 1. §. 79).

IV. L' entrata de' nervi motori comuni ne' lor canaletti è nascosta da una doppiatura assai breve della Bura madre; e lo sboccar nelle occhiaja è alquanto più indietro, e in fianco verso le tempie, della uscita ivi de' nervi ottici.

V. Il nome motori comuni, o sia *Cenommici* compete loro assai bene per la quantità di fili onde si distribuiscono a quasi tutti i muscolini appartenenti all' occhio; si diramano anche per le tuniche degli stessi globi.

CAPITOLO SECONDO.

De' Nervi Patetici, e degli Accessori loro.

I. ,, Tutti gli animali perfetti, dice il WILLIS (*a*), so- ,, no forniti di questi nervi; ,, e noi gli abbiamo costantemente trovati duri, sottili e lunghi nell' oca, nell' anitra, nel nibbio, nel corvo, e successivamente ne' più piccioli uccelli, come nelle galline, ne' galli d' india, nell' aquila, e nell' avoltojo.

II. Nascono per diversi filuzzi dalle parti laterali della lastra midollare creduta dal WIEUSSENS una valvula negli uomini, e che negli uccelli l' ALLER à giudicato far le veci, o sia occupar il posto, che nell' uomo tiene la eminenza quadrigemella (*b*). Ma noi abbiamo fatto vedere che anche

---

(*a*) Cuncta animalia perfecta his nervis instruuntur. *Nervor. descript. & usus.* Cap. 21. pag. mihi 355.

(*b*) Ab eminentia quadrigemina transversa stria nascitur, & ab ea nervus quartus. *Textu XX.* §. *LXXX.*

che gli uccelli ànno l'eminenza quadrigemella, ma invece di averla alla sommità della faccia posteriore dell'acquedotto del SILVIO fuor di questo canale, vi si trova dentro, e traspare candida nella lanugine cenerognola del parete inferiore dell'accennato acquedotto.

III. Non è raro negli uccelli più grossi veder uno o due filuzzi midollari per lato spiccarsi dal solco, che divide longitudinalmente il parete anterior interno dell' acquedotto immediatamente dietro a quelle eminenze midollari argentine, che dicevamo osservarsi nella lanugine (Tr. II. §. LXXVI) e far le veci de' testicoli del cerebro umano. Que' filuzzi dopo breve tragitto si uniscono, traforano i lati del primo, o superior velo midollare (Tr. II. §. LXVIII-LXIX), ed escono su i lati delle gambe del cervello, dove congiungonsi come Accessori col cordoncino o tronco de' nervi Patetici (§. II).

IV. Ingrossato così questo paro di nervi mediante il concorso del suo Accessorio, passa sul margine interno posteriore de' Talami de' nervi ottici, si curva al di sotto de' medesimi e viene a insinuarsi nelle pieghe orizzontali della Dura madre (Tr. I. §. LXII); nelle quali involti scorrono lateralmente al foro bislungo de' nervi Motori comuni e alquanto più infuori del canaletto loro (cap. I. §. III e IV) si cacciano in un forellino, che li guida per una via tortuosa nella spugnosità della sostanza ossosa, che fa il parete inferiore del cranio, finchè arrivano nelle occhiaja.

V. Ivi entrano per li due fori pateticali, che sono distanti un dall' altro nelle oche quattro linee circa, e sono alquanto più bassi di que' de' nervi ottici (Tr. I. §. 45), tra questi e quegli de' Motori comuni.

VI. Dirigono il corso loro verso i musculi del globo più vicini al tramezzo della occhiaja, ne' quali, e specialmente ne' più bassi, diramansi per regolarne i movimenti.

CAPITOLO TERZO.

De' Nervi oftalmici, più propriamente Dacrici, cioè Lagrimatori.

I. Il quinto paro de' nervi, secondo il novero de' Padri nostri, che n' era detto Trigemello, abbiamo dimostrato altrove essere un complesso di nastri filamentosi distinguibili in sei, e fors' anche in più, che uscendo dalle braccia midollari del cervelletto nell' uomo, si applicano un sull' altro, e tosto si contorcono mollemente, di maniera che sembra formarsene un sol cordone: ma considerato diligentemente cadaun nastro nella sua origine, si vedon nascere separati per mezzo di varie lische midollari traversali, che ne fan conoscere la differenza della medesima, come se ne vede poi differente la destinazione tenendo dietro con l' occhio, e lo scalpello a ciascun d' essi fuori del cranio. La qual verità ci diede motivo a nominar tutti que' nastri differentemente.

II. Anche negli uccelli il complesso de' nastri nervosi corrispondente al quinto paro, o trigemello umano, è un molle cordone filamentoso, grosso assai, e facile a sparpolarsi per qualunque delicato maneggio se ne faccia. Nelle anitre, e nelle oche, spunta dalla sostanza cerebrale appunto nello spazio che v' à tra cadaun braccio del cervelletto, e le vicine parti laterali del ponte, che notammo esser poco elevato negli uccelli.

III. Appena uscito dagli intervalli angustissimi delle lastre midollari della sostanza suddetta il complesso de' nastri, prima che si contorca, se ne spicca il primo nastro superiore, composto di due ordini di fili, uno sovrapposto all' altro; il che fa un corpo negli uccelli meno piatto che nell' uomo.

IV. L'ALLERO, che pur lo vide, si è confuso nel determinarne la destinazione, e nell' assegnargli il nome avendo detto „ per le medesime narici (*dell' oca*) scorre il nervo

„ olfattorio minore lungo quanto il rostro, e getta rami quà „ e là. È duro, candido, affatto differente dal nervo olfattorio vero. „

V. Quindi ricavasi che non ne conobbe se non se un nastro, cioè l'inferiore, e non ebbe agio di tener dietro all' ordine superiore de' fili da cui quello è coperto; noi dunque continueremo a nominare Dacrico, cioè Lagrimatorio, il nastro o sia ordine di fili superiore, e se dovrassi dir oftalmico s'intenderà sempre che si parla di questo, che si apre verso le orbite una strada obbliqua e curva all'infuori per un canaletto liscio, assai lungo, scolpito nelle parti laterali del pavimento del cranio.

VI. L'uscita nelle occhiaja è fra le aperture, che vi danno adito al Patetico, e al Motor comune, o Cenommico, e la faccia interna della spina (Trat. I. §§. XIV XVI XLIV).

VII. Penetrato in esse da' parecchi rami a' musculi vicini alla tramezza dopo d'essersi incrocicchiato col N. ottico passandovi sopra: e intanto che questi ne forniscono le glandule orbitarie, vanne il tronco a diramarsi per la terza palpebra *nictitante*, o *ammiccante*, per la palpebra superiore, e per le parti molli sovraorbitarie e frontali. Che cosa fa di più il paro oftalmico, o sia Dacrico umano?

CAPITOLO QUARTO.

De' Nervi Motori Esterni degli occhi, detti nell' Uomo Exommici.

I. Alquanto più grossi, ma assai meno robusti de' Patetici, questi nervi nascon dalla faccia inferiore della midolla allungata, distanti una linea circa il destro dal sinistro, a' lati del solco superficiale, ch' ivi lascia scolpito la cresta ossosa, che nel primo Trattato di questa nostra fatica abbiamo descritto sul margine posteriore del catino delle oche e delle anitre.

II. Si portano dirittamente in avanti incollati sulla metà posteriore del Ponte per mezzo della membrana aracnoidèa; nè mai ò potuto verificar che cadauno sia composto di due nastrolini, come ciò si verifica nell' uomo se alla origine loro vengono esaminati.

III. A tergo della Fossa della glandula pituitaria, quattro linee circa lungi dall' orlo posterior della medesima, incontrano le bocche de' canaletti scolpiti nell' osso, destinati a guidargli simetricamente nelle orbite.

IV. Tali boccucce sono distanti una dall' altra due linee, e due dalle Fosse sfondate: e i nervi Motori esterni dopo d' aver fatto lungo tragitto nella spessezza del pariete inferiore, o pavimento, o base del cranio, anche al di sotto della Fossa Pituitaria, vengono a sbucare nella parte posterior delle orbite (*c*) per diramarsi, non solo ne' musculi, che muovono i globi verso l' angolo temporale di quelle due cavità, ma eziandio nella sostanza dell' occhio, potendosene seguitare a occhio nudo non pochi fili fin nella membrana corioidèa.

V. Sono state inutili fin ora le mie diligenze per assicurarmi del sito nell' encefalo degli uccelli, dove il par de' nervi intercostali, cioè il Gran simpatico, trae origine, o a commercio visibile e distinto col paro de' nervi Dacrici, vale a dir con l' oftalmico de' Padri nostri, e con quello che descriviamo, cioè coll' Exommico.

VI. Abbenchè questi nervi corrispondano al sesto paro degli Antichi, noi però non abbiamo voluto disgiungerne la descrizione da quella degli altri para di Nervi, che servono agli occhi; e lo abbiamo esaminato immediatamente dopo il paro Lagrimatorio, per lasciar un luogo distinto, e collocar nell' ordine de' Nervi appartenenti al Rostro, que' para, che vi si sarebbono collocati importunamente frammezzo, e che deb-

---

(*c*) Trat. I. §. LXXX.

debbono, secondo il mio debol parere, esser a parte e in una sezione peculiare descritti.

TRATTATO SETTIMO.

Degli organi e de' Nervi, che servono all' odorato, e al gusto degli Uccelli.

CAPITOLO PRIMO.

Del Paro de' Nervi olfattori minori così detti dall' ALLERO, più propriamente Erino-Malari.

I. Il secondo nastro nervoso, che (Tratt. VI. Cap. III. §§. I. II. ec.) spiccasi dalle braccia del cervelletto vicino al Ponte, è il solo stato conosciuto dall' immortale ALLERO, e distinto col nome d' *olfattorio minore*. Vedremo quanto a proposito gli sia stato imposto un tal nome.

II. Abbandonato dall' oftalmico (l. cit.), immediatamente si caccia nelle caverne navali a canto allo spesso tramezzo ossoso superior delle medesime.

III. Ivi i due nastretti, che costituiscono questo paro, si fanno cilindrici, e si accostano vicendevolmente mentre discendono a inguainarsi nella sostanza de' *cornetti*, che sono tappezzati dalla membrana pituitaria.

IV. Dirimpetto alle narici esterne si congiungono, si curvano in basso per passar sotto al margine inferiore del forame, cui mediante le due narici nelle oche comunicano insieme: intanto il volume loro, come formando un ganglio, n' è già cresciuto considerabilmente.

V. Perciocchè, quantunque in alto sieno due cordoni distinti, in basso però la sostanza loro si confonde, si gonfia in un tumore bislungo: unione, e confusion, che serve a renderne rara, spongiosa la sostanza, e ad agevolarne lo sviluppo della intima tessitura.

VI. Dalla parte superiore di questo Ganglio, o più vicina al dorso del naso (se è lecito nominar così la porzione della testa dell' oca, dell' anitra, e degli altri uccelli dal rostro appiattito, ch' è al davanti degli occhi, e tra i medesimi si avanza più o meno convessa, prima che se ne formi la parte superiore del rostro) si distacca un grosso ramo nerveo per lato, scorrente in un canale ossoso particolare a cadaun d' essi rami nervei destinato.

VII. Quei canali si piegano insensibilmente nelle oche, e nelle anitre, verso i margini del rostro (cioè di quella porzione del rostro, che per la sua mobilità ne' detti uccelli, ne' papagalli, e in altri, nomineremo Mascella superiore) conducono i due nervi Erino-malari a diramarsi a raggi sulle dette parti laterali della Mascella, più vicine alla Unghia, che ne assoda e rinforza la appiattita estremità.

VIII. I Tronchi principali poi di nuovo, separandosi alla estremità anteriore del Ganglio, continuano paralleli il corso loro appoggiati sulla robusta lamina ossosa, che fa la volta del palato, e innicchiati nella spugnosità pure ossosa, che rinforza e rende spessa la mascella superiore. Indi immersi in molle cellulosa vanno fino alla radice dell' Unghia poco fa mentovata, nella faccia interior della quale si perdono in parte formandovi un plesso reticolato; in parte si diramano su i lati di quella a foggia di ventaglio, somministrando filuzzi distinti alle radici di quelle spine, che a guisa di denti di sega armano gli orli interni de' margini della mascella.

IX. Nello spazio occupato da quel Ganglio bifido (§. IV. VI. VIII.) cadaun tronco prende aderenza molto forte e tenace alla sottoposta lamina, che fa la volta del palato, perchè se ne spiccano molti ramuscelli, che si gettano distintamente in quella serie di papille dure appuntate che siegue la linea centrale del palato, e ne arma simetricamente le faccie laterali.

X. Nelle Oche, e ne' Paperi, il palato de' quali è tutto sparso di simili ineguali papille solide, anch' esse in serie simetrica disposte, non solo dal Ganglio se ne parta corrispondente numero nella serie centrale; ma tutti i rami laterali di questo par di nervi mandano alle altre papille gli opportuni filuzzi corrispondentemente.

XI. La maniera speciale, distintissima, in cui tutti gli accennati filuzzi, i ventagli, e i plessi reticolati, che descrivo, si perdono e si consumano intieramente nelle papille, nelle spine a sega, e nell' unghia del rostro di questi uccelli, dimostra ad evidenza, che sono produzioni dell' addensata sostanza de' nervi, i quali si rendono sempre più duri e saldi quanto più dall' origine loro, o da' gangli, si discostano.

XII. Dalla descrizione del corso, de' rami, e del fine di questo par di nervi chiaro apparisce quanto ben gli convenga il nome di Erino-malari. E ci conforta a non mutar di consiglio l' osservare, che il WILLIS probabilmente lo avea conosciuto poichè lasciò scritto ,, Un ramo insigne del quin-
,, to paro passando da tuttaddue i lati per le orbite, s' in-
,, troduce nelle caverne del naso: e un ramuscello spiccan-
,, tesi dal medesimo si dirama nell' istesso orificio delle nari-
,, ci. Frattanto amendue li tronchi principali dopo esser pas-
,, sati intorno all' osso cribroso si congiungono insieme, e
,, tornando subito a scostarsi scorrono fino al termine del
,, rostro, e si distribuiscono per lo palato. In tal guisa gli
,, ucccelli al par dell' uomo, e del quadrupede sono forniti
,, di doppio processo mamillare, ch' è organo in particolar
,, guisa destinato al senso, che distingue gli odori. Di più,
,, nelle caverne nasali ànno nervi Accessorj provegnenti dal
,, quinto Para, per mezzo de' quali, e della comunicazione
,, de' rami loro in altre parti, ne nasce in questi animali
,, una strettissima affinità fra 'l senso dell' odorato, e quel-
,, lo del gusto (*a*).

(*a*) *Porro quum e quinto nervorum pari ramus insignis in utroque latere, oculi orbitam pertransiens, naris cavernam ingreditur, e trunco ejus sur-*

XIII. Tali osservazioni del WILLIS, e le conseguenze che ne deduce, sembrerebbe, che non potessero essere state ignorate dall'eruditissimo ALLERO; sicch'è veramente compatibile la meraviglia nostra che ne siano state poste in dimenticanza, e che il sommo Fisiologo abbia dato a questi nervi il semplice nome di *Nervo olfattorio minore*, e che si abbia contentato di farne brevissimo cenno, mentre che abbiam veduto, che servono poco o nulla all' odorato, conciossiachè non danno rami, nè espansioni più apparenti alla membrana pituitaria, e con sì visibili, e numerose diramazioni arricchiscono tutta la parte superior esterna, interna, e inferiore di tutta la porzion superiore, delle laterali, e della estremità nelle oche unghiata del becco.

CAPITOLO SECONDO

Descrizion generale della porzion superiore del becco, o rostro degli uccelli, che diciamo Mascella superiore, e specialmente di quella delle Anitre, e delle oche.

I. Ben mi accorgo che riescirebbe poco intelligibile qualunque notizia fossi per dare del modo in cui si distribuiscono le due precedenti, e le tre seguenti para de' nervi cerebrali state fino ad ora comprese sotto il nome troppo insignificante di quinto paro, e di Trigemello, se non premettessi l'esposizione della struttura e della disposizion degli organi ossosi, e de' molli per cui tutti cotesti cinque para di nervi son di-

---

culus emissus ipsi naris orificio impenditur: interim ambo majores trunci, osse cribroso circumdato, mutuo conveniunt, et mox ad invicem abscedentes, et ad rostri finem perducti in palatum distribuuntur. Ad hunc modum volucres, pariter ac homo, et quadrupedes, peculiari olfactus organo, gemino silicet processu mammillari instruuntur; atque insuper intra nares e quinto pari nervos ascititias habent quorum actione, et ramorum in alias partes comunicatione, etiam in ipsis stricta adeo inter olfactum, et gustum affinitas contrahitur. Loco citato.

diramati, e impiegati. Per la qual cosa i nostri Leggitori cortesi avranno presente alla memoria la mia division della testa degli uccelli.

1.° In cranio, occhiaja, e becco o rostro: poi

2.° Come il cranio occupa la region superiore, e posterior della testa dal margine più alto diretano delle occhiaja fino alla sommità del collo:

3.° Come il cranio è diviso per maggior chiarezza in diverse regioni, che sono il vertice, i lati, e la base, la quale corrisponde alla sommità del collo medesimo, con cui si articola, la parte anteriore quasi puntuta, e la posteriore gibbosa, alla quale nell' uomo corrisponde l' occipite:

4.° Come le occhiaja, tra la parte anterior del cranio, le laterali, e le braccia del becco, che nomineremo *Fucili, esterni della mascella superiore*, sono divisibili in arco, o sia margine superiore *arcato*; in margine inferiore o sia *piano;* in angolo posteriore, o grande, ch' è vicino all' apertura esterna delle orecchie; in angolo anteriore, o piccolo (al contrario di quello che osserviamo nell' uomo) ch' è vicino alle narici:

5.° Come le occhiaja vengono separate per via d' una tramezza, o setto, in varie specie d' uccelli ossoso, in altre specie per tratto notabile membranoso.

II. Il becco, o rostro è stato da noi già in parte descritto nel trattato I §§ III e IV come sta nelle anitre e nelle oche, ma soltanto in generale, e superficialmente: però diverse parti del medesimo esigono più ampla esposizione, che quì daremo, ritenendo i nomi di mascella superiore, e inferiore per quelle parti, che discostandosi lascian aperta la bocca.

Il becco è diviso 1.° in radici inoltrate sotto il cranio:

2.° In ceppo ordinariamente coperto e circondato da una peluria piuttosto che da vere penne:

3.° In corpo, che n' è tutta la porzion nuda; priva di

pen-

penne, e di peluria, spaccata più o meno orizzontalmente, la quale spaccatura dà adito alla

4.° Bocca, i limiti esteriori della quale membranosi, sono

5.° Le commessure, una destra, e una sinistra.

III. Quella porzione del rostro o becco, che corrisponde agli assi malari dell' uomo e del quadrupede, è quella che contien entro di se gran parte dell' organo dell' odorato, e le narici esterne, per le quali entrano con l' aria inspirantesi gli efluvj odorosi.

IV. Le narici esterne sono due aperture obblique, per lo più ovali, dirette obbliquamente in su, e indietro, in alcune classi d' uccelli comunicanti insieme per via d' un forame, già da noi accennato, che si osserva nella tramezza, o setto (§ IV del Cap. I di questa sezione) delle narici, alle quali sta dirimpetto.

V. Nel rimanente vi si notano due faccie, una esteriore convessa al dorso verso le narici, appianata nelle anitre, assai meno nelle oche, a misura che se ne scosta, coperta d' una cute granellosa, spessa, robusta, elastica, nelle anitre gialla, in altri individui, e più frequentemente nelle oche, ora incarnatella, ora di vario colore: l' altra faccia è interna, o sia inferiore concava, fatta a volta, tappezzata pur anco d' una membrana sottile gialla-incarnata, tubercolosa e disuguale. Ne' Papagalli, e nelle Rare è scanalata in traverso e di color bruno. È occupata dalla lingua.

VI. Le faccie della mascella superiore terminano e confinano per mezzo d'un margine arcato, che in basso è tagliente, e guernito di denti di sega fatti da spine acute inclinate con la punta in dietro, frequentissime.

VII. Varie radici à la mascella superiore tutte coperte di peluria, o di morbide brevi piume, o nascoste alla base del cranio nelle fauci. La più larga, che n' è la principale, è fatta da quelle lamine ossose unite, che cuopron le caverne del naso, fanno l' angolo anteriore, è il margine superior delle occhiaja, e vanno a unirsi con l' estremità anterioriore degli ossi della testa, che nominammo porzion nasale (Tr. I § VII).

VIII. Vi si distinguono tre apofisi principali; una frontale e due orbitarie divise dalla frontale a' lati per una incavatura semilunare assai grande.

IX. Il *Ceppo* della mascella superiore è avvalorato da quattro *Fucili* o sia travicelli ossosì, pieghevoli, elastici e dal più volte ricordato setto, o tramezza delle occhiaja.

X. Due de' *Fucili* nascono dalla estremità posteriore delle parti laterali del rostro: sottili, lunghi, cilindrici, e divergenti, vanno fin presso al meato uditivo esterno ad articolarsi con l' apofisi esterna dell' osso *intermascellare* (Tr. I § XVIII) mediante un condilo bislungo appiattito, cioè con quell' osso spugnoso stranamente figurato, che si osserva accanto, e sotto il mento uditivo esterno.

XII. Gli altri due *Fucili* si trovano fra gli ora descritti, perciò gli diciamo *Fucili interni*. Sono più grossi, più sodi, irregolari, e più corti degli *esterni*. Nascon dalla parte inferior palatina del *ceppo* della mascella fra li precedenti, e scorrono convergendo fin dirimpetto alla parte anterior della base del cranio, dove ingrossando si articolan per armonia con due altri ossi irregolari, che a distinzione de' prenominati *intermascellari* noi diciamo *interpalatini*.

XIII. I *Fucili interni* si uniscono pure con lo *Vomere*, che più sotto (§ XVII) descriveremo.

XIV. Dietro alla unione de' *Fucili interni* gli ossi irregolari interpalatini, che ne sono quasi due appendici, si appiattiscono in alto per formare, cadauno dal suo canto, una eminenza ovale, e sulla medesima una elegante *faccetta articolare* piatta, liscia, rivolta in su e indentro, incrostata di cartilagine.

XV. Tali due faccette si articolan con quelle due altre faccette simili rivolte obbliquamente in giù, e infuori, che nel trattato primo § XX abbiamo detto osservarsi alla parte te anteriore inferior della base del cranio, sulla radice del tramezzo delle orbite.

XVI. Dal lato esterno delle faccette loro (XIV) le *Appendici* de' *Fucili interni* si portano obbliquamente infuori, si attenuano a foggia di collo per formar una picciola testa o *condilo* diretto obbliquamente infuori, e in basso; e sulla faccia superiore di questo *condilo* o testa si vede un' altra faccetta, o *impronta*, cui mediante que' *Fucili* si articolano con l' apofisi anterior interna dell' osso *intermascellare* (Tr. I § XVIII, e quì addietro § X).

XVII. Il *Vomere* è una lamina ossosa, falcata, col dorso e la convessità in alto, col tagliente, e la lieve concavità in basso, collocato in mezzo a' *Fucili interni* (XII) fra 'l margine posteriore della volta del Palato, e le *Faccette articolari* del tramezzo delle orbite alla base del cranio (XV).

XVIII. Si appoggia il *Vomere* con la sua radice sui due *ossi Palatini*, che si vedon pure distintamente alla parte posteriore della Volta del Palato; con la punta s' insinua nell' intervallo, che lasciano le dette faccette del tramezzo. È sottile e trasparente, e separa la parte posteriore delle cavità nasali in destra e sinistra.

XIX. La fabbrica de' *Fucili interni*, ch' è appunto quale pur ora la descrivevamo nelle anitre, e nelle oche, è differente negli altri uccelli, che ànno immobile affatto la porzion superiore del rostro, cioè la mascella superiore. In cotesti sono piuttosto due lamine larghe irregolari sottili e piatte al davanti, disuguali crestate e convergenti a tergo fino alle *Appendici* (XVI), dove si piantano immobilmente nella parte anteriore della base del cranio.

XX. Nel Papagallo e nella Rara questi *Fucili* principiano congiunti alla metà dell' altezza del *Ceppo del Rostro*, e dalla tramezza delle narici, posteriormente, dove fanno insieme un angolo acuto: si scostano quasi subito divergendo per arrivar alla faccia interna dell' osso intermascellare, che in cotesti uccelli si accosta alla figura lenticolare; sono senz'

senz' appendici, e senza faccette. Ma dalla parte inferior del *ceppo* se ne allungano due *Lastre ossose*, robuste, alte circa tre linee, appiattite su i lati, assai meno divergenti, l' uso delle quali *Lastre* sembra limitato al semplice attacco de' musculi robusti, destinati al movimento della mascella superiore, e delle parti molli vicine.

XXI. La mascella superiore del Frosone, o Spezza-noccioli detto da' Latini *Coccotraustes*, e da' Franzesi *Gros-bec*, *Dur-bec*, à molto sottili i *fucili esterni*, divergenti, sodi, cilindrici; e sottilissime le lamine, che ivi tengon il luogo de' *fucili interni*, se si à risguardo alla strana grossezza del Becco loro, a cui servono di radici inferiori. In compenso quest' uccello à le lamine, o radici superiori (VII) assai robuste; sodissimamente connesse con la porzion nasale del cranio.

XXII. I musculi, che in cotesto picciol uccello equivagliono agli crotafiti dell'uomo, vi sono d'una grossezza, d'un volume, d' una forza, che in nissun altro volatile ancorchè grossissimo, e de' più rapaci, gli ò fin ora mai veduti tali in proporzione.

XXIII. Nel Nibbio grande, e ne' piccioli, che in Franzese diconsi *Cresserelles*, e in Piemontese *Crivelle* dal grido loro; nello Sparviere, e nel Falchetto, i lati della radice superiore ossosa del rostro ànno due *apofisi* piatte, lunghe, sottili, che si scostan dalla parte di mezzo della medesima radice, la quale ne costituisce come la fronte, e dopo il corso d'un pollice in circa finiscono in altra apofisi piatta, sottile, larga tre linee crescenti nel grosso Nibbio che ò sotto gli occhi.

XXIV. Lo spazio di quasi mezzo pollice, che riman voto fra l' interno margine di queste *apofisi*, e l' esterno delle lamine ossose, che cuopron le caverne del naso, e fanno la fronte, è occupato da un' elastica forte *membrana*. Le *apofisi* ne forman la parte anteriore degli archi delle orbite, e la membrana compie parte delle volte loro.

XXV. Le aperture delle narici esterne, che nelle oche; nelle anitre, e in diversi altri uccelli comunican vicendevolmente insieme per un forame ovale ch'è nel tramezzo loro, non si aprono in tutti alla medesim' altezza, nè ugualmente lungi dal ceppo del Becco; nome ch' io diedi a quella parte della radice del medesimo dove intorno ad amendue le mascelle termina la estension delle piume, e le divide dal cuojo delle anitre e delle oche, o dalla lamina cornea liscia splendente che veste tutto il rimanente del rostro sino alla punta.

XXVI. In alcuni uccelli di rapina questo limite non è una linea sola, bensì un amplo collare: e se nella maggior parte degli uccelli la peluria o le piume discendonvi dal ceppo verso la punta fin verso le narici esterne, o più avanti ancora; in altri la direzion delle piume va verso gli occhi e la fronte. Ve n'à poi che ne ànno guernita e inguainata soltanto la sommità della mascella superiore; tali sono il Nibbio, la Crivella, lo Sparviere, il Falchetto. Della mascella inferiore parleremo a suo luogo.

CAPITOLO TERZO

De' nervi mascellari superiori.

I. Distribuitesi nella maniera esposta nella sezione precedente le coppie de' Nervi Dacrici, e Erino-malari; il grosso fascio, da cui quelle si separarono, si caccia per mezzo del foro descritto al § I del primo trattato nelle *Fosse sfondate* larghe e ovali, ivi indicate § LXI, e prima d'averne oltrepassato la spessezza delle pareti forma un grosso *Ganglio* irregolare, a favor del quale in alcuni uccelli si trova scolpita nel margine posteriore delle *sfondate* stesse, una fossa particolare di profondità e di capacità proporzionata al volume del *Ganglio* (Trat. I § LXIV.).

II. Dalla parte anteriore di questo si spicca il nervo mascelscellar superiore di cadaun lato, che somministra i rami necessari a tutte le ineguaglianze dentate o spinose delle parti posteriori della volta del Palato, de' margini delle aperture palatine delle narici interne, e de' margini della mascella superiore, che da altro nervo non ne sono state provvedute.

III. Un altro ramo si caccia nelle occhiaje scorrendo rasente il margine inferior delle medesime fatto da' fucili esterni, e da' non pochi ramuscelli a' musculi inferiori del globo degli occhi, e alla grossa glandula orbitaria inferiore. Indi si avanza sotto le conche delle narici per insinuarsi nella sostanza spongiosa del margine del becco, gettando pure quà e là fili numerosi verso la volta del palato; e a guisa di ventaglio si perde visibilmente anch' esso per l' orlo dentato della mascella, specialmente nel terzo mezzano piuttosto posteriore della medesima.

IV. Un terzo ramo considerabile, appena oltrepassato l'apertura esterior delle narici, esce della sostanza ossosa per un forellino, ch'è scolpito (nelle anitre e nelle oche) una linea circa più basso della detta apertura e più verso la massima convessità della mascella, sulla superficie esterior della quale e sulla interna del cuojo ond' è coperta, si dirama. In fatti se ne vedono le traccie de' filamenti principali a occhio nudo senza veruna preparazione anche a traverso del cuojo nelle viventi. Di tali fili ne ò contato quì otto, là dieci per lato divergenti dal sito della emersione loro verso i lati e la punta del rostro.

V. Non v' à uccello, che non sia provveduto de' nervi mascellari superiori che descriviamo; ma le diramazioni loro esteriori sono assai più evidenti e palpabili in quegli che ànno largo il becco, e negli gruffolanti, come sono i Corvi, le Beccacce, i Beccaccini, gli Storni, le Upupe, sebben di becco o conico o scanalato, lungo, sottile. Si vedon benissimo ne' Cigni e nelle Oche, ma assai più grossi e apparenti sono nelle anitre, che pescano e gruffolan più delle oche affin di co-

conoscer e distinguer meglio ciò ch' è proprio loro per cibo da ciò, che va rigettato, giacchè in fondo a' fossi, alle pozzanghere nella melmetta non arrivano a vederlo, e se ne debbono rapportare alla squisitezza del proprio gusto, e alla sensazione degli organi accessorj a cotesto senso.

VI. Fra questi io non ardisco di collocare in questi uccelli l' odorato, perchè non capisco il modo con cui gli effluvj possano agire sopra le papille e le espansioni nervee, che servono a tal sentimento, allorchè l' anitra à tutto il capo e 'l collo immersi sott' acqua, e sta senza inspirare. Io credo la inspirazione necessaria affinchè gli effluvj odorosi agiscan sulla membrana pituitaria, avendo io provato altrove con esperienze dirette la indispensabilità di quella a tal fine in me stesso, e in altre persone non prevenute. Però l' analogia potrebbe quì mancare, ed io trovarmi in errore.

VII. I Corvi, le Beccacce e gli altri volatili simili gruffolan nelle motte, e per le zolle, e tra le radici delle erbe, e n' estraggono ciò che può conferir loro, poscia lo esaminan con la vista, prima d' inghiottirlo. La stessa cosa fanno gli uccelli pescivori del becco lungo, perciò i nervi di questo in proporzione del corpo ne son molto più sottili, più superficialmente e men doviziosamente diramati.

VIII. L' ALLERO nelle Aggiunte all' opuscolo, che noi commentiamo, si sbriga relativamente a questi nervi con le seguenti parole. ,, Avvi un altro nervo più dal canto ester- ,, no, parallelo all' olfattorio minore, ch' è anche duro, e ,, bianco, e si dirama in tutteddue le parti scorrendo per la ,, cellulare del rostro.

IX. Il WILLIS avendo scritto quanto recammo già del tronco Dacrico, soggiunge: ,, fra tanto i due tronchi maggio- ,, ri, circondato l' osso cribroso vicendevolmente accostandosi ,, si congiungono, e scostandosi nuovamente scorrono fino ,, al termine del becco, e si distribuiscono per lo palato.

X. Nelle Transazioni Filosofiche della Società R. di Londra si leggono alcune osservazioni sul nostro argomento analologhe alle nostre: per esempio il Signor CLAYTON vi dice: „ Io non avea mai veduto alcuno di cotesti nervi negli uc- „ celli dal becco tondo; finalmente tagliandone alcuni in „ campagna, osservai nella parte superiore del becco d' una „ cornacchia due nervi, che discendono tra gli occhi: sono „ per altro assai più piccioli di quelli di qualunque delle tre „ coppie de' nervi del becco dell' anitra, benchè maggiori „ de' nervi di qualunque altro uccello dal becco tondo. Ed „ è pur degno d' esser notato, che la cornacchia sembra „ gruffollar più degli altri uccelli da tondo becco per trovar „ il cibo a lei conveniente. (*a*) „

XI. Il Dottor MOULEN poi nelle stesse Transazioni à quanto siegue: = O' notato tre coppie di nervi in tutti gli „ uccelli a largo becco da me notomizzati, e in que' che „ vanno in traccia de' cibi loro senza vedergli, quali sono „ le beccacce, i beccaccini, gli storni, le oche, le anitre ec.: e cotesti nervi vi sono grossissimi quasi come il nervo „ ottico. Due coppie son diramate vicino all' estremità del „ becco superiore, dove traforan l'osso per arrivar alla membrana che soppanna la volta del palato (*b*). „

CAPITOLO QUARTO.

Della Mascella Inferiore delle Anitre

Delle oche e di diversi altri uccelli a becco di figura diversa.

I. La mascella inferiore, o porzione inferiore del becco delle anitre, e delle oche suol essere lunga circa pollici 4 + 1 : 2; e vi si dee considerare la punta, o sia estremità unghiata, e le braccia, le quali quasi parallele inoltrando-

---

(*a*) Trans. Philos. num. 206.

(*b*) L. cit. Num. 199., e nel compend. del LOWTHORP, Vol. II. pagg. 861., e 862.

dosi indietro si rassomigliano in certo modo alle braccia della mascella inferiore sdentata d'un cagnolino lattante.

II. O' detto *unghiata* l'estremità della mascella inferiore di questi uccelli, perchè si osserva un'unghia molto robusta su tutte due le faccie di tale estremità, delle quali la superiore o interna è incavata, l'inferiore, o esterna, convessa sodamente incastrata nella sostanza ossosa delle due barre o fucili, che fanno la mascella, le tiene ivi fortemente unite, e avvalora quest'osso destinato a soffrir valide scosse, e a incontrare sovente resistenze ostinate.

III. Nelle braccia suddette di una mascella inferiore ordinaria lunga poll. 4 + 1 : 2, come dicevamo poco fa, si distinguono 1. I due *fucili* propriamente detti, lunghi quasi due pollici e mezzo, che ne formano il corpo simile a un cilindro appiattito su i lati, ma più sull' interno, voto al di dentro. 2. La *cresta* alta linee sei, che s' eleva dalla estremità posteriore superiore de' *fucili*, ed è lunga quasi un pollice. 3. La estremità articolare che si allunga dalla parte posteriore inferiore de' suddetti, e si stende quasi per lo spazio di tredici linee.

IV. Il cilindro appiattito, che forma i *fucili* si assottiglia, e si appiattisce per formar la *cresta*: vi si attaccano i forti musculi elevatori di questa mascella inguainandone carnosi la apofisi o cresta della quale parliamo, come i crotafiti inguainano tendinosi le apofisi coronoidee delle mascelle umane.

V. È concavo indentro per ricevervi il grosso nervo mascellar inferiore, che or ora descriveremo, e verso il terzo posteriore di sua lunghezza à l'ampio foro pel quale il detto nervo vi s' introduce onde percorrerne in avanti tutto il canale.

VI. Sulla faccia esteriore il fucile à due *tuberosità* cui s' attaccano altri musculi; e da tali *tuberosità* cominciano all' indietro le eminenze, e le cavità articolari: vale a dire, il lembo de' fucili s' ingrossa e s' allarga, prima per formare una *cavità ovale* separata da una *faccetta articolare* assai liscia e più esteriore, mediante un *risalto ossoso* obbliquo incrostato di cartilagine.

VII. Dal margine esterno della *faccetta* si eleva una *cresta* ottusa; e dal margine interno se n' eleva una *piramide* diretta obbliquamente indentro, che sostiene una picciola *testa* a cui si attaccano alcuni muscoli.

VIII. La base della *piramide* è fatta dalla lamina interna delle estremità posteriori de' fucili, che si scosta dalla lamina esteriore per formare una larga *fossa* molto profonda e inoltrata in avanti, occupata da due musculini e da una sostanza glandulosa.

IX. L' estremità posteriore de' *fucili* termina in una sottil apofisi appiattita a' lati, spessa in basso, tagliente in alto, dove finisce con una *punta falcata* acutissima, la quale serve a' muovimenti di questa mascella, come l'olecrano serve a quelli del cubito umano.

X. Amendue i *fucili* sono porosi in avanti e in basso, dove ànno una serie di fori obbliquamente diretti verso la punta del becco, corrispondenti alle radici delle spine che ne armano come tanti denti il margine superiore de' *fucili*. Allo indietro poi, dal principio della *cresta* (§ VII), la sostanza n' è soda e assai meno porosa.

XI. Negli altri uccelli a becco tondo, se ne eccettuiamo gli Aghironi, le Gru, ec., la mascella inferiore è assai meno lunga, e i *fucili* assai più divergenti, di modo che in alcune classi rappresentano la lettera V; e la apofisi falcata n' è assai meno lunga e meno acuta (IX). Vi si incontrano però tante differenze in quasi tutte le classi e le specie diverse, che potrebbe farne un amplo assai curioso trattato chi le presentasse all' occhio e alla immaginazione de' Naturalisti. E chi sa che noi medesimi altra volta lo tentiamo? Intanto prenderemo, per darne un saggio, il Nibbio maggiore, il Barbagianni, e il Papagallo, perchè gli ò alla mano, e suppongo nota abbastanza questa porzione del becco degli uccelcelli domestici come Galli, Dindij, Numidici, Fringuelli, Cardellini, Canarini, Passeri, Ussignuoli, come Tordi, Ortolani, Merli, Gazze, Stornelli, Rondinelle ec. Quella poi dell' Aquila, dell' Avoltojo, della Strige, e quella affatto singolare dell' uccelletto detto Frosone o Spezza-noccioli, faranno parte dell' altro lavoro, che ci cade in pensiero d' intraprendere.

XII. Il Nibbio dunque, la testa del quale spoglia di tutto ciò non è osso, è larga alla sommità delle orbite linee venti e più, lunga dalla punta del becco adunco all' occipite linee trentaquattro, à la mascella inferiore lunga linee ventisette circa, divisa in punta, in due fucili o braccia, e cadaun di questi in due estremità articolari; lo spazio che ne divide la destra dalla sinistra, lin. 17.

XIII. Il Barbagianni, Grande Alocco, Gran-duc de' franzesi, è largo di testa lin. 26 e più, lungo poll. 3 + 1 : 2, à la mascella inferiore lunga dalla punta alle estremità articolari linee trentacinque: lo spazio tra la destra e l'altra, linee ventotto.

XIV. Nel Papagallo tutta la mascella inferiore è simile a un ferro da cavallo di cui s' abbia piegato in su le estremità, incominciando dall' averne incurvata la porzione arcata. È tutta soda e sottile; non à voto fra le lamine ossose de' fucili, eccetto uno brevissimo verso le estremità articolari fra le disuguaglianze della sua articolazione con gli ossi intermascellari: e il picciolissimo nervo mascellar inferiore per arrivare alle parti molli esteriori di questa porzion del becco trafora tutto l' osso poco distante dall' unghia striata, che ne arma la punta incurvata in su, convessa al di fuori, concava indentro, senza far nella sostanza de' fucili longitudinalmente il minimo tragitto.

CAPITOLO QUINTO.

Del nervo mascellar inferiore.

I. Il nervo mascellar inferiore, che nelle oche e nelle anitre fa il fascio il più grosso di quanti compongono il complesso descritto al principio del Cap. III del Trattato precedente, appena separatosi dal N. mascellar superiore getta un ramo notabile, che si distribuisce a' musculi, fra' quali questo tronco si apre la strada.

II. Un grosso ramo subalterno di questo medesimo paro innoltrandosi all' indietro e indentro, trafora visibilmente uno de' musculi, che servon a trarre indietro la lingua, e a stringer la glotide, e si distribuisce a tutte le carni vicine come altresì alla lingua, nella radice, o porzion diretana della quale il residuo più considerabile di questo ramo si disperde, e i ramicelli vanno a terminare alla base di quelle spine, che armano la faccia superior posteriore della lingua stessa intorno all' apertura della glotide.

III. Dopo questi due rami il cordon nervoso passa sulla cresta a cui s' attaccano i musculi elevatori della mascella, e nella faccia interna della base della cresta medesima, verso la metà della di lei lunghezza incontra un foro bislungo obbliquo, che lo guida nell' ampio canale scolpito nella sostanza più intima de' fucili (cap. preced. §§ III. IV V) ingrossandovisi notabilmente a pregiudizio della densità di sua sostanza, la quale se ne dirada a segno, che a ogni minima stiratura in traverso le molli sottilissime fila quasi se ne possono dividere, e si scorgono legate insieme per mezzo di un debile tessuto cellulare.

IV. Verso l' unghia della mascella tutto il nervo si appiattisce, e a foggia di ventaglio si dirama uscendone i filamenti da' forellini che corrispondono alle radici, e alle punte delle spine già più volte mentovate, delle quali al margigine di cadaun fucile della mascella il numero appar maggiore nelle oche, e nelle anitre più vecchie, di modo che se in alcune anitre ne ò numerato quarantasei per fucile, in altre ne vidi ottanta, e fin novanta. Nelle oche le spine sembrano veri denti, e sono assai più rare e men numerose.

V. O' trovato sempre doppio il filuzzo nervoso, che s'insinua nella base d'ogni spina, e sempre unico quello, che vi s'introduce verso la punta.

VI. Un ramo notabile si distacca dal nervo principale verso il terzo anterior de' fucili, e s' insinua in un foro obbliquo, che la guida nelle parti molli musculari, glandulari, e membranose d'intorno alla lingua, che fanno il parete inferior della bocca.

VII. L'estremità anteriore dello stesso nervo finisce degenerando in una quantità di filuzzi a guisa di plesso, che si cacciano tra le lamine dell' unghia, e ivi si consumano.

VIII. Non è proprio delle diramazioni del N. Masc. inferiore degli uccelli esser nè così bianco, nè così sodo come sono il Dacrico, e il Masc. superiore, perchè i rami principali e i subalterni de' Masc. inferiori non sono così strettamente compressi dal corpo ossoso reticolato come gli altri, che si trovano inguainati nella ossosa spongiosità della mascella superiore mentre che se ne diramano, e se ne disperdono per la sostanza, e da tali guaine, fragili a dir vero, ma dense e applicate molto strettamente intorno a' cordoni di que' nervi; e tanto più sottili quanto più minuti e più frequenti ramicelli nascondono, quali sono appunto i N. Masc. sup. ne' plessi descritti.

IX. Servono i Masc. inferiori, che pur si disperdono per lo cuojo onde sono soppannati di fuori e di dentro della bocca, ossia del becco, i fucili e la estremità unghiata di tale mascella, al senso del gusto, al tatto, e al muovimento delle parti aggiacenti, come sono i musculini che traggono la lingua in avanti, e su i lati, onde la voce stentorica n' è pure servita.

X. Distribuendosi poi anche a' corpi glandulari sottoposti alla lingua, attornianti la sommità della trachèa, occupanti lo spazio ch' è tra i fucili della mascella, e l' unghia, e gettando rami, che si perdono nelle spinose papille della lingua vicine all' apertura della glotide, è natural propendere a giudicargli ausiliarj de' nervi Geusici, o Gustatori.

DIGRESSIONE.

Se mi è stato permesso e applaudito il recare per l'addietro quelle osservazioni d' alcuni celebri e diligenti Autori che nella ricerca della origine e della determinazione de' nervi cerebrali a diversi organi degli uccelli mi ànno preceduto, ardisco di lusingarmi che, usando lo stesso candore sul medesimo soggetto verso d' un nostro illustre acutissimo Contemporaneo, non ne sarò meno ricompensato con l' aggradimento generoso della nostra Società. Le mie osservazioni distese fino dall' anno MDCCLXXVI non potevano esser adorne delle belle scoperte, che ne à pubblicato in quel suo magnifico volume in folio sulla notomìa degli organi dell' udito e dell' odorato (*a*) ANTONIO SCARPA professor chiarissimo di Notomia e di Clinica chirurgica in Pavia l' anno MDCCLXXXIX. Lo possono bensì ora che vanno ad aver con le precedenti l' onore delle stampe, ed io mi fo ambizione di darne un brevissimo compendio, vale a dir quanto basta perchè il Pubblico veda in quali cose relative alle distribuzioni de' nervi per le Narici, e lo Becco degli uccelli, siamo stati concordi, e in quante e quali io sono stato dalla paziente felice industria del mio venerato Collega superato.

(*a*) Anatomicæ Disquisitiones de Auditu et Olfactu, Auctore Antonio Scarpa &c. Ticini in Typographeo Petri Galeatii MDCCLXXXIX. in fol. cum iconibus æneis, folio maiori.

Prescindo dalla descrizione altrettanto vera quanto accurata delle conche, o siano ossi turbinati distinti in inferiore, mezzano, e superiore, che troviamo dal § VII al XII del VI Capo (*a*) dell' Opera di cui si tratta, la lettura di tutto il quale dovrebbe riescire utilissima e piacevolissima a chiunque applica alla contemplazione degli attributi della SAPIENZA INCREATA nella magnificenza e nella opportunità delle opere della medesima; e passo all' oggetto principale delle mie ricerche, cioè a' nervi mentovati, e alla distribuzione loro, dando in meschino itàliano ristretto ciò che il Professor di Pavia espose in purgatissima lingua latina diffusamente.

„ I. Abbiam dimostrato (*b*) nelle Annotazioni anatomiche (*c*) la vera origine de' nervi olfatorj de' Bruti esser distinta dalli processi mamillari de' ventricoli del cerebro loro, i quali servono bensi di sostegno a' detti nervi che son loro al di fuori aderenti. La cosa va del pari ne' volatili, perciocchè le radici midollari de' nervi olfattorj loro si distinguono per lo candore dal cenerino degli processi, e sono evidentemente sovrapposti alla base loro esteriormente e riunendosi a pòco a poco in fascetti maggiori di fibrille formano il tronco del nervo olfattorio. Là poi dove in un tronco solo concorrono tali fibrille rieevono come in proprio senso l' ottusa estremità degli processi mamillari, congiungendogli la pia madre; in guisa però che con qualche diligenza i nervi dagli processi posson separarsi senza lacerazione. „

„ II. Gli Processi mamillari, anche negli uccelli sono allungamenti de' ventricoli anteriori del cervello, che non àn di comune co' nervi olfattorj se non se la veste della pia meninge: nè dee ignorarsi, che tanto nell' uomo e nel quadrupede, quanto nel pesce, nel rettile e nell' uccello il nervo olfattorio proviene da una sostanza particolare midollare de-

---

(*a*) Sectione I. Cap. V. pagg. 78,79,80.

(*b*) L. cit. pag. 81. § X. n. 1,

(*c*) Anat. Annot. lib. II. cap. II. §. XIV.

degli emisferj del cerebro, e dalla parte anterior de' medesimi, (a) non già dalla midolla allungata. „

„ III. Poco sopr' all' apice ottuso del processo mamillare il nervo olfattorio presa la figura cilindrica per un canal osseo portasi alla narice del proprio lato accompagnato dalla dura madre, che lo veste, e da un emissario, cui mediante il seno longitudinal della dura madre si scarica nelle prossime vene interiori nasali. Il nervo nelle teste fresche è assai molle, ma basta spargervi sopra spirito di vino perchè indurisca, e possa dividersi agevolmente in fascetti di filamenti. Avvicinandosi alla punta dell' osso turbinato superiore s' asconde per breve tratto, poi dividesi in due serie di rami una delle quali si distribuisce sopra al setto delle narici, e l' altra per lo turbinato medesimo, introducendosi nelle cavità nasali senza interposizion di lamina cribrosa in vece della quale ogni fascetto n' è ricevuto in altrettante guainette apprestategli dalla membrana pituitaria. „

„ IV. Quanto alla prima serie, basta lasciar in sito la tramezza delle narici, scuoprirla cautamente, e aprir quel luogo dove la punta del turbinato superiore raggiunge la radice della tramezza, e si vedrà il n. olfattorio appena uscito del proprio canale ossoso gettar fili per la sommità della tramezza coperta di stami plessuosi del medesimo nervo suddiviso in altri sottilissimi sempre minori filamenti. „

„ V. La seconda serie aderente alla punta del turbinato superiore si riduce in numerose fila divergenti, che per la convessità del medesimo discendono sostenuti dalla ivi sottilissima membrana pituitaria, finchè divise e suddivise arrivano alla base di questo, oltre alla quale non l' abbiam veduto a propagarsi ad onta d'ogni diligenza sicchè debbon esser e rarissimi e tenuissimi seppur ve n' à fili stendentisi oltre all' accennato confine. „

(a) Di cotesta origine de' nervi olfattori nell' uomo abbiamo trattato diffusamente nella Encefalotomia universale. Torino MDCCLXXX., in 12., e nelle Osservazioni in Chirurgia. Torino MDCCLXXXIV. in 8.

„ VI. Siccome varia la proporzion dell' osso turbinato superiore con gli altri, e di cotesti con la cavità delle narici, a tenor dell' esposto nel § XI di questo capo (a), negli uccelli d' ordine diverso, così n' è diverso il volume del N. olfattorio, e diverso il numero de' filamenti. Nelle Galline e ne' Passeri dov' è picciolo il turbinato, sottilissimo è il nervo e getta brevissimi fili. Negli Sparvieri, nelle strigi e negli Alocchi che ànno quel turbinato maggior degli altri, il nervo getta filamenti spessi, grossi e visibili a occhio nudo pel turbinato superiore, e per lo setto; di modo che nel più picciolo degli sparvieri l' espansion del N. olfattorio per le narici è maggiore che nel più gigantesco Dindio. E se n' accresce, tutt' altre cose uguali, la grossezza e l' espansion nelle oche e nell' ordine loro dove il turbinato maggiore è proporzionato al corpo tutto. N' è poi massima la grossezza e 'l numero de' filamenti nelle Gralle che ànno molto maggiore di quel che in verun altro uccello si osservi, l' osso turbinato superiore. „

„ VII. Non mancano all' olfattorio degli uccelli nervi ausiliari. L' oftalmico, primo ramo del quinto para, entrato nell' orbita e fatto breve corso sotto al musculo retto superiore, si caccia in un canaletto dell' osso sotto all' olfattorio e sbocca nelle narici, scorre sulla sommità del setto per la faccia piana del medesimo coperto al principio dalla pituitaria; poi ricevuto in un solco cartilaginoso viene obbliquamente al rostro in avanti. Toccato appena l' angolo superiore del setto getta un filuzzo lunghissimo, che scorrendo per lo margine superiore del setto corrisponde al nervo nasale del quinto para nell' uomo. Poco discosto, un 20 più indietro del filuzzo mentovato, l' oftalmico getta un grosso ramo, che scorrendo per l' esterno lato delle caverne nasali dà tre o quattro altri rami, donde il turbinato mezzano riceve alcuni fili. Uno paro più grosso e più lungo va al turbinato inferiore; e un altro ramo lì presso esce dalle narici per un foro partiticolare, e si porta alle pinne del naso, e agli integumenti del rostro. „

(a) Pag. 80.

„ VIII. Dunque l' angolo superiore del setto delle narici, e l' osso turbinato superiore sono la speciale unica sede negli uccelli dell' organo dell' odorato. A confermar la qual conseguenza concorre l' ampiezza accresciuta dell' osso turbinato medesimo in quegli ordini d' uccelli in cui l' olfattorio tumido fornisce il naso di fili più densi, e più grossi, mentre che gli altri turbinati provvisti di nervi dal quinto para godon di senso comune alle altre parti del corpo. „

Non rechiamo le belle riflessioni dell' Anatomico di Pavia sulla estension che può dar un Fisiologo alle osservazioni che abbiamo compendiato, perchè escono da' confini anatomici; esortiamo però chiunque à genio d' istruirsi di farlo al fonte, e di valersi delle bellissime figure alle cose precedenti relative, di cui è ornata quell' Opera, dalla quale è sicuro di ricavare utilità e diletto.

ESPERIENZE ED OSSERVAZIONI

SOPRA LE PROPRIETA' FISICHE DEI SUGHI LATTIGINOSI DELLE PIANTE NOSTRALI E SOPRA LA LORO SIMIGLIANZA CON LA GOMMA O RESINA ELASTICA

Di Gioachino Carradori

Presentata da ANTONIO CAGNOLI *il dì* 16 *Marzo* 1803.

L'Analogia, che è la guida più familiare delle Fisiche Scienze, perchè non faccia dei passi incerti e talora anche falsi, conviene che cammini appoggiata all' Esperienza. La simiglianza nelle apparenti qualità può farci congetturare, che quei corpi, che ne sono rivestiti, godano dell' istesse *Fisiche proprietà*, ma la congettura non si può erigere in canone, se non è corredata da una serie d' esperimenti, che ce le contestino.

L' analogia, che passa tra il sugo lattiginoso, da cui proviene la *Resina elastica*, e i sughi lattiginosi delle piante nostrali ha fatto promuovere a dei Savj (*a*) la questione, se si possa estrarre questa sostanza dai sughi lattiginosi dei vegetabili delle nostre contrade. La questione richiamò la mia curiosità, ed essendomivi impegnato ritrovai in ultimo, che benchè l' analogia camminasse del pari nelle qualità fisiche, fra il sugo da cui si forma la resina elastica e i nostri sughi lattiginosi, nonostante in ultimo il prodotto di questi, benchè simile alla resina elastica, non arriva a possedere quelle proprietà, di cui è dotata la detta resina, e che sono indis-

---

(a) Rapport général de la Société Philomatique, Tom. I, e Fourcroy, Systeme des connoiss. Chimique, Tom. VIII.

dispensabili per applicarlo a quegli usi, per i quali è tanto ricercata la resina elastica.

Io esporrò brevemente l' Istoria comparata delle proprietà fisiche dei nostri sughi lattiginosi, e di quello della resina elastica, e perchè meglio si conosca la natura di queste nostrali produzioni, le quali non credo, che siano state per anco con diligenza esaminate, e perchè si sappiano i miei tentativi per istruzione di chi nutrisse sopra di essi qualche progetto.

La *resina elastica* è il coagulo d' un sugo lattiginoso, che si ottiene per incisione dal *Jeve* o *Coatchou*, Pianta, che vien designata dai Botanici col nome di *Jatropha elastica*, e da molte altre specie dell' istesso genere *Jatropha* (*b*), e da alcune altre piante ancora, che crescono nell' America sì Meridionale, che Settentrionale, ed in alcune Isole.

Se si raccolga questo sugo in Bottiglie, che poi chiuse esattamente si rendano impermeabili all' aria, si mantien fluido. Per mezzo di questa diligenza ne poterono pervenire pochi anni sono a Fourcroy a Parigi due Bottiglie piene, una dall' Isola di Borbone, e l' altra da Cayenna, il quale così ebbe il comodo di far sopra il primo le seguenti osservazioni (*c*).

Sturate le Bottiglie esalarono un odor fetido, come di gas idrogeno sulfurato, e il sugo fu trovato quasi tutto fluido, bianco, ed opaco come un *latte*, fuorichè una porzione, la quale coagulatasi nella parte più alta delle bottiglie, e convertitasi in resina elastica, avea preso la loro forma; ciò che dimostrava, che il coagulo avea principiato di dove il fluido potea aver avuto commercio con l' aria.

Versata una porzione del sugo lattiginoso fluido un poco riscaldato in un vaso largo all' aria libera si condensò alla superficie, e si ricoprì d' una pellicola di resina elastica. Un' al-

---

(*b*) Flora Mexicana, e Journal de Phisique de M. Rozier, Mem. par M. Bernard. Tom. XVII.

(*c*) Annales de Chimie 1791.

altra porzione di questo sugo posto sotto una campana di vetro piena d' aria, che posava sopra il mercurio, si ricuoprì similmente d' una pellicola di resina elastica, e restò assorbita una porzione d' ossigeno.

Gli acidi, e specialmente l' acido muriatico ossigenato agirono rapidamente sul detto sugo coagulandolo nell' istesso modo, che si coagula all' aria lentamente. Gli alcali agirono a rovescio, cioè impedirono la sua concrezione, e lo mantennero fluido.

Il resto di quella porzione di sugo lattiginoso, da cui si era separata per coagulo mediante l' azion dell' aria la resina elastica, avea perduto la sua apparenza lattiginosa, ed era diventato trasparente, d' un sapore acido, e zuccherino.

Osservata attentamente quella porzione di sugo condensato, e convertito in resina elastica, che fu trovata nelle bottiglie, era bianchissima, e dotata di tutte le proprietà della resina elastica di commercio: esposta all' aria perdette ben presto la sua bianchezza, colorandosi da prima in biondo, e poi in bruno.

E da queste osservazioni Fourcroy dedusse I. Che la resina elastica si separa dal fluido, in cui è sciolta, o sospesa per il solo contatto dell' aria. II. Che la combinazione con l' ossigeno è la causa principale di questa separazione, o coagulo. III. Che la resina elastica è in origine bianchissima, e che il suo colore si deve soltanto all' influsso dell' aria.

Quasi l' istesse osservazioni, e poche altre differenti sono state di nuovo fatte là nell' America dal Sig. Vincenzio Cervantes Professor di Botanica in Messico, recentemente, e queste portano quasi i medesimi risultati.

Ancor Egli dice, che la resina elastica ripete il suo colore scuro dall' aria, ma più dall' azione della luce del Sole; poichè la resina elastica precipitata per mezzo degli acidi dal sugo lattiginoso è di un color biancastro, o lo mantiene finchè non si espone all' aria, e al Sole ciò che si può ottenere serbandola sotto l' acqua; ma subito che tocca l' aria, lo co-

comincia a perdere diventando da prima cenerina, e poi bruna, o nerastra.

Nelle bottiglie ben chiuse e impenetrabili all' aria si mantien fluido il sugo lattiginoso del Jeve, ma se vi trapela l' aria, si trova dopo del tempo la parte resinosa condensata, e indurita, e separata da un fluido acquoso, onde pare, che in esso stia sospesa, o disciolta la detta resina, come disse Fourcroy, e che il sugo lattiginoso deva assomigliarsi ad una *emulsione* vegetabile, e ciò si conferma dal sentirlo al tatto untuoso e saponaceo, qualora versatene poche goccie sulla palma della mano si stropiccino con un dito.

Se poi si raccolga in vasi aperti, e si tenga esposto all' aria questo sugo si scompone più speditamente, la parte resinosa si combina con l' ossigeno e si coagula, e quindi si separa dalla parte acquosa, e vi resta sopra galleggiante, e questa è la *resina elastica*.

Tutti gli acidi ben concentrati agiscono sopra il detto sugo lattiginoso separandone la parte resinosa in forma concreta, ma più di tutti l' acido muriatico ossigenato. Quest' acido la coagula prontamente, e tutte in una massa, come quando si coagula naturalmente all' aria. L' acido nitrico la precipita in forma di minuti pezzetti, o di polvere gialla dissolubile nell' acqua; gli altri acidi poi spiegano una minore attività.

Gli alcali non hanno assolutamente la proprietà di mantener fluido il sugo del Jeve, o Jatropha, come asserì Fourcroy; lo conservano bensì per alquanti giorni, ma non impediscono in fine che si coaguli; così pure gli acidi minerali allungati lo mantengon fluido per del tempo.

L' alcool vi si mescola, ma non lo scioglie: lasciato riposare il misto, l' alcool viene a galla, e il sugo rimane a fondo; dopo decantato, la parte resinosa si coagula senza rimanere alterata.

Gli oli essenziali sciolgono la parte resinosa in più giorni, e il misto prende la consistenza di una mucillaggine trasparente, e la parte acquosa riman separata al fondo del vaso. L' etere vetriolico coagula sollecitamente la parte resinosa, ma quando è stato lavato ad oggetto di spogliarlo di tutto l' acido solforico in cambio di coagularla la scioglie, e le dà tal consistenza di Trementina.

Io ho assoggettato ad un simile esame i sughi lattiginosi delle piante nostrali per riconoscere le loro *fisiche proprietà:* e siccome il *Fico* fra gli alberi, ed i *Titimali* fra l' erbe, sono le piante le più comuni, e che in conseguenza più facilmente me lo poteano somministrare, perciò sopra i loro sughi ho fatto le seguenti osservazioni.

Raccolta una quantità di sugo lattiginoso di Fico in un piccolo recipiente di vetro aperto, e lasciatolo all' aria, a poco a poco si condensa; ma questa mutazione comincia dalla superficie esterna, cioè, che è a contatto con l'aria, poichè si vede formarsi una pellicola superficiale, e tuttora rimaner sotto fluido. L' istesso osservai del sugo del Titimalo (Euphorbia earacia).

Dunque pare, che anche il condensamento, o coagulo dei sughi lattiginosi delle nostre Piante sia effetto d' una semplice ossigenazione, e quest' altre esperienze lo vengono a confermare.

Raccolsi una porzione di sugo lattiginoso di Fico in una boccetta di vetro a collo stretto, e dopo vi versai sopra dell' olio d' oliva; l' istesso feci sopra una porzione di sugo di Titimalo; questi si mantennero sempre fluidi, e mostrarono l' istessa facilità a coagularsi tutte le volte, che tolto di sopra l' olio esponevo parte di questi fluidi all' aria.

Io posi in una piccola boccetta di vetro a collo lungo e stretto una quantità di sugo lattiginoso di Fico, e dopo la capovoltai immergendo una porzione del collo nell' olio, avendo però avuta prima la precauzione d' impedire, che il sugo colasse giù per mezzo di un turacciolo di cotone messo all' imboccatura del collo della boccetta. Tornato dopo dei giorni a vederla, trovai che l' olio era salito nel collo della boccetcetta, e il sugo si era alquanto coagulato ricuoprendosi di una pellicola. Dunque egli era stato assorbito dall' ossigeno, e questo si era impiegato nella consolidazione di quella parte di sugo, che avea preso alla superficie la consistenza di pellicola, e il resto non si era potuto consolidare, perchè non vi avea trovato ossigeno abbastanza. Di fatti rinnovata l'aria entro il piccolo recipiente, e capovoltato di nuovo nell' istessa maniera si ottenne una nuova pellicola.

E perchè si effettui questa consolidazione, o precipitazione della parte resinosa dei detti sughi mediante l' ossigeno, par che ei voglia quest' elemento *libero*, o che facilmente gli venga ceduto dai corpi, che lo tengono in qualche modo combinato, poichè ho sperimentato, che i detti sughi non profittano, e al più pochissimo, dell' ossigeno combinato con l' acqua.

Riempiei a metà una boccettina di vetro di sugo di Titimalo, e poi vi versai sopra dell' acqua adagio adagio, perchè non vi si mescolasse; siccome il sugo di Titimalo, e tutti gli altri sughi lattiginosi ancora sono specificamente più gravi dell' acqua, l' acqua vi si mantenne sopra, come si mantiene sopra l' acqua uno strato d' olio, e così venne ad impedire il libero contatto del sugo lattiginoso con l' aria. In questo stato il sugo di Titimalo si mantènne quasi tutto fluido per quanto ve lo lasciassi stare; dico quasi tutto, perchè alle pareti di detto vaso, e alla superficie del sugo appena si era formata una leggiera pellicola.

Eppure potea attingere dall' acqua soprapposta l'ossigeno necessario, poichè si sa, che l' acqua tiene sciolto molto ossigeno, ed ha la proprietà d' assorbirne dall' atmosfera quanto glie ne bisogna per saturarsi.

Il calore, ossia il fuoco non produce mutazione alcuna sulle sensibili qualità di questi sughi lattiginosi, nè gli coagula, come l' *albume* o *albumina*.

Presi uno dei soliti vasettini di vetro a collo stretto pieno quasi a metà di sugo lattiginoso di Fico, e lo ricuopersi d' olio, e questo lo feci, e perchè non vi si introducesse l' ossigeno, che è il principio coagulante, e perchè si rendesse visibile qualunque fluido aeriforme, che si fosse sollevato dal sottoposto fluido, essendo obbligato ad attraversare lo strato dell' olio: dopo l' esposi al fuoco. Il piccolo recipiente passò per tutti i gradi di calore fino a quello dell' ebullizione, ma si conservò sempre fluido il sugo lattiginoso contenutovi; avanti di bollire mandò fuori alcune bolle d' aria, e seguitò a bollire per parecchi minuti sempre fluido, o bianco; fattosi più vivo il fuoco saltò fuori tutto l' olio, e parte del sugo per una subitanea esplosione, ed il restante si consumò per distillazione, e lasciò nel fondo del vaso una crosta spumosa d' un color rossigno-castagno.

I sughi lattiginosi delle piante nostrali si possono conservare quanto uno vuole fluidi, come quello del Jeve, qualora si tengano in dei vasi turati in modo, che non si possa introdurre aria.

Raccolsi ai primi dell' Ottobre del 1801 in un piccolo vasetto di collo stretto una quantità di sugo lattiginoso di Fico, e dopo averlo esattamente turato con della cera molle, lo riposi. Il sugo ivi rinchiuso si è conservato fluido per più d' un anno, e vi si conserva ancora. Sturatolo dopo un anno, ed annasatolo tramandò un odor narcotico simile a quello dell' oppio, e alcune goccie, che ne versai fuori, si coagularono al solito con lo stare all' aria.

Un altro vasettino simile quasi pieno di sugo di Titimalo raccolto ai primi Maggio 1802 e chiuso con un turacciolo di sughero si è conservato nell' istessa maniera per più di sei mesi quasi tutto fluido, poichè alle pareti del collo di esso vaso ve ne era una porzione del coagulato, vi era pure una leggiera pellicola alla superficie del detto sugo, ed il rimanente era fluidissimo. Quando io lo sturai non tramandò nessun fetido odore di gas idrogeno sulfurato, come riscontrò Fourcroy nel sugo lattiginoso del Jeve conservato nelle bottiglie, ma piuttosto un grato odore d' uno spirito aromatitico, o di un liquore, che ha subita una fermentazione spiritosa. Io ne estrassi una porzioncella, e prese al solito con lo stare all' aria la forma concreta.

Ma una porzione di sugo di Fico, che avea raccolta parimente quest' anno, cioè alla fine di Maggio 1802 in un vasettino compagno agli altri due, e chiuso nell' istessa maniera si portò diversamente. Dopo quattro mesi in circa trovai tutta la porzione resinosa coagulata, ma separata, e soprannatante ad un fluido acquoso. Ella nel consolidarsi avea presa la forma della piccola bottiglia, o vasetto, come appunto il sugo del Jeve, che Fourcroy trovò condensato nelle due bottiglie, una proveniente dall' Isola di Borbone, e l' altra da Cayenna, e manteneva sempre il suo color bianco-latte. Il fluido acquoso, che occupava il fondo del vaso, era alquanto trasparente, d' un odore nauseante, d' un color rossigno, e di un sapore non acido, ma piuttosto zuccherino.

Questa differenza nelle due mentovate porzioni di sugo lattiginoso di Fico, qual' è, che una si conservò fluida, e l' altra si condensò e si separò da un fluido acquoso, io non veggo, che ad altro si possa attribuire, che alla diversità della stagione, in cui furono raccolte; e alla diversa maniera, con cui furon chiusi i vasetti per impedire l' ingresso all' aria.

Mi rivolsi in fine a sperimentare l' azione degli acidi, e degli alcali sopra i nostri sughi lattiginosi, e ritrovai che l' acido muriatico ossigenato coagulava tanto il sugo lattiginoso di Titimalo, che quello di Fico, e lattuga (lactuca sativa). Infusi dell' acido nitrico concentrato nel sugo lattiginoso di Fico raccolto di fresco dalla pianta, e versandovelo goccia a goccia ei si coagulò tutto in una materia gialla, morbida, o che non avea nessuna consistenza: l' istesso operò sul sugo lattiginoso di Titimalo. L' acido muriatico semplice si mescolò col detto sugo aggrumandolo, e non gli tolse il colore. Coll' acido solforico concentrato tanto il sugo di

Fico che di Titimalo si rappresero in una materia bianca, e tenera come il latte accagliato. Gli acidi vegetabili poco o nulla gli mutarono.

Mescolato il sugo di Titimalo colla potassa in varie proporzioni mutò il suo color bianco di latte in giallo-verde, ma si coagulò non ostante, bensì più lentamente del sugo di Titimalo puro, che si coagula all'aria: neppur la soda, e l'ammoniaca gli impedirono il coagularsi.

L'Alcool si unì coi sughi lattiginosi di Fico, e di Titimalo, ma non gli sciolse: gli olj essenziali bensì gli sciolsero ambedue, e formarono un tutto trasparente, ma ci vollero parecchi giorni, e l'operazione fu anche ajutata dal calor della stagione.

Or dunque se si confrontino i fatti da me osservati ed esposti, risguardanti le *Fisiche proprietà* dei sughi lattiginosi di Titimalo e di Fico con quegli, che sono stati osservati ed esposti, prima da Fourcroy, e poi da Cervantes rapporto alle *fisiche qualità* del sugo lattiginoso da cui proviene la *resina elastica*, si converrà, che sono pienamente conformi in tutto quel che è essenziale.

I nostri sughi contengono, come quello, una parte resinosa solidificabile, per una mera ossigenazione, sciolta, o sospesa in un fluido acquoso, e presentano rapporto a ciò i medesimi fenomeni; si comportano come quello, avvicinati agli stessi reagenti; onde mostrano di esser sostanze di una specie analoga perchè godono dell' istesse proprietà.

I nostri sughi puranche solidificati sono una materia elastica, e che gode dell' istesse proprietà della *resina elastica*. Tanto questa, che la resina elastica al caldo si ammolliscono, e al fuoco si fondono (*d*), e si infiammano: spente fanno sen-

---

(*d*) Volli riscontrare, se ambedue queste sostanze, dopo fuse mediante il fuoco, di nuovo si consolidavano, e se per consolidarsi assorbivano dell' ossigeno. Presi pertanto due vasettini uguali di vetro a collo lungo e stretto, ed in uno misi del sugo di Titimalo solidificato, e nell' altro della resina elastica in dose uguale, e gli esposi sentire il medesimo odore, e lasciano un residuo oleoso simile. Al freddo scapitano ambedue nelle loro fisiche proprietà, poichè non sono così molli, ed elastiche. Gli olj bollenti le sciolgono, e alcuni olj essenziali ancora per mezzo di un leggiero grado di calore soltanto. L' etere vetriolico può sciogliere ambedue queste sostanze; e *Senebier* nell' esporre la simiglianza dei nostri sughi lattiginosi con la resina elastica, nella sua Fisiologia vegetabile, dice pur egli d' avere sperimentato, che il sugo di Titimalo condensato si scioglie nell' etere vetriolico. L' acido nitrico attacca tanto l' una che l' altra, ma non gli altri acidi.

La materia elastica, in cui si cangiano condensandosi i sughi lattiginosi nostrali è pur essa in principio di un color bianco-latte, e ancor essa lo perde e acquista un color bruno con stare esposta all' aria. Il colore scuro, che ella prende, egli è effetto d' una lentissima combustione, che si eseguisce in detta sostanza alla comune temperatura dell' atmosfera tutte le volte, che si trova soggetta all' azione dell' os-

si-

---

al medesimo fuoco per far fondere le dette due sostanze. Il sugo di Titimalo solidificato si fuse più presto della resina elastica; bollirono ambedue, e tramandarono del fumo, e dell' odor di bruciato: e quando mi parve, che si fossero fuse per la maggior parte, tolsi dal fuoco nell' istesso tempo i vasettini, che le conteneano, e gli capovoltai tuffando il loro collo nell' acqua. L' acqua salì in copia in tutti due i vasetti, ma più in quello della resina elastica. Dopo dell' ore toltigli dall' acqua, e osservate le dette sostanze, trovai, che il sugo di Titimalo si era di nuovo ben consolidato, ma la resina elastica la ritrovai morbida come un balsamo e glutinosa; e tutte due aveano sofferto un leggiero grado di carbonizzazione.

Pare dunque, che ambedue le dette sostanze, dopo fuse dal fuoco, riprendano di nuovo la forma concreta, ma più difficilmente la resina elastica; di fatti ella si mantenne morbida e glutinosa dopo del tempo; nè ha ripreso ancora la primiera sua consistenza.

Ma non si può decidere, se per consolidarsi abbiano bisogno di nuovo dell' ossigeno, come quando sono nello stato di sugo lattiginoso, perchè l' assorbimento del gran volume di aria, che si è avuto adesso, si deve più attribuire all' incarbonimento di esse materie, che alla loro solidificazione.

sigeno dell' atmosfera. Quando ella si sottrae da tale azione si conserva bianca, e non subisce cambiamento di colore. La cosa è portata all' evidenza dalle seguenti esperienze.

Presi del sugo già coagulato di Fico di un color biancolatte, e parte ne esposi all' aria in un luogo oscuro, e parte ne misi al Sole tutto affatto sotto l' acqua, ed una porzione in fine ne misi similmente al Sole mezza sotto l' acqua, e mezza fuori. In capo a due giorni riscontrai, che tanto quella porzione, che era intieramente sotto l'acqua al Sole, che quella che vi era per metà, si erano conservate bianche, mentre tanto quella metà che era fuori dell' acqua al Sole, come pure quella porzione, che avea tenuto all' oscuro, si erano cangiate di colore. Dunque quì la luce del Sole non vi giuoca, ma soltanto l' aria, e questa, secondo me, non può influirvi, che con mettere più a nudo il carbonio, che è la causa della variazione del color bianco in bruno, mediante un insensibile combustione, cosa che succede in altre circostanze, come ho provato altrove (*e*): onde l' opinion di Cervantes, che la luce del Sole concorra a cagionare l' imbrunimento della resina elastica, non pare sostenibile.

Ma nonostante la somiglianza che si è trovata per tanti rapporti fra la resina elastica, e i sughi lattiginosi delle nostre piante, la sostanza, che ci danno coagulandosi non è una perfetta *resina elastica*, e non vi si può in nessun conto paragonare, per certi difetti che la rendono inservibile.

Poichè la sostanza, in cui si convertono i sughi delle nostre piante ha il difetto di ammollirsi troppo al caldo, e diventare eccessivamente duttile e glutinosa: allora, oltre al perdere la sua consistenza e contrattilità, diventa incomoda a maneggiarsi; al contrario al freddo perde tutta la mollezza, ed elasticità, e diventa un corpo duro, e resistente: poi ella ha il difetto di sciogliersi nell' acqua, benchè con difficoltà, ove riprende il suo color lattiginoso.

(*e*) Ved. Ann. Chim. di Pavia.

In somma ella è una sostanza solubile dell' acqua, che si ammollisce al caldo, e si indura al freddo, glutinosa, e che diventa mediante un certo grado di calore più *duttile* che *elastica*.

La *resina elastica* si ammollisce alquanto nell' acqua bollente, ma non vi si scioglie. Al caldo si ammollisce un poco, e diventa alcun poco glutinosa, e al freddo poi si indura e diventa un poco più resistente; ma conserva per altro a qualunque temperie della mollezza congiunta ad una tal quale consistenza e tenacità, per cui ella è sempre cedente ed elastica. Onde convien conchiudere, che la nostra sia una sostanza vegetabile diversa dalla *resina elastica* (*f*), d' un indole piuttosto *gommoresinosa*, o *saponacea* (*g*).

Io ho esteso le mie ricerche sopra tutti i sughi lattiginosi delle piante, che erano a mia portata, e oltre ai sughi di Fico, del Titimalo (*euphorbia caracias*) e di Lattuga (*lactuca sativa*) menzionati, ho cimentato ancora i sughi lattiginosi dei papaveri, dei sonchi, delle cicorie, e dell' altre specie di Titimali, che ho potuto trovare, e nessuno mi ha somministrato una sostanza dotata appresso a poco delle perfezioni della resina elastica. Anzi fra tutti, il sugo dei *Titimali*, o *Euforbi nostrali* mi è paruto, che sia il miglior

---

(*f*) *Fourcroy* nel *systeme des Connoissances Chim. Tom. VIII*, dice, che la resina elastica, impropriamente chiamata gomma elastica, non è, nè un olio fisso, nè una resina, nè una gomma resina, ma una sostanza *sui generis*.

(*g*) Benchè il sugo lattiginoso dei nostri vegetabili si approssimi alle gomme resine, non ostante differisce da esse per dei caratteri essenziali, onde a mio parere merita un posto distinto fra i *Componenti immediati* dei vegetabili, e in conseguenza, giacchè Fourcroy nell' enumerazione dei *Componenti immediati* dei vegetabili esposta nella sua grand' Opera *Systeme des Connoissances &c.* pone la *resina elastica*, cioè il sugo lattiginoso, dal cui coagulo proviene la detta resina, pare, che accanto si pervenga un posto anco al *sugo lattiginoso* delle piante nostrali, che in fondo non è, nè una *resina elastica*, nè una *gomma resina*, ma una sostanza *sui generis*.

glior prodotto : gli altri danno una sostanza più grossolana e più imperfetta .

Trovo, che Bucholz ha riconosciuto che l'oppio contiene una gran quantità di *resina elastica* . Può essere , che dalla sostanza , in cui si convertono nel consolidarsi i sughi lattiginosi nostrali, mediante qualche operazione, o processo chimico, possa ricavarsi della vera resina elastica ; e può essere ancora , che i detti sughi lattiginosi, previa qualche modificazione, si possano ridurre a convertirsi a dirittura in buona resina elastica : ma questo è un soggetto , che io non ho preso quì ad esaminare , e su cui non pretendo decidere . Io ho avuto solo intenzione di riscontrare , se i sughi lattiginosi delle piante nostrali danno , come era stato supposto , un prodotto simile alla resina elastica .

Pare dunque , che la resina elastica appartenga esclusivamente a delle piante esotiche .

Non vi ha dubbio, la natura ha accordato alle diverse regioni dei prodotti particolari , ed ha voluto così spartire i suoi doni con mano prudente e compensatrice .

Nec vero terrae ferre omnes omnia possunt .

DELL' ADESIONE O ATTRAZIONE DI SUPERFICIE

MEMORIA

Di Gioachino Carradori

Presentata da ANTONIO CAGNOLI il dì 25 Giugno 1803.

È stata dai Fisici considerata quella forza di unione, che si esercita dai corpi con le loro superficie, ed è stata distinta col nome di *Aderenza*, o *Adesione*. Molti si sono occupati a riconoscere e misurare questa forza fra solidi, e solidi, fra solidi, e fluidi (*a*) ma nessuno, eccettuate poche non rilevanti esperienze di alcuni Fisici, l' aveva ravvisata fra fluidi, e fluidi.

Questa forza non fa meglio la sua comparsa che fra fluidi, e fluidi: allora ella spiega tutta la sua energia, e manifesta in una maniera particolare le leggi a cui obbedisce. La forza d' Adesione non è stata ancora bene studiata, perchè nessuno finora avea battuta la strada che porta alla considerazione dei principali di lei fenomeni e dei più rimarchevoli resultati.

Io dimostrerò con dei fatti la maggior parte ovvii, ma sopra dei quali nessuno avea fatto per l' avanti delle giuste riflessioni, due gran verità, non per anco avvertite, rapporto all' Adesione.

I. Che vi è una forza di *Adesione*, o con più giusto vocabolo, *Attrazione di superficie*, fra dei fluidi di diversa specie o sostanze solide disgregate, la quale non si può confondere con nessuna delle forze finora conosciute.

II.

(*a*) A questa si riferiscono l' esperienze fatte dai Fisici sull' ascensione dei fluidi nei tubi capillari, e quelle di Guyton sull' adesione del mercurio coi metalli, e quelle d' Achard sull' adesione del vetro con dei fluidi di differenti specie.

II. Che ella ha il suo punto di saturazione, e le sue affinità, come l' Attrazione chimica.

Benchè abbia altrove (*a*) annunziato alcune di queste verità, non le ho per altro in nessun luogo esposte con quella estensione e chiarezza, che esse meritavano. È dunque mia intenzione adesso di presentarle al pubblico nel suo vero punto di vista, con provarle cioè rigorosamente, appoggiandole a quel corredo di esperienze e ragionamenti, che sono necessari per portarle all' evidenza e farle annoverare fra gli assiomi, e verità fondamentali della Fisica, o Filosofia Naturale.

ESP. I.

Si prenda un vaso qualunque ben pulito pieno d' acqua pura, come v. g., un bicchiere, e si applichi all' acqua una gocciola d' olio d' uliva ben fluido: l' olio, appena toccata la superficie dell' acqua, si espanderà sopra di essa in forma di sottile vernice.

Ma se, in vece di posarla sull' acqua, si posi sul vino, o sull' aceto, poco, o nulla vi si distenderà, molto meno sullo spirito di vino, o altro fluido, eccettuato il mercurio. E questo esclude qualunque spiegazione derivata da leggi puramente meccaniche. Qualcuno potea darsi a credere, che l' olio nell' espandersi sull' acqua non facesse che obbedire ad una legge generale dei fluidi, di tendere, cioè, a livellarsi, come fluido più leggiero dell'acqua, e facilmente scorrevole sopra la di lei egualissima, e delicatissima superficie. Ciò non si sostiene, molto più se si rifletta, che la velocità, con cui si espande la gocciola dell' olio sull' acqua è particolare, e non è propria d' un fluido che si livella sopra un piano orizzontale, e che la gocciola dell' olio, per quanto an-

---

(*a*) Giorn. Fisic. Med. di Pavia dal 1793. in poi. Ann. chim. di Pavia: Opuscoli scelti di Milano: Journ. de Phisiq. de Paris, *ed* Ann. de Chimie de Paris.

angusta sia la superficie dell' acqua su cui si getta, non si estende mai tanto da ricuoprirla tutta; il che dovrebbe succedere, se fosse un puro effetto meccanico. Ma non occorre trattenersi, per provarne l' assurdità, perchè verrà continuamente smentita dall' esperienze che seguono.

Dunque l' olio ha una forza di adesione, o attrazione di superficie con l' acqua. Lo stato suo naturale era di restarsi inerte dentro i limiti di una piccola sfera. Non vi è ragione nessuna, per cui una gocciola d' olio posata sull' acqua si espanda e ricuopra la di lei superficie, mentre si sa d' altronde, che se non esiste fra l' olio e l' acqua la *forza di repulsione*, non vi è di sicuro, nè *affinità di coesione, o di aggregazione*, nè *affinità chimica*, perocchè l'acqua, nè scioglie l' olio, nè lo attacca, nè vi si mescola che con difficoltà.

Plinio avea asserito, che l' olio ha la facoltà d' espandersi sull' acqua, e di calmar le tempeste. Franklin ed altri presero ad esaminare l' asserto di Plinio, ma nessuno per altro ha rilevato, che questo è l' effetto d' una forza d' attrazione, che ha luogo soltanto alla superficie dell' acqua.

ESP. II.

Sopra un vaso qualunque pieno d' acqua si getti una gocciola d' olio di qualunque genere, o fisso, o volatile, e di qualunque specie, come v. g. il Petriolio, o Nafta, o una porzione di qualunque sostanza oleosa concreta, o resina, o gomma resina, polverizzata: queste sostanze si espanderanno sulla superficie dell' acqua, e la cuopriranno, o di una esilissima vernice, o di una sottile membrana, ancorchè siano specificamente di essa più gravi.

Dunque tutti gli oli, o fissi, o volatili, o fluidi, o solidi, hanno attrazione di superficie con l' acqua.

In virtù di questa forza egli è per tanto, che tutte le sostanze oliose, o nelle quali trovasi unito un olio, o resina, o gomma resina, hanno la proprietà di far dei movimenti sull' acqua: così da questo principio si ripetono i movimenti della canfora sull' acqua, tanto ammirati dai Fisici finora, e non intesi, come pure la recisione dei bastoncini di canfora del Venturi al livello dell' acqua, e dei fiori di Benquino, o acido Benzoico; da questo l' espansione dei sughi lattiginosi delle piante, e specialmente dei Titimali, o Euforbi nostrali, e delle fecule di qualunque sorte, e di tutte le sostanze gommoresinose, o resinoso estrattive, come ho esposto in più e diverse Memorie altrove. (*a*)

E non altro fluido, se non olio, o di natura oliosa, come l' Etere, o che contenga un olio, o una resina già formata, si vede distendersi sull' acqua, e neppure nessuna sostanza solida, comunque polverizzata, se non è resina, o gommaresina, o che abbia fra i componenti dell' olio, o della resina, o che ne sia stata imbevuta: cosicchè, nè le terre, nè le pietre polverizzate, nè lo zolfo, nè il vetro pestato, si distendono sull' acqua, ma lo possono fare tutte le volte che siano stati per l' avanti imbevuti di qualche sostanza oliosa.

Dunque l' attrazione di superficie ha luogo soltanto fra dei corpi oliosi, o resinosi di qualunque specie, e sotto qualunque forma, o di fluido, o di solido, e l' acqua.

Si può arrivare a toccar con mano la proprietà, che hanno le sostanze oliose di espandersi sull' acqua, ed occuparne la superficie, col seguente semplicissimo esperimento.

ESP. III.

Si spargano sulla superficie dell' acqua dei corpicciuoli, capaci di galleggiarvi, come dei minuti pezzetti di foglia d' oro, d' argento, o di stagno, o altri corpi leggieri, ma che non contengano un olio, come v. g. dello zolfo, o delle

---

(*a*) Giorn. di Pavia: Opuscoli scelti di Milano: Ann. de Chimie de Paris.

le terre polverizzate, e poi si applichi alla superficie dell' acqua, ove è più seminata di questi corpicciuoli, una gocciola d' olio di qualunque sorte, si vedranno fuggir tutti quanti dinanzi all' olio che si dilata, e gli caccia dalla superficie dell' acqua, spingendoli avanti di mano in mano, che se ne impadronisce.

L'istessa cosa si vede, quando in vece d'olio si gettino sull' acqua dei minuzzoli di canfora, o delle fecule, o una gocciola d'etere, o che si approssimi alla superficie dell' acqua un pezzettino di cotone inzuppato d'Etere (*a*), o che vi si applichi una gocciola di sugo di qualche titimalo, o euforbio nostrale, anzi con questo, più che con l'altre sostanze, si ottiene un'azione più energica sui corpi galleggianti.

ESP. IV.

Se in vece di acqua pura si prenda dell' acqua salata, in cui cioè sia stato sciolto in quantità qualche specie di sale, come per esemp. del muriato di soda, o del nitrato di potassa, o del solfato di magnesia ec., nonostante che ella tenga incorporate queste sostanze straniere, qualora vi si applichino sopra degli oli, o delle resine, eserciterà sópra di essi la solita attrazione.

L' istesso pure accaderà, quando l' acqua in cambio di sali, contenga delle sostanze, che non vi si sciolgono, ma che vi stanno sospese, come v. g. delle terre; cioè, se in vece dell' acqua chiara si prenda dell' acqua torba o motosa.

Molto meno la temperatura dell' acqua v' influisce. Il fenomeno ha luogo sì con l'acqua calda, che con la fredda, purchè non sia tanto fredda da far rappigliar l' olio.

Se poi si prenda un' acqua carica di sostanze resinose estrat-

---

(*a*) Vedi le mie risposte all' objezioni di Prevost, Ann. Chim. di Pavia Tom. *XIX*.

estrattive, o che contenga sciolte, o natanti delle materie saponacee, o pingui, o comunque oliose, come per esemp. dell' acqua servita per delle lavande, non sarà atta a produrre nessuno dei soliti effetti, o al più qualcheduno di essi debolmente.

Da tutto ciò mi par che si rilevi, che l' attrazione di superficie è una proprietà indipendente dalle qualità, che l' acqua può possedere. Purchè l' acqua non contenga sciolte, o natanti delle sostanze pingui ed oliose, ella è in grado con la superficie di esercitare la sua attrazione su tutte le sostanze oliose, che vengono a toccarla.

ESP. V.

Si prendano due vasi cilindrici di vetro perfettamente eguali, uno con pochissima acqua, v. g. all'altezza di poche linee, e l' altro con molta acqua, all' altezza per esemp. di un piede e più se piace, e si applichi alla superficie dell' acqua di ciascuno di questi due vasi una gocciola d' olio, si osserverà, che nonostante le altezze differenti dell'acqua, vi si distenderanno sopra con pari velocità.

Dunque la forza, con cui l'acqua tira sopra di se l'olio, non è in rapporto con la quantità dell' acqua medesima, ossia con l' altezza della sua colonna, ma con la superficie; perciò a questa forza, che è indipendente dalla massa, o quantità di materia, e si esercita, come mostrano meglio le seguenti esperienze, dalla superficie, par che si competa il nome di *Attrazione di superficie*.

ESP. VI.

Si prenda un vaso di collo stretto e di ventre largo; come v. g. una boccia di vetro, piena tutta, cioè anche il collo, di acqua, e in mezzo all' apertura, ossia alla bocca di questa boccia, si posi sull'acqua una gocciola d'olio d' uliva;

questa si dilaterà quanto le lo permette l'angustia della superficie; quindi si estragga, succhiandola per mezzo di un piccolo sifone ricurvo, tanta acqua, che rimanga vuoto il collo, e porzione del corpo, o ventre, si vedrà, che in proporzione, che l' acqua calando guadagna il ventre della boccia, e in conseguenza scuopre maggior superficie, la gocciola dell' olio anderà dilatandosi.

E se, in vece dell' olio, vi si metta un pezzettino di canfora, si vedrà, che quanto più l' acqua scendendo nel ventre spiega di superficie, i movimenti giratorj di essa, che erano in prima piccoli e lenti, quando cioè l' acqua era nel collo del vaso, diventeranno tanto più grandi e veloci.

ESP. VII.

Si getti sull'acqua di un piccolo vaso una piccola quantità di olio, o di fecula, si vedrà espandersi poco, e lentamente, ma se si prende un vaso più grande se ne espanderà più, e più velocemente, e ciò sempre in proporzione dell' estensione della superficie, che presenta l' acqua del vaso; finalmente se si faccia l' esperimento in una vasca, o piccolo lago, se ne espanderà in quantità, e con molta velocità.

Dunque la quantità del fluido olioso, o della materia solida polverizzata contenente un olio, o una resina, e la velocità, con cui si espande sull' acqua, è sempre proporzionale alla superficie dell' acqua, su cui si getta.

ESP. VIII.

Si carichi una piccola siringa d'olio, e dopo averla immersa tutta nell' acqua di una vasca, si pigli lo stantufo per espeller l' olio; ei salirà secondo il solito per venire a galla, ma appena, che si troverà a fior d'acqua si espanderà sopra di essa, e ne spalmerà, nell' istessa maniera che se vi fosse stato gettato sopra, la superficie.

Egli è chiaro perciò, che non nel corpo dell'acqua, ma nella superficie di essa soltanto risiede una forza che tira a se l' olio, e lo fa dilatare.

ESP. IX.

Si strappi, o si tagli un fusto del Titimalo v. g. (Euphorbia caracia), o altra specie di Titimalo sotto l' acqua; tutto il sugo lattiginoso, che ne sgorgherà, precipiterà in fondo dell' acqua; se si tiri fuori dell' acqua una porzione del fusto, da cui tuttora sgorghi qualche poco di sugo lattiginoso o se ne recida un nuovo fusto, e se ne applichi una gocciola alla superficie dell' acqua, si espanderà sopra di essa con somma velocità in forma di esilissimo velo.

Anche quel sugo di Titimalo, che è andato a fondo, può espandersi sull' acqua, qualora si faccia in maniera che venga alla superficie della medesima. E questo si ottiene con versar l' acqua dal recipiente, in cui si trova, in un altro recipiente. Mediante questo movimento, il detto sugo viene a galla, e nell' uscir fuori del vaso si vede espandersi sulla corrente dell' acqua, che precipita nell' altro vaso.

Ecco confermata la conseguenza dell' antecedente esperimento: il sugo del Titimalo, come gli altri sughi lattiginosi vegetabili, è specificamente più grave dell' acqua, e se vi si distende sopra, non lo può fare, che per virtù di una forza, per cui l' acqua lo tira sopra di se, cioè sulla sua superficie, e non lo lascia in balìa della gravità, che lo farebbe precipitare.

ESP. X.

Si lasci cadere sull'acqua confinata in un vaso una goccia, o due di sugo di Titimalo; alcun poco se ne espanderà sull' acqua, ma la maggior parte precipiterà al fondo di essa in forma di tortuosi e bianchi filamenti; se in vece di farvelo cadere si applichi artificiosamente alla superficie dell'acqua

qua in modo, che vi si presenti poco alla volta, si espanderà quasi tutto sopra di essa, e poco ne anderà a fondo; laddove, se in vece di usar la detta diligenza si immerga nell' acqua bruscamente, caderà a fondo quasi tutto.

L'istesso succede con la farina di frumento, o altre fecule di semenze cereali, o leguminose ec.; se si lasci andare a poca per volta sull'acqua, vi si espanderà sopra, e la cuoprirà di una sottile membrana; altrimenti con gettarvela precipitosamente, o con tuffarvela dentro, la maggior parte precipiterà al fondo dell' acqua.

Questa esperienza viene a dimostrare in conferma dell' antecedente conseguenza, che acciò il sugo di Titimalo e le fecole si espandano a dovere sull' acqua, bisogna opporsi alla gravità, che le vuol far precipitare, e dar tempo all' attrazione di superficie che se ne impadronisca.

Siccome l' attrazione di superficie non agisce che nell' istante del contatto, è necessario, perchè continui ad agire su quella, prolungare il contatto. Se non si da tempo a questa forza di agire su quella porzione di sugo di Titimalo, che si presenta alla superficie dell' acqua, o altro fluido gommo-resinoso, o fecula polverizzata, sostanze tutte specificamente più gravi dell'acqua, con applicarvele a poco per volta, non si espanderà, che quel che tocca l' acqua in un istante, e il resto rimanendo in potere della gravità, sarà costretto a precipitare.

Dopo le fin quì esposte esperienze mi par che non resti luogo a dubitare, che vi è fra certi fluidi (*a*) e sostanze solide disgregate, una forza di unione che si esercita soltanto alla superficie, la quale non ha niente che fare con le forze fisiche finora conosciute, e che va in conseguenza distinta col nome particolare di *attrazione di superficie*.

(*a*) Questa conseguenza viene sempre più confermata dall'esperienze che seguono.

ESP. XI.

In un bicchier d' acqua si getti una gocciola d' olio; questa come abbiam visto (Esp. I) vi si distende; dopo se ne getti un' altra in qual parte si vuole della superficie dell' acqua, cioè, o dove ella è spalmata dall' olio, o dove rimane tuttora scoperta; la seconda si distenderà assai meno della prima: vi si getti la terza, e questa poco, o nulla vi si dilaterà. Se in vece di un bicchiere si adoperi un altro vaso qualunque con grande apertura, e in cui l' acqua in conseguenza presenti una superficie molto estesa, ivi sarà suscettibile di espansione una maggior quantità d' olio, ma alla fine succederà l' istesso, dopo un termine, nessun' altra porzione d'olio vi si potrà distendere, onde resteravvi immobile.

Si ripeta l' istesso esperimento col sugo di Titimalo: dopo avere applicata alla superficie dell' acqua contenuta in un bicchiere, una goccia di sugo di Titimalo, vi se ne applichi un' altra; la seconda invece di espandervisi, come la prima, si precipiterà tutta al fondo del vaso.

Succede il simile con le fecule. Si getti a poca alla volta una presa di farina di grano, le prime porzioni si distenderanno affatto sull' acqua in forma di membrana, ma quando ne sarà rimasta coperta quasi tutta la superficie, le porzioni di farina, che si gettano dopo, caderanno a fondo.

Dunque l' acqua con una data superficie non può attirare sopra di se, che una data quantità d' olio, o di sugo lattiginoso vegetabile, o di fecula; e quando non ne attira più, bisogna dire che l' attrazione di quella data superficie è arrivata al punto di *saturazione*. Quando poi l' attrazione di una data superficie è rimasta saturata, il superfluo dell' olio, e della fecula, vien, dirò così, rigettato, onde l' olio rimane a galla tale quale, cioè senza uscir dai limiti della sua sfera, perchè è specificamente più leggiero dell' acqua, e il sugo di Titimalo, e la fecula, che è specificamente più grave, dee precipitare, perchè l'attrazione non è capace di ritenerne più di quella che comporta il grado di saturazione di quella data superficie.

L' esperimento seguente è una riprova della dedotta conseguenza.

ESP. XII.

In vece di far l' esperimento sull' acqua di una limitata superficie, si faccia sull'acqua di una gran vasca, o di un lago; vi si potrà gettar sopra olio, o fecula in quantità, e si potrà continuare, che seguiterà sempre a distendervisi sopra con l' istessa velocità, perchè la superficie dell' acqua, per essere troppo estesa, non è suscettibile, dirò così, di saturazione.

Egli è un grazioso fenomeno nel far quest' esperimento con della farina, ossia fecula di semenze cereali, sull'acqua di una molto estesa superficie, come v. g. in un fiume, in un lago, o in una vasca, il vedere quando vi si getta la detta fecola a mucchi, questi ammassi d' inerte materia, quasi animati da un moto intestino, o brulichio espandersi sull' acqua e mostrare un' azione quasi spontanea, per cui in cambio di precipitare a fondo, par che vadano tutte le particelle che gli compongono a fuggire, allontanandosi scambievolmente, e allargandosi sull' acqua.

E il sugo di Titimalo, se si applichi alla superficie dell' acqua corrente, si distende tutto sopra di essa e par che sparisca, perchè l'onda successiva gli presenta una sempre nuova superficie, ove può dilatarsi senza limiti di saturazione.

ESP. XIII.

Si getti sull' acqua contenuta in un vaso non molto grande, v. g. in un bicchiere, o tazza, una gocciola, o due d' olio d' uliva, e gli si dia tempo, che si allarghi quanto vuole sulla di lei superficie, e dopo vi si applichi una gocciociola di sugo lattiginoso di Titimalo, appena che il detto sugo avrà toccata l' acqua, si vedrà espandervisi, ed occuparne la superficie, e l' olio ritirarsi da parte, ossia intorno ai lati, o pareti del vaso, e riconcentrarsi tutto, riunendosi in uno, o più piccoli cerchi, o dischi.

Se si faccia l' esperimento inverso, cioè se il sugo di Titimalo si ponga sull' acqua il primo, e dopo l'olio, l' olio non vi si espanderà, nè farà il giuoco, che ha fatto il sugo di Titimalo, ma vi rimarrà tale quale.

Il fatto dimostra, che il sugo del Titimalo ha scacciato l' olio dalla superficie dell' acqua, per aderirvi egli stesso, e che l' olio per dar luogo al sugo di Titimalo si è ritirato, o in termini più adeguati, che la superficie dell' acqua, per unirsi al sugo del Titimalo, con cui ella ha più attrazione, ha abbandonato l' olio, onde cessata quella forza che lo tenea disteso, e in conseguenza abbandonato a se stesso, ossia alla propria forza di *coesione*, o di *aggregazione*, si è dovuto in virtù di questa riunire in forma di circoli, o dischi, per ceder l' area al sugo del Titimalo, e rifugiarsi ai lati del vaso, perchè non può andare a fondo.

Il seguente più curioso esperimento sarà anche più istruttivo.

ESP. XIV.

Si faccia l' istessa operazione in un altro simile vaso, ma in vece del sugo di Titimalo, si adoperi della farina di *grano*, o di altro seme *cereale*, o *leguminoso*, e si vedrà l' olio, che prima occupava la superficie dell' acqua, dilatarsi in forma di sottile vernice, restringere la sua circonferenza, in proporzione, che si estende la farina; ma la cosa particolare sarà, se si continui un pezzetto a gettar della farina, che in ultimo l' olio trovandosi scacciato da tutta la superficie, verrà obbligato a riconcentrarsi nel più stretto spazio possibile, e riunirsi tutto in una piccola bolla, che a guisa di globo o *palloncino* si vedrà sospeso alla sommità dell'

dell' acqua vicino ai lati del vaso, ma sotto alla superficie dell' acqua, e a contatto di essa (*a*).

Il fatto parla chiaro, e prova ad evidenza, che l' olio ha dovuto cedere la superficie dell' acqua alla farina, che vi si è distesa sopra in forma di membrana, perchè l' acqua ha maggiore attrazione di superficie con essa, che con l' olio; e tanto è vero ciò, che l' olio per cederli tutta quanta la superficie, non solo ha dovuto radunarsi tutto in un luogo, come nell' antecedente esperimento, ma ha dovuto prendere la forma globulare, perchè, e non essendoli permesso dalla forza espellente, dirò così, della farina di distendersi in piano, benchè nel più ristretto giro, sulla superficie dell' acqua, come nell' antecedente esperimento, e non potendo a cagione della sua leggerezza andare a fondo, non gli restava altro che prendere questa forma, per rimanere tutto sotto la superficie dell' acqua.

Dunque l' attrazione di superficie ha le sue affinità.

ESP.

(*a*) Questo esperimento smentisce ciò che ha azzardato Fourcroy sulle *proprietà Fisiche* delle fecule nella sua grand' Opera *Syteme des connoissances de Chimie*. La fecula, egli dice, quando si getta sull' acqua, gode d' una specie di movimento oscillatorio, o giratorio, che dura lungo tempo, e che non si arresta, che nel caso, che si apponga dell' olio sulla superficie dell' acqua.

Ma l' esperienza dimostra, che succede tutto all' opposto. L' olio non impedisce l' espansione della fecula, o sia farina sull' acqua; e in conseguenza non arresta i suoi movimenti, ma bensì la farina impedisce l' espansione dell' olio, poichè ha la facoltà, come fa toccar con mano l' esperimento, di scacciar l' olio dalla superficie dell' acqua.

Si possono vedere le mie riflessioni critiche su questo punto, inserite nelle Novelle Letterarie di Napoli, e nel Gior. Letterario di Pisa, dove si prova contro l' opinione di Fourcroy, che i movimenti giratorj sì delle fecule, che della canfora, non si devono, nè si possono ripetere, che dall' attrazione di superficie. Fourcroy è d' avviso, che i movimenti della canfora si devano all' attrazione delle molecole della canfora, dell' acqua, e dell' aria, e ad un puro effetto di combinazione fra questi tre corpi.

ESP. XV.

Questa si può riguardare, come fondamentale, o sia l' *experimentum crucis* di Bacone, perchè è decisiva, nè lascia luogo a dubitare, o da obiettare contro l' attrazione di superficie.

Si prenda un bicchier d' acqua, e vi si versi sopra dell' olio d' uliva ben chiaro, e fluido in quantità, acciocchè vi si alzi da un pollice, o due, e anche più, se uno vuole; poi vi si getti una goccia, o due di sugo di Titimalo, e se questo non va a fondo, si obblighi, cacciandolo sotto l' olio, a precipitare; si vedrà il detto sugo lattiginoso, che in forma di globetti, o piccole sfere, attraversa l' olio, quando è arrivato alla superficie dell' acqua, parte espandersi sulla superficie medesima, nonostante, che sia occupata dall' olio, cioè formare un piccolo strato, o sottile velo sull' acqua framezzo all' olio, e all' acqua, e il resto precipitare al fondo dell' acqua in forma di tortuosi filamenti.

È vero, che l' espansione non succede così ampla ed energica, come quando vi è sull' acqua distesa una vernice soltanto di poche gocciole d' olio, come nell' Esp. XIII, ma però, o poco, o assai costantemente succede. I globuletti, o piccole sfere, in forma delle quali cala giù a traverso dell' olio il sugo del Titimalo, appena che toccano la superficie dell' acqua, si rompono ed espandonsi alquanto formando un piccolo disco sulla superficie medesima, e tanto appunto, quanto ne può attirare l' attrazione di superficie d' un piccolo istante (Esp. X), e per quanto lo permette la resistenza che gli oppone la viscosità e la gravità, o pressione dell' olio sopraincumbente; e il resto va a fondo.

ESP. XVI.

Si prenda un piattino da caffè ben pulito e netto ; e si riempia d' acqua pura , cioè che non abbia servito a nessuna sorte di lavanda , poi vi si gettino sopra pochi minuzzoli di canfora ; questi faranno al solito i loro movimenti giratorj scorrendo quà e là sulla superficie dell' acqua ; dopo vi si getti una gocciola d' olio d' uliva , questo ricuoprendo al solito l' acqua di una vernice scaccerà la canfora , e arresterà i suoi movimenti ; dopo, lì dove rimane scoperta la superficie dell' acqua , si getti una gocciola d' olio di noce , egli si distenderà non ostante l' olio d' uliva , e lo allontanerà alquanto ; dopo si getti una gocciola d' olio essenziale , o sia olio volatile di lavendula , o altr' olio aromatico ; vi si dilaterà pur nonostante , ed obbligherà a ritirarsi gli altri olj fissi ; finalmente vi si applichi una goccia di sugo lattiginoso di Titimalo , egli in un' istante si impadronirà della superficie dell' acqua , e spingerà tutti questi olj riuniti ai lati dal vaso ; se in ultimo vi si getti adagio adagio una piccola presa di farina di grano , o altra semenza cereale , ella vi si distenderà poco , ma vi si distenderà pur non ostante , ed obbligherà in conseguenza a ritirarsi tutti gli altri fluidi che aveano occupata la superficie dell' acqua .

Ecco parecchie sostanze , ciascuna delle quali ha un differente grado di attrazione di superficie con l' acqua , poichè la canfora , che è un olio volatile concreto , mediante l' espansione del quale ella fa i suoi movimenti sull' acqua , cede la superficie dell' acqua all' olio d' uliva , l' olio d' uliva all' olio di noce , l' olio di noce all' olio volatile di lavendula , questo al sugo di Titimalo , il sugo di Titimalo alla farina di grano .

Dunque si potrà formare una scala , o tavola delle affinità , che ha l' attrazione di superficie dell' acqua con le sostanze oliose , e in questa nell' infimo posto dovrà segnarsi la canfora, poi l' olio d' uliva, poi l' olio di noce, poi l' olio aromatico di lavendula, o altro olio simile, poi il sugo di Titimalo, poi la fecula delle semenze cereali; per altro fra queste e il sugo lattiginoso dei Titimali non passa tanta differenza, quanta ne passa fra il detto sugo, e gli olj; poichè la detta fecula non si espande che con difficoltà sulla superficie dell' acqua saturata del sugo di Titimalo, benchè d' altronde egli è certo, che il sugo di Titimalo ha meno affinità della detta fecula colla superficie dell' acqua, perchè il sugo di Titimalo non si espande sull' acqua, quando vi è sopra qualche sorte di fecula.

Se si eseguisca quest' operazione in una gran vasca, o altro luogo, ove l' acqua abbia grande estensione, ognun vede, che non può succedere un tal fenomeno, a causa della quasi illimitata estensione di superficie, che non ammette saturazione.

ESP. XVII.

Si prenda del puro e ben netto mercurio, e si versi in un bicchiere, o altro simile recipiente, e poi vi si getti sopra una gocciola d' olio d' uliva, vi si distenderà sopra in forma di vernice, come sull' acqua, ma un poco più lentamente: se in vece d' olio d' uliva si prenda olio di noce, vi si distenderà più prontamente, e più dell' olio di noce l' olio volatile di lavendula, o altro simile.

Il sugo di Titimalo pure vi si distende, come sull' acqua, ma assai più adagio, e lo ricuopre di una ben sensibile vernice; sul mercurio si distende ancora l' olio concreto, di cui è formata la canfora, benchè l' occhio non abbia campo di ravvisarvelo, a cagione della sua eccedente volatilità, e produce, mediante questa espansione, quei movimenti della canfora, che si osservano sull' acqua, ma assai più deboli.

Le fecule vi restano immobili, se non si sciolgano in molta acqua; allora gettatavi una goccia di quest' acqua lattigitiginosa vi si distende qualche poco, ma con difficoltà, e lentissimamente.

E chi volesse una prova palpabile della forza con cui si distendono sul mercurio le dette sostanze, e si impadroniscono della di lui superficie, può ripeter l' esperimento (III), che vi succederà come sull' acqua.

ESP. XVIII.

Si applichi alla superficie comunque ampla di una quantità di mercurio una gocciola d' acqua, ella vi si manterrà immobile; nè dilaterà mai i suoi confini. In vece d'acqua si prenda qualunquealtro fluido, purchè non sia olio, o di natura oleosa, come l' etere, o non contenga un olio, o resina comunque combinatavi, non si vedrà avervi luogo dilatazione alcuna.

Dunque vi è fra le sostanze oliose e il mercurio un' attrazione di superficie, come tra queste, e l' acqua, la quale attrazione non si manifesta con tutte le altre sostanze non oliose, come non si manifesta fra le sostanze, che non contengono un olio, o che non ne siano state imbevute, e la superficie dell' acqua (Esp. I e II).

ESP. XIX.

Si infonda del mercurio in un tubo da barometro di quell' altezza, che uno vuole, e quando è pieno in fino in cima, si applichi sul mercurio medesimo una gocciola d' olio d' uliva, o di sugo di Titimalo, questa si espanderà poco e adagio, a cagione della ristretta superficie: ma se quest' istesso mercurio purgato dall' olio si versi in un recipiente espanso, e vi si applichi un' altra gocciola d' olio, o di sugo di Titimalo simile alla prima, allora vi si distenderà più, e più prontamente.

Dunque l' attrazion, per cui l' olio, o il sugo di Titimamalo si espande sul mercurio, non ha rapporto con la quantità, ma con la superficie del detto fluido.

ESP. XX.

Su del mercurio confinato in un bicchiere, o in altro piccolo vaso si posi una gocciola d'olio, ella si spanderà per un buon tratto e lo cuoprirà di un sottilissimo strato, come si è visto (Esp. XVII), dopo, lì dove la superficie del mercurio è tuttora scoperta, o altrove, se piace, se ne posi un' altra, questa poco o nulla si distenderà, e molto meno la terza. Il sugo di Titimalo, o altro fluido olioso, o gommoresinoso si diporta nell' istessa maniera.

Si vede da ciò, che una data superficie non è suscettibile che di attirare e distendere sopra di se una data quantità di fluido oleoso, e che il di più lo lascia nello stato di quiete naturale, il che vuol dire, che una data quantità di fluido oleoso arriva a saturare la forza di attrazione della superficie di una data estensione.

E quando si mettano a cimento dei gran vasi di mercurio, ognuno si potrà egualmente sincerare, che quest' effetto va sempre di concerto con l' estensione di superficie del fluido metallico.

ESP. XXI.

Dopo avere applicato alla superficie del mercurio confinato in un piccolo recipiente, come nell' esperienza antecedente, una gocciola di sugo di Titimalo, vi si applichi una gocciola d' olio d' uliva, o di altra specie: si vedrà distendervisi l' olio d' uliva, ed espellere il sugo di Titimalo già disteso, ed obbligarlo a riconcentrarsi.

L' esperimento mostra chiaro, che l' attrazione di superficie del mercurio, come dell' acqua, ha le sue affinità; ma al contrario dell' acqua il mercurio ha più attrazione di superficie coll' olio, che col sugo di Titimalo, e per questo l'olio scaccia il sugo di Titimalo di sopra al mercurio, mentre sull'acqua il sugo di Titimalo scacciava l' olio.

Ed in riprova di ciò, se dopo aver gettato sul mercurio una gocciola d'olio, se ne getti una di sugo di Titimalo, si vedrà che non vi si dilata.

ESP. XXII.

Su del mercurio ben purificato contenuto in una tazza o altro recipiente non tanto angusto, si gettino da prima dei minuzzoli di canfora, e quando fanno i loro movimenti (Esp. XVII) vi si applichi una gocciola di sugo di Titimalo, questo si espanderà, e la canfora arresterà i suoi movimenti; dopo vi si applichi una gocciola d'olio d'uliva, si ritirerà il sugo di Titimalo, e si espanderà l' olio d' uliva, dopo vi si applichi una gocciola d' olio di noce, e si vedrà ritirarsi l' olio d' uliva ed espandersi l' olio di noce, finalmente vi si applichi una gocciola d' olio aromatico di lavendula, o altro olio volatile, egli avrà la preferenza su tutti gli altri olj, e scaccierà anche l' olio di noce.

Noi dunque abbiamo un esempio delle diverse affinità, che ha la superficie del mercurio con le sostanze oliose, in cui l' ordine è il seguente: canfora, ossia olio volatile di canfora concreto, sugo di Titimalo, olio d' uliva, olio di noce, olio aromatico volatile di lavendula *(a)*.

ESP. XXIII.

Si ricuopra la superficie del mercurio contenuto in un va-

(a) Tanto con questa esperienza, che con l'Esperienza (XVI), io non ho inteso, che di far vedere la possibilità di creare una tavola dell' affinità, ossia differenza di gradi d' attrazione dei fluidi oliosi, sì con la superficie dell' acqua che del mercurio, e non già ho preteso di dare una completa ed esatta tavola dell' affinità di tutti i fluidi oliosi, o sostanze oliose con la superficie dei suddetti fluidi, mercurio e acqua.

vaso qualunque, di acqua pura all' altezza di qualche pollice, poi vi si tuffi bruscamente del sugo di Titimalo, acciò vada a fondo; questo arrivato a posarsi sulla superficie del mercurio vi si espanderà sensibilmente; allora con un cannello, o tubo di vetro capillare, che sia stato preventivamente ripieno d' olio d' uliva, o di noce, o meglio di olio volatile di lavendula, per succhiamento, si applichi, espellendolo per mezzo del fiato, una gocciola d' olio alla superficie del mercurio in vicinanza al sugo del Titimalo, si vedrà, nonostante la pressione dell' acqua, distendersi l' olio sopra il mercurio, scacciare al solito il sugo di Titimalo, e formare uno strato intermedio, ben discernibile fra il mercurio e l' acqua.

L' esperimento mi par che provi definitivamente l' esistenza dell' attrazione di superficie del mercurio con gli olj, poichè esclude la possibilità di qualunque cagione, di cui si poteva sospettare l' influsso nella produzione dei sopra esposti fatti (XVII, XVIII, XIX, XX, XXI, XXII,).

ESP. XXIV.

Si scelga una lastra di ghiaccio ben liscia e cristallina, e ad una temperatura di qualche grado sotto il gelo vi si applichi una o più gocciole d' olio di diversa specie, sì fisso, che volatile, sì fluido, che concreto, come la canfora, eccettuato il Petriolio, la Nafta, l' olio essenziale di Trementina, e l' Etere; queste non si espanderanno al solito, come sull' acqua e sul mercurio, ma rimarranno nei suoi confini, e la canfora resterà immobile.

Il Petriolio, l' olio essenziale di Trementina, e l' etere, è vero che non vi restano inerti, ma vi si espandono appena, e non nella vistosa maniera, con cui si espandono sull' acqua.

Ma se il ghiaccio sia in una temperatura appena superiore al gelo, onde si fonda, benchè lentissimamente, l' olio specialmente volatile applicatovi a gocciole si distenderà alquanto sull' umida superficie di esso, e nell' estendersi scaccierà in giro l' acqua superflua, che di mano in mano scola. Nell' istessa maniera si comporteranno dei minuzzoli di canfora: applicandosi coi loro aliti oliosi alla superficie acquosa del ghiaccio, allontaneranno parimente l' acqua superflua, e faranno nascere sul ghiaccio tante aree quasi circolari, di cui essi occuperanno il centro.

Dunque l' attrazione di superficie dell' acqua con le sostanze oliose, sussiste finchè l' acqua è nello stato di fluido; quando nella congelazione prende la forma di solido, si vede che ella cessa affatto, almeno con la maggior parte, poichè la Nafta, e l' olio essenziale di Trementina, e l'etere, mostrano di avere dell' attrazione di superficie anche con alcuni solidi levigati (a).

(a) La Nafta, l' olio essenziale di Trementina, e l' etere si distendono, posativi in forma di gocciole, sui piani solidi levigati, dei cristalli, e dei metalli, ma con più lentezza, che sull'acqua e sul mercurio, onde egli è manifesto, che vi è fra loro un' attrazione di superficie, ma meno forte, che con l' acqua e col mercurio. Questi tre fluidi oliosi soltanto, e non altri, per quel che ho sperimentato, danno marcati segni di avere dell'attrazione di superficie con i suddetti solidi levigati. Il sugo di Titimalo, che è si energico sull' acqua, resta inertissimo sulla superficie di essi solidi, molto più gli olj fissi.

Così sui dischi, o piani bene inverniciati si distendono i suddetti fluidi; ma questi hanno un differente grado di affinità con la superficie di essi solidi, poichè l' uno scaccia l' altro, cioè l' etere espelle dalla superficie l' olio essenziale di Trementina, e l' olio di Trementina la Nafta.

Ma benchè gli oli fissi non abbiano, come ho detto, una marcata facoltà di espandersi sulla superficie dei piani solidi levigati, pure ci sono dei fatti, che mostran chiaro, come ho rilevato altrove) *Riflessioni sopra l'Esperien. di Prevost*), che hanno un' evidente disposizione ad aderirvi, o ruban il posto ossia la superficie a dei fluidi, quando vi sono adesi. Così succede v. g. se con dito unto d' olio d' uliva si tocchi un piatto inverniciato immollato, ossia spalmato d' acqua, si vede che l' olio, lì dove è stato applicato alla superficie del piatto, scaccia lo strato dell'acqua, che vi è adeso per prendere il suo posto.

Chi sà, che questa nuova cognizione rapporto alle qualità di solido, e di fluido, non ci conduca a delle nuove verità sulle proprietà generali dei corpi?

Non so, se il mercurio, passando allo stato di solido per congelazione, osservi la medesima legge, cioè perda l' attrazione di superficie con le sostanze oliose (Esp. XVII. ec.); nè è cosa, secondo me, eseguibile lo sperimentarlo sul mercurio, come sul ghiaccio, a causa della eccessivamente bassa temperatura, in cui resta congelato.

Pochi altri fluidi dopo l' acqua ho ritrovato, che mostrino di avere dell' attrazione di superficie con le sostanze oliose, e sono il vino, e l' aceto, e con questi si potrebbero istituire degli esperimenti, simili a quelli che ho descritti, per confermare le medesime proposizioni. Ma ciò mi sembra superfluo, onde basterà, che io accenni quel che ho ravvisato in essi di particolare, quando delle sostanze oleose vengono al contatto della loro superficie.

L' olio d' uliva non si distende che appena sul vino, e sull' aceto, come si è visto (Esp. I.), e la canfora non vi fa che dei piccoli movimenti, ma bensì l' olio di noce, e l' olio volatile di lavendula, e altri oli volatili vi si distendono francamente. Anche il sugo di Titimalo vi esercita la medesima padronanza che sull' acqua, e caccia via qualunque olio, che ne abbia ingombrate le superficie: onde pare che il vino, e l' aceto non abbiano attrazione di superficie con l' olio d' uliva, o al più pochissima, ma che l' abbiano in un grado eminente con l' altre oliose sostanze.

Ma nessun'olio, o fluido oleoso comunque, e sotto qualunque forma, si dilata sopra altri fluidi, che sopra i mentovati. Il sugo di Titimalo, che si espande con tanta energìa sull'

Onde si può avere una tavola, o serie dell' attrazione di superficie anche dei fluidi co' piani solidi levigati, e in questa nell' infimo posto sarebbe l' acqua, poi l' olio di uliva, poi la nafta, poi l' olio essenziale di Trementina, e in ultimo l' etere.

sull' acqua, sul vino, e sull' aceto, non fa nessun gioco sull' alcool, nè sull' etere, nè sull' olio, nè sugli acidi concentrati in forma fluida, nè sopra gli alcali fluori ec. ec. Così neppure la canfora, che fa sì bene i suoi movimenti sull' acqua in virtù dell' olio che ella vi espande, non ne fa nessuno, nè sopra gli acidi (a), nè sopra gli alcali, nè sopra gli

---

(a) Bensì la canfora fa i suoi movimenti sullo zolfo fuso e gli fa, come io me ne sono assicurato, in virtù dell' attrazion di superficie, che ella ha, o per dir meglio l' olio, di cui è formata, con lo zolfo in stato di fluidità.

Difatti si osserva, che nel fare i suoi movimenti sul detto fluido, la canfora per mezzo di uno strato di olio, di cui ne ricuopre per un piccolo tratto la superficie, scaccia tutt'i corpicciuoli che vi nuotano sopra e gli allontana in giro, come sull' acqua, e sul mercurio, il che non potrebbe succedere se l' olio di cui risulta, non fosse chiamato dalla forza di attrazione a distendersi sopra lo zolfo.

Così tutti gli olj, specialmente volatili, quale più quale meno, si dilatano sulla superficie dello zolfo fuso, benchè si uniscano poi ad esso. Il sugo lattiginoso dei titimali non vi si distende sopra, come sull'acqua, e sul mercurio, a causa del calore, che lo dissecca, nè gli da tempo di dilatarsi: ma quando lo zolfo è molto raffreddato, ed è vicino a consolidarsi, dà anche il detto sugo manifesti indizii di volersi distendere, poichè si vede formarsi un' area circolare, come una specie di velo, o strato intorno alla gocciola di detto sugo, che si è gettata sopra lo zolfo fuso. Dal che si rileva, che la sua dilatazione è impedita dal calore dello zolfo fuso, che ne evapora la parte acquosa, da cui dipende la fluidità della gomma resina, di cui è composto (*Esperienze ed osservazioni sopra il sugo lattiginoso delle Piante nostrali* ec.).

Ma gli olj danno più attrazione di superficie della canfora con lo zolfo fuso, poichè fanno cessare i di lei movimenti sopra di esso, come gli fanno cessare sull' acqua, e sul mercurio. Si getti v. g. una gocciola, o due d' olio volatile di lavendola sullo zolfo fuso, allorquando più minuzzoli di canfora vi fanno sopra i loro movimenti, si vedrà distendersi il detto olio, e qualora si sia gettato vicino ad essi, inviluppare nello strato olioso, che si forma sullo zolfo, i detti pezzetti di canfora, e sospendere i loro movimenti, i quali ricominciano subito che lo strato dell' olio volatile si è dileguato per evaporazione.

Per altro non pare, che gli olj fissi abbiano un' affinità tale con la superficie dello zolfo fuso da scacciarne l'olio dalla canfora, come sull'acqua, e sul mercurio, poichè gettata una oli, nè sopra l' alcool, nè sopra l' etere. Onde bisogna dire, che l' attrazione di superficie ha luogo fra le sostanze oliose, e certi fluidi solamente, come l' attrazione chimica si esercita fra alcuni reagenti soltanto.

Guyton Morveau disse, che l' Adesione non è che il primo effetto, o il primo istante dell' Attrazione chimica, o af-

---

gocciola d' olio d' uliva sullo zolfo fuso accanto a dei pezzetti di canfora, che facevano i loro movimenti, l' ho visto distendervisi appena, e non avea forza da urtare la superficie all' olio della canfora, ed arrestare così i di lei movimenti. Seppure non gli è ciò impedito dal calore dello zolfo fuso, che alteri in qualche maniera la sua fluidità, o costituzione.

La canfora non fa nessun movimento sulla cera fusa, ma resta subito inghiottita. Sulla pece greca, o colofonia fusa, dà nel primo istante segni di qualcuno dei soliti movimenti giratorj, ma poi s' immedesima con essa: lo che si accorda molto bene con l' opinione dei Chimici moderni, qual è, che la cera è un olio fisso *ossigenato*, o termossigenato, poichè anche con gli altri olj la canfora non manifesta nessuna sorta di attrazione di superficie, non facendo sopra di essi il minimo movimento.

La canfora fa i suoi movimenti anche sulla superficie dei metalli fusi, come io per mezzo di diligenti replicate osservazioni mi sono assicurato. Gettinsi dei briccioli, o pezzetti di canfora sulla superficie dello stagno, o del piombo fuso, con l' avvertenza di render prima ben pulita, e netta la loro superficie, si vedranno i detti pezzetti fare le loro escursioni, e movimenti simili, o quasi simili a quegli, che fanno sull' acqua, e sul mercurio ma per un istante: dopo, siccome mediante il calor del metallo la canfora si fonde in olio, allora si move rotolando sopra di essi, como l' acqua sulla superficie rovente dei metalli. Questo, che è un semplice effetto del calore, si ottiene ancor quando il metallo è consolidato, e conserva sempre un grado di calore tale da fondere la canfora. Del resto, comunque siasi tersa e lucente la superficie di qualunque metallo, e quand' anche sia riscaldato, ma non da produrre la fusione della canfora, i pezzetti di canfora, che vi si gettano sopra, restano sempre immobili affatto. Il che dimostra, che l' attrazion di superficie fra l' olio della canfora e i metalli, sussiste fintantochè si mantengono in stato di fluidità.

Ho sperimentato, che gli olj si distenderebbero pure sulla superficie dei metalli fusi, ma il calore, che gli decompone nell' istante, gli sorprende nell' atto che cominciano a distendervisi.

affinità (a). L' esperienze da lui fatte con applicare diversi metalli con egual superficie al mercurio, e notare i diversi gradi di forza, con cui vi stanno attaccati, lo condussero a questa falsa conclusione. La forza, con cui i metalli stanno uniti alla superficie del mercurio, non è Adesione, o Attrazione di superficie, ma è effetto della facoltà, che ha il mercurio di attaccargli e dissolvergli, come l' acqua i sali, in somma ella è attrazione chimica. L' Adesione, o Attrazione di superficie è differente da questa forza, cioè dall' affinità chimica. Non è vero, che l' affinità sia un' adesione ad un grado capace di produrre dissoluzione, onde non è possibile, come lo crede Guyton, estimare i rapporti delle affinità per i rapporti delle adesioni; poichè l' adesione o attrazione di superficie ha luogo fra sostanze, che non hanno nessuna affinità chimica fra loro, come si è visto fra l'acqua e l' olio, e fra il mercurio e l' olio (Esp. I, II, e XVII,), e d' altronde si è toccato con mano (Esp. V, VI, XIX,), che questa forza non ha rapporto con la materia, ma soltanto con la superficie.

Parmi di aver dimostrato abbastanza il mio assunto. Io non ho avuto ricorso a nessuna ipotesi, nè ho azzardato congetture o illazioni, ma ho soltanto esposto dei fatti, ed ho tirato da essi le conseguenze, che ne venivano di ragione; onde credo, che niuno ne possa dubitare. Forse sarò stato troppo prolisso e minuto, ma ciò era necessario, per dimostrar con rigore delle cose che per la novità meritavano la più severa discussione.

(a) Enciclopedie Methodique, Mot. Adhesion, pag. 463.

LETTERA

DI GIOVANNI FABBRONI

A POMPILIO POZZETTI DELLE SCUOLE PIE.

Ricevuta il dì 29 Settembre 1803.

La Biblioteca è un comodo sì utile al Filosofo, e sì necessario al Letterato, che merita veramente dalla umana società tutto quel riguardo che le vediamo accordato.

La invenzione felice della carta lintea, e bombacina, dovuta alla Italia (*a*), quella felicissima della stampa che l'Italia sin dal suo nascere favorì cotanto, facendo abbandonare i pugillari di legno, cera, e avorio, non meno che le lamine di piombo, i volumi di pergamena, pelli incerate, e papiro, han concesso che in minore spazio e con ordine migliore si raccolga un numero maggiore di produzioni letterarie, e sembrano aver concesso di conservarli, come di moltiplicarli più facilmente. Ma per quanto sia certo questo secondo resultato, altrettanto resta equivoco e dubbioso il primo; poichè i pugillari, i volumi sembrano più suscettibili che i libri di una lunga conservazione, perchè inalterabili, o almeno offendibili da un minor numero di distruttori animali erano i primi; e perchè i secondi si solevano tenere involti in separati sacchetti. I libri chiedono certamente cura maggiore; e la più utile (che pur contribuisce a logorarne le carte) è quella di un consulto frequente pel quale si disturbano e distolgono gli Insetti, e dal procreare, e dal pascersi.

Voi

(*a*) Se vero sia ciò che Plinio racconta, cioè che i libri trovati nel sepolcro di Numa fossero cartacei, non dovrà l'Italia l'invenzione della carta agli Alessandrini, cui si attribuisce, nè agli Arabi che si supposero averne avuta idea dalla China.

Voi che presiedete, degnissimo Padre Pozzetti, ad una pubblica e celebre Biblioteca, in un Paese ove regna tanto amore per la lettura, non avrete dovuto quanto me dolervi del guasto cui van soggetti i libri poco frequentemente maneggiati e smossi, come debbono esserlo quelli generalmente di ogni Biblioteca privata, che all' uso di pochi si attribuiscono. Ma siccome anco le Biblioteche pubbliche e più frequentate, han tali libri, che l' età, o l' argomento rendono poco richiesti, e che pur si vogliono e conviene conservare, può forse non dispiacervi di conoscere alcuni espedienti, che sonosi quì praticati con favorevol successo, sia per garantir meglio gli scaffali ed i libri dalle mascelle divoratrici degli Insetti, sia per restaurare quei manoscritti e stampe che in qualche modo fossero già danneggiati: e se tutto ciò sia superfluo alla diligenza usata in codesta Biblioteca insigne, potrà non essere inutile ai vostri Amici ai quali se così vi piace, potrete comunicarlo.

Vi sovverrete che il Museo Reale di Firenze possiede una piccola Libreria relativa alla sua istituzione, destinata a raccogliere quei libri di Matematica, di Fisica, di Anatomia, di Storia naturale ec. che utili si reputano per la classazione degli Esseri in lui compresi, per l' effettuazione delle anatomiche cere, per la costruzione di Strumenti ec. Sono essi disposti per sesto e per materia; e due Indici, alfabetico l' uno, metodico l' altro, ne mantengono l' ordine, e ne facilitano il ritrovamento. Questà facilità sì comoda che dà luogo a smuovere appunto il solo libro che occorre; e l' esser la stanza rivolta al mezzo giorno, con ampie porte, che si aprono sul giardino, han favorito l' ingresso e la moltiplicazione degli Insetti in modo, che tornando io da Parigi, dopo un anno di assenza, trovai tal guasto prodotto nei legnami (*b*), e mobilia

---

(*b*) Le dorature, il gesso, i colori d' indaco, biacca ec. non valsero a difendere i legni bianchi dal tarlo: e delle tante specie di legni tra orientali, e nostrali che sono usati alla costruzione degli strumenti, non trovai inatlia dai Dermesti, e da numerose larve di Efemere nei libri, che ne credei quasi irreparabili i progressi alla total distruzione. Vidi la necessità di far guerra a questi esseri distruttori, e ne divisai subito gli espedienti. Furono primieramente chiusi con stucco e cera i forellini dei legnami a principio, ma nuovi tarli vedevansi sorgere per occulte vie ben poco appresso. Mi convenne risolvere di render loro micidiale qualunque punto del legno che osassero di addentare. I legni ordinarj furono tinti in orpimento a olio, o a colla: i legni fini delle impellicciature, o in massetto; e gli altri feci una volta al mese ungere con olio di oliva nel quale era bollito arsenico sin che il colore e l' odore annunziasse fatta la soluzione. Diminuirono subito i Dermesti, e si videro finalmente sparire. Non potevasi, nè era prudente usare di simil mezzo su i libri, la cui sola polvere naturale viene riputata mal sana agli Studiosi. Provai ad ungere di acqua ragia il dorso dei libri e le guardie: le Efemere abbandonarono tosto il loro domicilio, e si vedevano vagare su gli orli delle scansíe. Ma svaporato quell' olio volatile, tornarono a svilupparsi di nuovo. Ne venne la necessità di rilegare i libri più preziosi e mal conci; ed allora pensai a garantirli dal contagio dei vicini già infetti. Mi rammentai una antica osservazione, e ne trassi util partito: questa fu di aver veduto restare illeso un cartone, tra molti altri tarmati, perchè nella pasta, o colla di farina servita alla sua costruzione io aveva introdotto tre once di terebintina liquida per libbra. Prescrissi adunque che fosser fatte le nuove legature con cartoni di getto, ossia in pasta formati alle cartiere, ed incollati non con pura farina, ma col mescolo sopraindicato. Ai Manoscritti usai in oltre la precauzione di porre una foglia di stagnola tra il cartone e la coperta, nella persuasione che, tra noi non essendo le Formiche bianche

---

taccato che il cipresso, il mahogani, l' ebano, il sandalo, il legno santo. Trovai forato l' ulivo, il brasiletto, il noce, il pero, il noce d' India ec.

che, niun Insetto paesano abbia forza di rodere il metallo (c). Felicissimo fu l' esito di queste facili precauzioni; e i libri nuovamente legati sono rispettati dagli Insetti, che ne assalirono alcuni ancorchè non coperti, e meramente cuciti, senza che la farina ne allettasse al pasto, perchè ristretti tra altri già tarmati nelle loro legature antiche.

La pasta, o colla di farina unita alla terebintina acquista due qualità non spregevoli; l' una di distendersi con facilità maggiore, ancorchè più tenace; l'altra di non inacidire, e muffare. La più preziosa al caso nostro è quella di durar lungamente ad esalare l'olio suo volatile, mortifero, o spiacente agli Insetti; e poi, resinificandosi nel suo ultimo diseccamento, rende inattaccabile la farina alla loro voracità.

Giova, anco singolarmente alla lunga preservazione dei libri il preferire nella loro coperta le pelli Russe, quando si può, le quali riescono ingrate agli Insetti, per cagione senz' altro della loro concia, e non vedonsi mai tarmate.

Fin quì vi ho parlato di preservazione: ma i libri già danneggiati han bisogno di ristauramento. Noi avemmo ottimi ristauratori in questa pubblica e preziosa Biblioteca Laurenziana, e specialmente nell' or mancato Pietro Ciatti. Quest' Uomo destro e culto restaurò codici cartacei, papiri, e membrane con una impareggiabile felicità, e per la diligenza sua, e per la maestria somma di imitare perfettamente ogni carattere, e per la intelligente sagacità nel profittare opportunamente delle abbreviature usitate per far capire precisamente nel determinato spazio ciò che del testo manca. Ne fan fede varj Codici, da lui anco ridecorati con gli arabeschi, e lettetere dorate, che alle antiche punto non cedono, e forse anco le superano in splendore e bellezza.

(c) Un Uffiziale Inglese che ebbe parte alla presa di Ceilan mi raccontò che nel rendimento dei conti si trovò una partita di 60000 tolleri consumati dalle Formiche! Gli domandai cosa credeva di questa soverchieria; ed Egli asserì di pensare che avesse un leggiero fondamento di verità, poichè al suo astuccio di strumenti matematici in gran parte in ottone, aveva osservato dei logoramenti che doveva attribuire a addentature di quegli insetti. Vi sono dei Litofagi, vi possono essere dei Metallofagi.

Sono rimarcabili tra gli altri suoi restauri, quello di un Tito Livio del Secolo XIII, e di un Commentario sopra Giobbe del secolo XIV. La esattezza nella imitazione del carattere non è inferiore a quella celebratissima fatta all' insigne Virgilio Aproniano dal suo Predecessore (della Santa), cui mancava un quadernetto, il quale solo ci resta in ricordanza di quel prezioso Codice, che desidereremmo esistente tutt'ora in qualunque pubblica Libreria.

Sorpreso ed oppresso da malattía incurabile l' abilissimo Ciatti, fu premuroso il Governo di conservare ciò che Egli chiamava il suo segreto, cioè il resultato dei suoi moltiplici tentativi per rinvenire un' arte che reputossi perduta, ed io fui incaricato di raccoglierlo dalla sua stessa voce, poco avanti che intieramente mancasse. Il Ciatti si prestò con lealtà, e ne fu generosamente ricompensato con una elargizione immediata, e con una pensione vitalizia assegnata alla sua famiglia. Furono anco acquistati a spese Regie, dopo sua morte, gli utensili e strumenti, che restano depositati nella Biblioteca di S. Lorenzo a vantaggio dei Restauratori che gli succedono. Il Governo, animato dal sentimento che in tutto vuole il vantaggio comune, permise che fosse reso pubblico il metodo, per cui il defunto Ciatti sì bene riescì nel rifare le antiche dorature su i codici, ed io quì quasi con le sue stesse parole a voi or lo trascrivo. Voi già ben comprendete che lo splendore e la durata delle opere dorate sulla carta e pergamena, col rilievo che avevano le antiche, non da altro dipende che dal disporre un letto di materie sotto all'oro, che l' oro tenacemente ritenga, che sia cedente al brunitojo che deve dare il lustro al metallo, e che flessibile resti sempre quanto la carta, ed il metallo medesimo. Tale parmi debba essere l' artifizio usato dai Chinesi per dorare quelle sottilissime strisciuole di carta, che frammischiate si vedono nel tessuto di alcuni dei loro drappi e veli, e che rendodono dubbioso l'occhio a decidere, se non sia una tenue lama di effettivo metallo.

Ecco due metodi che nelle belle opere del Ciatti perfettamente riescirono.

Si incomincia dalla preparazione del *Mordente*, che così si chiama quella materia attaccaticcia destinata a ricevere e ritenere stabilmente la foglia d' oro. Questo Mordente consiste nel caso nostro nella unione di una composizione arida, ed in un fluido glutinoso, diretta l'una a dar corpo, e l'altro a dar tenacità e consistenza.

Per formare la composizione arida si prende

Gesso da oro - - - -	parti 84.
Zucchero cristallizzato - -	,, 12.
Vermiglione, o solfuro di mercurio ottimo - - -	,, 6.
Bolo armeno - - - - - -	,, 3.
Lapis piombino, o carburo di ferro - - - - - -	,, 2.
Miele - - - - - - - - -	,, 4.
Sale ammoniaco, o muriatico - - - - - - - - -	,, 1.

Il Gesso, e lo Zucchero si debbono lungamente porfirizzare uniti con un poco d' acqua. Il Vermiglione, il Bolo, il Lapis piombino, il Sale ammoniaco ed il Miele si porfirizzano egualmente insieme, con quella dose d' acqua che occorre.

Si uniscono queste due partite di ingredienti già separatamente macinati, e si rimacinano nuovamente insieme: si pongono poi in un piatto di vetro, o porcellana; si lasciano asciugare, e si conservano in polvere per valersene alla opportunità convenientemente stemprati nel glutine fluido preparato nel seguente modo.

In once 4 den. 18 d' acqua pura, si infondano den. 12 di Zucchero cristallizzato ed altrettanta Gomma arabica chiarissima, e si aggiungano den. 2 Miele, e den. 2 Latte fluido di fico. Tosto che sia effettuata la soluzione si filtra, e si unisce con altrettanta acqua di colla di pesce preparata nel seguente modo. In una libbra d'acqua si infondano den. 8 Ictiocolla sottilmente tagliata, indi si faccia bollire sino che cali della metà, ponendovi, mentre bolle, due denari di Sale ammoniaco polverizzato.

Venendo adesso alla preparazione del Mordente: si deve prendere della già descritta composizione arida quanta occorra, affondendovi sopra del Glutine fluido suddetto per circa il doppio, o quanto basti a cuoprirla. Si agiti bene in un vaso di capacità maggiore del contenuto, e si lasci in quiete per 48 ore circa. Nasce in questo spazio un moto quasi direbbesi di fermentazione, che in alcuni tempi si rinnuova tre, o quattro volte; cresce perciò il volume della materia, onde abbiasi la cautela di aver ampio bastantemente il vaso. Terminata che sia la fermentazione si forma un sedimento, e soprannuota un liquido giallognolo che sembra olio. Si decanta questo liquido, e si separa con un cucchiajo, ad oggetto di render meno fluida la massa sottostante, che è il desiderato Mordente atto a ricever l'oro.

Il liquido separato, come si è detto, devesi conservare in vaso ben chiuso per usarne a dare, o rendere al Mordente quella facilità di scorrere sotto la penna come conviene alla effettuazione del lavoro. Se si tratta di sottili tratti deve avere una fluidità simile a quella del comune inchiostro: se si devono far lettere grandi è utile che sia più denso; ma in qualunque caso è utile che questa mistura scorra velocemente, e ciò si ottiene mediante l'aggiunta di una sola goccia di fiele.

Ben si comprende che nell'atto di usare di tal Mordente, è necessario di agitarlo con una spatola prima di tuffarvi il pennello, o penna col quale vuolsi delineare il convenevol lavoro sulla carta, o pergamena, dove lascia lisci e lucidi tratti, prosciugandosi lentamente. È necessario di non aspettare il prosciugamento totale per applicarvi l'oro, perchè non si appicca alle estremità laterali, ma si deve osservare che troppo fresco non sia, rischiandosi di sfigurare il lavoro. Il momento più conveniente per la doratura è quello in cui si vede che il Mordente incomincia a perdere il lucido della sua fluida freschezza; ed allora gettandovi sopra un poco d'alito vi si applica la foglia d'oro, premendovela con un morbido guancialetto. È necessario sovrapporre una seconda foglia d'oro alla prima perchè restino coperte tutte le porosità ed interstizj che quella potesse aver lasciati, e finalmente, quando il Mordente è quasi che interamente asciugato, si brunisce, e si ottiene un lavoro stabile e bello, se non superiore, non inferiore certo all'antico.

Altro Mordente assai più facile, sebbene non egualmente perfetto si prepara nel seguente modo.

Prendasi chiaro d'uovo quanto óccorra; e per ogni uovo si aggiungan 3 den. di sale ammoniaco, ed altrettanto Zucchero cristallizzato in polvere, se si lascia per qualche tempo questo mescolo in un vaso di vetro, il chiaro d'uovo perde la sua natural consistenza, ed allora si ottiene di facilmente filtrarlo per pezza di lino, e poi per carta. Si unisce a questo anco una piccola dose di colla di pesce, e gli si dà corpo con gli ingredienti acidi preindicati. L'una e l'altra composizione serve a far dorature flessibili sulla carta e sulla pergamena.

È da osservare che, essendo sommamente scemato l'uso della pergamena, o carta pecorina, ne è anco peggiorata molto la concia, o preparazione; nè sono più le moderne pergamene comparabili alle migliori più antiche. Questa circostanza esige spesso la precauzione di adoprar più colla nel Mordente, e primieramente di tenere in bagno le pergamene in una soluzione acquosa di allume duranti 24 ore, e poi lasciarle asciugar ben tese sopra una tavoletta, senza in conto alcuno stropicciarle, o fregarle: quando sono quasi che intieramente asciutte vi si pone sopra un foglio di carta, sul quale, e non sulla pergamena, si passa fortemente aggravando, uno spianatojo di focaja, o di avorio ben liscio.

Fin quì si sono fatte, o rifatte le lettere dorate, o arabeschi su i codici cartacei, o pergamini: si tratta di supplire anco alle porzioni che dall' umido, o in altro modo fossero guaste e corrose: si cerchi, per ciò, tra una quantità di pezzi di pergamena, quello che più eguaglia in grossezza, colore ec. la pergamena che devesi risarcire, avvertendo di non bagnarlo. Facciasi che sia egli sempre maggiore dello spazio, che richiede restauro; e la vecchia rottura e il nuovo pezzo si smussano contro senso l' uno dell' altro, con ferri taglientissimi e di figura adattata. Ciò fatto, si abbia una colla d' amido, cui si unisca un poco di colla di pesce, e calce di gusci d' uova finamente polverizzata, per dargli la consistenza di un morbido unguento: si stratifica di questa pasta la minor quantità possibile sullo smusso dei due pezzi, vecchio e nuovo, e tosto si applicano l' uno sull' altro preparati dovutamente. Si situa poi il restauro tra due pezze di panno lino fino, e si sottopone alla pressione d' un torchio, o strettojo, sinchè la raggiuntatura siasi potuta un poco asciugare; indi si toglie dalla pressione, e si battono le giunture con un maglio d' avorio, acciò i due pezzi vengano ad immedesimarsi. Quando il restauro è quasi che intieramente asciutto si pone tra due fogli di carta, su i quali (attorno alle congiunture) si passa strisciando una stecca di avorio per rendere la superficie più eguale e più piana che sia possibile. Se tutto ciò sia fatto con la dovuta attenzione e con la necessaria destrezza, lo stesso restauratore non più distingue il luogo da lui medesimo restaurato.

Con pari facilità, ma in due modi diversi, si restaurano anco i codici e stampe cartacee, l' una unendo per taglio ed attestando i canti del tassello opportuno; l' altra si fa per soprapposizione, come si è detto farsi alle pergamene, e membrane. Questo secondo metodo, come meno elegante, si usa soltanto allorchè la carta è molto lacera e indebolita, e quindi incapace di reggere all' innesto: il primo metodo do si preferisce, semprechè la carta sia tenace abbastanza perchè assai più elegante, e men visibile.

Per eseguire il restauro col sopraindicato metodo, che è il migliore, non il più difficile, si incomincia dallo scegliere un pezzetto di carta simile, quanto è possibile, a quella della pagina difettosa, tanto per la grossezza, quanto per la grana e colore (*d*), e se ne taglia il tassello della precisa figura e grandezza del difetto che si vuole emendare. Ciò, per quanto difficil sembri, si effettua agevolmente, ponendo la nuova carta sotto al luogo mancante: osservando soltanto che sia disposta per la direzione istessa delle sue rughe, o corde: indi, con un tiramargini, o penna intinta in acqua gommata si va contornando esattamente il difetto, comunque irregolare sia, e poi, ponendo la nuova carta così disegnata, o bagnata nel bisognevol contorno sopra una tavoletta, e diligentemente tirandone in ogni senso i lembi, si separa tutto il superfluo d' attorno al tassello, che resta, non solo della grandezza, e figura precisa, ma opportunamente circondato di sfilacci, o peli, che convenientissimi sono per effettuarne la incollatura, o congiunzione con la carta da restaurare. Per incollare questo pezzo nuovo col vecchio si procede esattamente nel modo, che già fu descritto per le membrane.

Non occorre ripetere che simile in tutto alla restaurazione dei codici è quella che possa occorrere ai volumi stampati; perchè essi pure sono, o di pergamena, o di carta: ma può occorrer di più a questi talvolta il bisogno di togliere ciocchè dopo la stampa fu aggiunto, e che dello Stampatore non è; poichè, se vi sono dei libri, che da uomini grandi posseduti, furono arricchiti da questi con interessanti postille, e quindi più preziosi divennero, altri ve ne sono stranamente deturpati con interlineamenti, cancellature,

scor-

(*d*) Se il colore non è simile, riesce facile l' eguagliarlo, tuffandola in un adattato acquerello.

scorbj d' inchiostro e note marginali, per lo più inopportune, e qualche volta indecenti, dalle quali occerre purgarli. Ciò soleva farsi, non senza qualche danneggiamento della carta, per mezzo dell' acido nitrico, e acqua forte; che anco insufficiente riesciva allor quando l' inchiostro, per vecchiaja, aveva cambiato in rosseggiante la sua primitiva nerezza.

L' acido muriatico ossigenato, applicato felicemente da Berthollet alla imbiancatura della tela di cotone e lino, fu indicato per quella della carta dal Ministro e nostro Socio Chaptal. Ma la formazione di questo mestruo era imbarazzante, difficile la conservazione; e quindi restava male adattato all' uso dei Prefetti alle Biblioteche: io la resi facilissima per questi, indicandone la estemporanea preparazione, gli effetti e l' uso nella pubblica adunanza dell' Accademia Economica di Firenze tenuta nell' anno 1797 (*e*). Questa preparazione non in altro consiste che nella unione di una parte di minio, ossia ossido rosso di piombo, e tre parti d' acido muriatico comune, quale trovasi in tutte le farmacie. L' ossido cede, con lo sviluppo di rimarcabil calore, l' ossigene all' acido muriatico e divien bianco; mentre l' acido prende un più intenso calor dorato, e spande un fetentissimo vapore. Se a questo vapore, in un chiuso apparato, siano esposte umide le pagine imbarazzate da inutili postille a mano, resteranno esse quasi dileguate nell' atto; la carta riassumerà il suo natural candore, mantenendo la sua primitiva saldezza, e niente sarà alterato per questo l' inchiostro della stampa. L' apparato occorrente si proporziona al bisogno. Una campana di vetro, un vaso cilindrico, in fondo al quale si opera il mescolo, e la cui bocca arruotata si chiude con un vetro piano, può esser quanto occorra per piccoli oggetti: per operazioni in grande si usa una cassa di piombo, o di lamine di piombo foderata, e costruita in modo

---

(*e*) Vedasi la Gazzetta Toscana num. 36, per l' anno medesimo.

do da potersi chiudere quasi ermeticamente: in essa per mezzo di fili tesi si sospendono umide le carte da bianchirsi: sotto di queste si situa un vaso di vetro nel quale si fa l' unione del minio coll' acido, e si chiude nell' atto. Il vapore ossigenato, che si solleva in quantità proporzionale ai materiali adoprati, si inzuppa dalle carte, e ne dilegua le sporcizie e l' inchiostro.

Se in vece del vapore ossigenato si trova comodo in qualche caso di usare il liquore stesso, può farsi toccandone il luogo che occorre, o immergendovi per intiero la carta, che può restarvi, senza niente soffrire, per ore, e giorni. Non rimane nell' un caso, e nell' altro, se non che lavarla poi con acqua pura, per togliere intieramente l' acido, che vi restasse adeso. Furono con questo metodo nettate delle stampe in rame, stratificate sopra lastre di cristallo, contornate queste da un orliccetto di cera, poste bene in piano e coperte con lastre simili, e furono tolte localmente le scritture a mano dai margini della numerosa collezione di prime stampe fatte dal Commendatore di Malta Conte Angelo D' Elci, che favorito dal Governo nelle sue ricerche ed acquisti, ebbe intenzione di lasciarla ad uso pubblico nella maggior Biblioteca di Firenze sua Patria.

Ma Voi, Padre Bibliotecario, già immaginerete che questo stesso espediente, che serve mirabilmente a togliere le postille dai libri, possa non meno bene usarsi a togliere e sostituir libri anco dal vostro catalogo, e starete dubbioso sulla possibilità di un baratto. Di tutto abusa la criminosa industria della perversa gente; e non è da credersi che trascurerà di trar partito da sì utile ritrovamento. Non si sono veduti alterati i cataloghi sin ora; ma si sono bensì vedute ridotte in cambiali le firme officiose di qualche epistola, e si sono trovate alterate alcune espressioni di contratti. È in pericolo veramente la altre volte sicura fiducia dei pubblici archivj; e se non si prendono delle precauzioni maggiori del consueto, le proprietà stesse non sono più sicure, e può darsi a Tizio, ciò che a Sempronio appartenne. È più che prima essenziale di confidar la custodia degli archivj ad Uomini che nè leggere, nè scriver sappiano, e severamente impedire che i Ministri portino alle case loro i documenti per farne copia. Non è più da ripetersi il proverbio che dice, *lo scritto non si lava*, poichè si lava, e si lava a segno che indiscernibile assolutamente si rende la frode, se è fatta con diligenza. Vero è che se nella carta restano reliquie, quantunque invisibili, del ferro che già compose l' inchiostro, si rendono queste apparenti, passandovi una tintura di galla: ma se furono ben lavate le carte, questa pietra lidia fallisce, nè resta più che qualche leggiero indizio nella diversa tinta dell' inchiostro della firma; qualche diversità nel colore, ed una maggiore bibacità nella carta.

È desiderabile veramente per la comune quiete, che si trovi una composizione atramentaria capace di resistere al nuovo potentissimo agente, cui il comune inchiostro non regge. Se ne occuparono effettivamente alcuni Chimici Francesi, Inglesi, Olandesi, Tedeschi; e molte cose provarono che, or con migliore, or con peggiore risultato, parvero favorire il desiderio comune. Il primo espediente che fu suggerito fu la unione d' alquanto indaco all' inchiostro usuale; ma sebbene l' indaco possa riguardarsi come quasi indistruttibile in questo caso, egli non sta lungamente sospeso nell' inchiostro, e quindi si pubblicarono fatti contraddittorj, che lo dichiaravano ora rigettabile, ed or sicuro bastantemente. Altri, per evitare tale inconveniente, presero l' indaco in uno stato di divisione estrema, quale egli è nella composizione del così detto turchino di Sassonia, ossia unito all' acido sulfurico. In questo caso resta veramente sospeso l' indaco nell' inchiostro: ma il suo acido in istato libero, non manca di corrodere finalmente la carta, e si cade in Scilla per evitare Cariddi. Si suggerì di unire all' inchiostro comune il manganese porfirizzato, il quale, sitibondo di ossigene, si annerisce vieppiù, saziandosene, ed il suo colore persiste: ma anco in questo caso per attenuato che sia quel minerale, non dura a star sospeso lungamente nel liquore scrittorio, onde il suo effetto non è sicuro. Pareva facile il pensiero di aggiungere al comune inchiostro un poco di solfato, o nitrato di manganese, che deve restarvi diffuso e sospeso; eppure non si fece, ch' io sappia, da veruno. Io aveva del solfato di manganese liquido con eccesso d' acido, residuo di alcune altre esperienze: volli toglier di mezzo il suo eccesso d' acido saturandolo perfettamente con potassa: perdette nell' atto il color violetto che aveva. Io ne aggiunsi in tale stato per metà ad una dose di inchiostro; scrissi con lodevole effetto, ma il giorno dipoi trovai l' inchiostro decomposto e ridotto in un fluido limpido e chiaro con un sedimento nerastro. Adunque rigettai anco questa preparazione per le già specificate ragioni.

Gli inchiostri degli Antichi, nei quali il carbone forma il corpo, o base essenziale, come nell' inchiostro della China, sono inalterabili all' acido muriatico, ma sono poi *delebili* all' acqua pura.

Si sono consigliate delle mescolanze di indaco e nerofumo e liquidi resinosi: ma se queste resistono all' acqua, e all' ossigene, cedono poi all' azione dell' alcoole.

Fu indicato in Inghilterra come tenacissimo e sicuro un inchiostro fatto con olio di spigo, coppale, e nerofumo. Ma oltre che l' odore è per alcuni quasichè insopportabile, conviene aspettare che si dissipi da se stesso lentamente il solvente; ed il solvente stesso, o l' alcoole canforato, può servire di nuovo a ridiscioglier lo scritto, che si è fatto con esso.

La soluzione d' asfalto nell' olio di terebintina (egualmente proposto) è migliore della precedente composizione, perchè penetrando nell' interno della carta non può più dileguarsi; ma il suo odor troppo ingrato si oppone a renderne adottabile l' uso, almeno generalmente.

Partecipano queste composizioni della natura e carattere dell' inchiostro da stampa; e questo ha in suo vantaggio una quasi eguale persistenza, e la tenuità dell' odore che non offende. Ma sebbene questo resti intatto all' ossigene, si può talmente togliere dalla carta, da trasportare per fino un intiero intaglio in rame da una carta in un' altra, conforme si fa delle pitture a olio, trasferendole da tela a tela. Siccome questo giuoco può entrare nella categoria dei restauri, occorrendo talvolta di supplire un intaglio cui manchi la soggetta carta, passerò brevemente, almeno per curiosità, ad indicarlo.

Il modo ormai notissimo, col quale si effettua il trasporto delle pitture a olio, consiste nell' incollare carta, o tela, con una colla animale, sulla faccia della pittura, e poi inzuppare con spirito di terebintina la parte rovescia, ossia la vecchia tela, per intenerirne la mestica: quando questa vecchia tela si senta smossa, se ne solleva delicatamente un lembo, e si alza, e si stacca in totalità dalla pittura. Si applica allora sulla mestica nuda, e tenera la nuova tela quì preparata, che vi si calca leggermente, e si lascia non tocca per qualche tempo. Quando si sente riconsolidata la mestica, si rinviene con acqua calda la tela, o carta incollata, che si toglie senza danno alcuno dalla faccia della pittura nuovamente rifoderata.

Più semplice assai è il metodo da seguirsi per rinnovar la carta di una stampa, o trasportarne l' intaglio, che per altro torna rovescio, se non si ripete l' operazione, alla quale, forse, l' inchiostro non reggerebbe. Ecco in che consiste: si prepari primieramente una lessiva con

acqua p. 168
cenere pura di sermenti, o querce p. 48
calce viva p. 10
sapone forte tenero p. 2.

La unione di tutte queste cose si dee lasciare in quiete duranti dodici ore; poi si pone a bollire sino che cali della terza parte; si filtra e si conserva il fluido in vaso ben chiuso, per l' occasione di farne uso. Si prenda allora la stampa della quale si intende di trasportare l'intaglio, si ponga sopra una lastra di vetro con orliccio di cera, o in un tegame, avvertendo che la parte stampata stia rivolta verso l'operatore, e vi si versi sopra tanto della suddetta lessiva quanto basti a cuoprirla. Si abbia un altro cristallo di eguale grandezza, sul quale si passi con la palma della mano un poco di sapone tenero, quasi come per ungerlo leggermente. Allorchè la stampa è stata in bagno quanto occorre per smuoverne l' inchiostro, il che un occhio esercitato agevolmente conosce, si toglie dalla lessiva, e si stende sopra una carta succhiante, appoggiandovela dalla superficie non stampata, e ciò per togliergli soltanto la umidità superflua: asciugata che sia bastantemente, si toglie dalla carta succhiante, e si stende sull' indicato vetro insaponato, dalla parte dell' intaglio; indi gentilmente si leva, e si colloca sul nuovo foglio, parimente per la parte stampata: vi si soprappone un pezzo di carta grossa, e si passa sotto al torchio: dopo di ciò si solleva da un lembo la vecchia carta, che, con destrezza operando, riesce di separar tutta dal suo intaglio, il quale resta adeso alla nuova carta, conforme si voleva.

Questa operazione ammonisce che non sia da fidarsi nemmeno ai bolli, che con inchiostro a stampa si appongono su i frontespizj, per assicurare la identità di un libro. Il miglior garante è l' inventario in cui minutamente si descrive sesto, epoca, e condizione della opera rara, se si ottiene che non possa lavarsene la descrizione già fatta, per sostituirne un' altra dolosamente. Si sono passati in rivista gli espedienti proposti sin quì, e non si sono veduti sicuri: ne aggiungerò alcuni altri che, se non sono di una sicurezza assoluta, accrescono tanto la difficoltà da render manifesto il tentativo, e scoraggire da intraprese ulteriori.

Sarebbe doppia perdita di tempo il dar conto di ciò che, senza buon esito, quantunque non senza speranza tentai, non dandomi la pena di fare un inchiostro nuovo, ma qualche cosa aggiungendo all' inchiostro comune, che tanto bene ci serve. È più facile l' ottener che uno *scriba* ponga un ingrediente di più nel calamajo, che non sarebbe il costringerlo a farsi il proprio inchiostro; così più comodo riescirà al Bibliotecario, al Notaro, all' Archivista rendersi indelebile, o meno alterabile ciò che scrive, con la semplice aggiunta di una cosa di più.

Dirò adunque che trovai utile d' aggiungere all' inchiostro comune un poco d' aloè delle spezierie: ma ciò che mi parve riescire assai meglio e sufficientemente all' oggetto, fu di versare un poco d'alcali prussiato sopra gli stracci del calamajo, accuratamente poi premendoli ed agitandoli con la penna, onde si diffondesse al possibile il prussiato di ferro, che in quel momento si forma. Non dirò al chimico, ma allo *scriba*, che se si tenta di dileguare questo scritto con l'acqua forte, più presto la carta si disfarà che il carattere. L' acqua forte, e lo stesso acido muriatico ossigenato, non altro fanno che rendere lo scritto più persistente e più vivido, facendogli assumere il tuono di un bel turchino. In vano il malfattore, vedendo d' aver dato prova così del suo perfido tentativo, ricorrerà all' uso dell' alcali: questo toglierà bensì l' acido prussico dai caratteri, li renderà più fiacchi, cangiandone il colore dal turchino cupo a un giallo rugginoso; ma saran sempre leggibili, ed attesteranno la doppia iniquità. Vano sarà pure ricorrere nuovamente alla azione degli acidi, perchè il ferro si trova ridotto a quello stato di ossigenazione che lo rende quasi insolubile. Nè vi sarà che una forte azione dell' acido muriatico ossigenato, che possa giungere finalmente a dileguarlo. Ma oltre la lunghezza della operazione, che non serve molto a favorir la frode, il vario modo di agire dei diversi mestrui, che sarà forza adoperare, lascerà la carta talmente danneggiata, da non dar luogo a dubbio circa ai tentativi cui si fece soggetta.

Ecco adunque, con facile espediente, trovata una via da difendersi contro le alterazioni, che il ritrovamento di un reagente nuovo poteva farci temere; ed ecco che, se coll'

coll' indicato inchiostro sia scritto circostanziatamente il catalogo della Biblioteca, sarà certamente questa più al sicuro di ciò che possiede; nè verrà in mente ad un tristo di cavare dall' inventario un *Decor puellarum*, un *Donato* di prima stampa, e sostituirvi cattive più recenti impressioni, o altri libri di assai minore importare.

Prima di chiudere questa, ormai lunga, lettera, cui la *Biblioteca* fornì il soggetto, siami permesso di aggiungere anco diversi espedienti di vario genere che immaginai a comodo di chi usa, o erige simili stabilimenti.

Mi rincrebbe sempre moltissimo l' aver necessità di una scala, specialmente quando non vuol farsi per così dire, che aprire e chiudere, o consultare per un momento alcuni libri disposti a diverse altezze, e non arrivabili di piana terra. Quindi un altro meccanismo più della scala comodo e sicuro immaginai per tale effetto: questo fu un piano quadro, e dirò così, plicatile, perchè attaccato ad assicelle congiunte a tenuta d' aria, per mezzo di pelli, come sono quelle dei mantici da organo, e capaci per la loro interna larghezza di permettere una grande alzata. La tavola inferiore di questa specie di mantace, sostenuta da quattro ruote versatili ad ogni direzione, ha una larga e facil valvola da aprirsi in dentro, per dar luogo all' ingresso, e vietar l' escita dell' aria interna. La tavola superiore, o primieramente indicata, porta una sediuola, ed una tavoletta a leggio per sostenere il libro, e dar luogo a scrivere quando occorra. Questo piano, o il mantace tutto, è compreso e tenuto, in guida da quattro pilastrini di legno intelajati e vuoti perchè siano leggieri, eguali alla discreta altezza cui si vuol giungere, e proporzionati alla alzata di cui si è fatto capace il mantace già descritto. Quattro polispasti sono alla cima dei pilastri; quattro sul piano, che sostiene la sedia, e la persona; quattro cordicelle di seta, che passano per le pulegge dei polispasti, e si fanno avvolgere ad una ruota, o arcolajo, servono per inalzarsi quanto si vuole, dopo aver condotto, medianti le ruote, il castello al respettivo posto, e servono pure a stabilire lo studioso a qualunque altezza, e senza rischio alcuno. Ben si comprende che spiegandosi così l' indicato mantace, entra per la valvola inferiore tanta aria, quanta ne chiede la sua crescente capacità interna, e che non può più abbassarsi, ancorchè premuto dal peso del Bibliotecario, ed abbandonato per la fortuita rottura delle corde, se quell' aria non esce. I polispasti devono aver tal numero di pulegge, che un discreto sforzo, ma pure uno sforzo, occorra all' inalzamento. Quando il Bibliotecario vorrà abbassarsi, aprirà, mediante un filo, ed una piccola leva esterna la valvola inferiore; ed allora la sua pressione ne farà uscire l' aria proporzionalmente alla maggiore, o minore apertura, ed otterrà più o meno rapida la discesa, ed anco la sospensione a diverse altezze, se così piace. Per quanto comodo ritrovar si possa questo espediente, per arrivare i libri alle altezze cui l' uomo, senza meccanismi, non giunge, meglio sarebbe assai il procurar piuttosto disposizione tale alla Biblioteca, che niente in questo genere abbisognasse. S' io dovessi ricostruirne una nell' attuale momento, vorrei che i libri non mai superassero l' altezza cui può arrivare la mano di piana terra, o al più, montando sopra un ricorrente scalino, o sopra un comune sgabello. Le ampie ed alte sale, o i gran vasi, che tanto si ammirano da taluni per le Biblioteche, non sono punto lodevoli agli occhi miei nella attuale disposizione delle comuni scansie, o scaffali. La Biblioteca deve essere di comodo ai Preposti, e agli Studiosi, non di spettacolo alla gente oziosa. Ma se di gran vaso pur si trattasse, vorrei primieramente avere il lume dal culmine con addattate lanterne, per non perder parete; e attorno a queste vorrei disporre le scansie, o scaffali (della comoda proporzione suddivisata) come lo sono i gradi degli Anfiteatri antichi. Otterrei così, che con pochi scalini disposti a distanze, come per i sedili facevasi nelle indicate fabbriche, facilmente si passerebbe da un ordine all' altro:

otterrei con economìa di luogo, che tra ordine e ordine, la cima degli scaffali inferiori servisse come di sedile a chi studia nei superiori; e nei più alti, o ultimi relegherei quei libri che più raramente vengono consultati.

La distribuzione dei libri per classi, che non è sempre possibile, sarà la più ragionata, ma non è la più comoda, nè la più bella, e costringe a lasciar talvolta degli spazj, che, non solo non riescono eleganti a vedersi, il che poco importa, ma che potrebbersi utilmente occupare con metodo diverso, ove abbisogni economia nel luogo, e per tutto abbisogna, o abbisognerà una volta. La disposizione per classi non può esser mai rigorosa, per la difficoltà che talvolta incontrasi nell'assegnarne i confini, e perchè una stessa Opera può appartenere a più classi. Molti amerebbero anco di vedere riunite insieme le produzioni di uno stesso Autore; ma da chi cerca una filosofica distribuzione non si tollererebbero, per esempio le eleganti Odi di Haller accanto alla sua celebre Fisiologia; meno ancora i Comenti Biblici del gran Newtono presso le sue immortali scoperte.

Se si trova conveniente di separare le Opere di uno stesso Autore per attriburile alla classe, cui più rettamente appartengono; perchè non si potrà egli separare ciò che gli piacque scrivere in diverso sesto, cosa che tanto economizzerebbe di luogo? Un buon catalogo ragionato, classato come più piace, rimedierebbe a qualunque inconveniente che si voglia trovare dai sistematici in questa distribuzione economica. Ciò posto; farei dunque con vero comodo e considerabile economia di spazio, che sempre il primo, o più basso palchetto d' ogni scaffale contenesse i libri *in foglio*: questo, come imbasamento dello scaffale, potrebbe servir di grado per montarvi ed arrivare i più alti libri: dopo, o al di sopra, metterei gli *in quarto*, e finalmente gli *in ottavo*, gli *in dodicesimo* ec. che vorrei disposti in due file, una avanti l' altra, acciò ne entrasse di questi, due sullo stesso piano, nella grossezza de' sottostanti *in quarto*:

cioè, per ispiegarmi meglio; i piccoli libri il cui dorso è in linea a piombo col dorso degli *in quarto*, dovrebbero, unitamente con i loro palchetti, servir di sportello occultante un' altra simile serie interna e da aprirsi per dar luogo a vedere ed usare quelli che dietro loro, ed interni sono. Non si creda che il carico dei libri renda ineseguibile il pensiero di simile sportello, perchè già l' ho eseguito. Ho fatto fare per modello un tale armadio economico per un Letterato insigne da me altamente stimato ed amato. Questo armadio è alto quattro braccia e mezzo, profondo poco più della metà di un braccio, e contiene dal primo grado dei libri grandi in su, una doppia serie di ordini di libri piccoli, dei quali la esterna serie si apre con somma facilità, perchè ben bilicata, in due sportelli larghi un braccio e mezzo ciascuno. È inutile il dire che in tale armadio si racchiude un doppio numero di libri di quello che ne conterrebbe uno simile di costruzione comune, e si fa quindi necessariamente doppia economia di luogo. Due imposticine leggiere chiudono il tutto per meglio conservare dalla polvere e dalla mano i libri; nè restano oziose perchè ostentano alcune interessanti mappe geografiche.

Troppo minuti e superflui ancora possono parere a molti per una pubblica Biblioteca questi ultimi suggerimenti; ma non così penseranno i privati, che raccolgono e custodiscono libri per proprio studio: questi trovano sempre nelle loro domestiche abitazioni troppo angusto il luogo al bisogno. Lo stesso sarà con l' andar degli anni per il Pubblico ancora, che riconoscerà necessaria alla fine la massima economìa di spazio per gli Archivj, se un *Giubbileo*, se una provida *Centenaria* non ne prescrive lo spurgo, onde non si faccia il *Kirjat Sepher* di nuovo; e così sarà per le Biblioteche ancora, se un diluvio non viene a ridur nuovamente in *cartapesta* i libri, che innumerabili diventeranno, procedendo l' attuale attività dei torchi di pari passo in futuro.

Costruendo la Biblioteca con gli scaffali, e con la disposizione già divisata, non solamente si otterrebbe una utile economia di luogo, ma la Biblioteca ancora assumerebbe una apparenza caratteristica e particolare, che oggi ha comune con tutte le botteghe di Fondachi e Chincaglieri. Tale disposizione non darebbe luogo alla aggiunta di quelle decorazioni ed ornamenti, che si profusero nelle Biblioteche tal volta, i quali, per belli ed eleganti che siano, pur sono stranieri, e contrastano alla serietà dell'oggetto, onde meritarono più censura che lode. Giova rammentarsi, per norma, il rimprovero fattoci da Addisson, che oggidì, per altro, poco meriteremmo . . . . . . Vidi la Biblioteca Ambrosiana (*Egli scrive*) ,, ove, secondo il gusto Italiano, più si spese in ,, pitture che in libri . . . . I libri fanno la minor porzione ,, di ciò che si va a vedere ordinariamente nelle Biblioteche ,, Italiane, che sono per la maggior parte arricchite di pitture, statue ed altri abbellimenti, ovunque potevasene col-,, locare, seguendo l'esempio dei Greci, e dei Romani. ,, Si ricorda a proposito ciò che Giovenale già disse

. . . . . . *Plena omnia gypso*
Chrysippi invenias: non perfectissimus horum
Si quis Aristotelem similem vel Pittacon emit
Et jubet archetypos pluteum servare Cleanthas .

Ma mi avvedo che entrando nei Classici Scrittori, devierei soverchiamente dal primitivo oggetto, e porrei profano piede nella messe che tutta a voi, celebratissimo Consocio di diritto degnamente appartiene. Debbo adunque doppiamente astenermene, e por fine ormai a questa mia lunga lettera. Se di cose o frivole troppo, o troppo note vi trattenni con essa, me ne vorrete scusare, in grazia della buona intenzione che le dettò, perchè di animo gentile e tollerante siete: se qualche cosa pur vi leggeste, che possa riescir utile, o comoda a Voi, agli Amici vostri, ed al Pubblico, comunicatela corredata coll' autorevole esortazione vostra,

stra ; che così , facendo vantaggio a qualcuno , procurerete un vero piacere a chi vive nel desiderio di essere utile altrui , e accetto a voi , che accoglieste già i tributi d' ossequio e di stima del

Vostro Amico
GIOVANNI FABBRONI.

ISTO-

ISTORIA ANATOMICA DI DUE GEMELLE MOSTRUOSE

MEMORIA

Del Dottor Filippo Uccelli

Presentata da POMPILIO POZZETTI il dì 17 *Ottobre* 1803.

Nulla res imitari naturae solertiam potest.
Cic. 1 de Nat. Deorum.

Piace non di rado alla natura deviare dalle stabilite sue leggi. Or si mostra perciò troppo avara nelle sue produzioni, or comparisce troppo lussureggiante. Dalla mancanza, o dall'eccesso delle parti, o dall' irregolare loro conformazione resultano quegli esseri, che dall' ordinario fare della natura si allontanano. Vennero essi distinti col nome di Mostri, e di questi abbonda non solo l' umana specie per poco che vi fissiamo la nostra attenzione, ma se ne incontrano ogni giorno anche in tutto ciò che vegeta e vive.

Ma per quanto mostruosamente e bizzarramente insieme conformi talvolta le sue produzioni, conserva però sempre le generali sue leggi, sì per il loro sviluppo, come per la loro nutrizione, non mancando mai mezzi a questa madre feconda di supplire in qualche forma ad alcuni difetti, e a certe mostruosità, onde il suo lavoro, comunque architettato, possa vivere e vegetare.

Non è attualmente mio scopo di percorrere con occhio filosofico il Regno variante de' vegetabili. Ai sagaci Botanici, agli amatori delle cose campestri si lasci per un istante la cura deliziosa di analizzare, o in un prato smaltato di fiori vario-pinti e di tenere erbette, o in un pomario odorifero, le moltiplici differenze, che tratto tratto la natura presenta. Gli esseri animali, e quelli specialmente che appartengono alla nostra specie debbono attualmente occuparci.

Entri meco in idea almeno per un istante il Lettore nell' interno d' un gabinetto. Volga meco lo sguardo a quell' immensa quantità di esseri animali bizzarramente conformati: esamini in questi le macchie, ed i vizi della pelle: in quelli l' esuberante volume: osservi in altri la mutazione di sito delle parti, in alcuni l'estrema loro piccolezza: presti finalmente la sua attenzione all'alterata struttura di alcuni, a quelle sì frequenti parti superflue; alla divisione di quelle parti che dovrebbero essere unite, non meno che all' unione di quelle che pur dovrebbero essere separate, e ciò che più di tutto interessa, all' intima unione e congiungimento di due feti diversi.

Se non avvi alcuno, cui non sia occorso di vedere assai sovente quelle macchie cutanee distinte volgarmente col nome di nei, o di voglie materne, refcribili alle deformità della pelle, non tutti certamente avranno potuto osservare dei feti bianchi nati da Genitori negri, e viceversa, senza che abbia avuto luogo il sospetto che cadde giustamente su quella Dama Irlandese, di cui parla il Francese Naturalista; non a tutti istessamente si saranno presentati dei feti ricoperti di peli in tutto l' ambito del loro corpo a guisa d' orsi, e di scimmie; nè qualcun altro guernito di corna, o con la cute ricoperta tutta di squamme (*a*). Dietro per altro l' esame di tali mostruose alterazioni agevol cosa sarà per tutti il comprendere, onde abbia avuto origine la favola degli uomini salvatici, degli Orsi, delle Scimmie o dell' Istrici partoriti dalle Donne (*b*), d' onde la ridicola superstizione di aver lasciate nei figli le marche dell' incontinenza dei padri: d'onde finalmente alla vista di alcuni feti, nei quali la pelle di certe parti si è trovata estremamente dilatata da sembrare

---

(*a*) V. Transaz. Filosof. vol. 69. p. 1.

(*b*) V. ivi.

re avere un cappuccio (*a*) una cocolla, un grembiule; à creduto il volgo che in essa dilatazione venissero preconizzate le loro future inclinazioni. Per chi riman sorpreso facilmente da tutto ciò che se gli presenta di straordinario, son ben' altro tai fatti, che i genj tutelari di Socrate, direttori di tutte le idee, di tutte le sensazioni, ed affetti.

Io non potrò mai convenire con alcuni che sia esistito un popolo di Giganti, mentre gli stessi Patagoni, dei quali parlano Frezier, Cook, ed altri Viaggiatori non sono tutti d' una statura gigantesca; ma dall' avere osservato che alcuni individui degli abitanti dello stretto Magellano avevano una statura gigantesca, à fatto credere ai più antichi viaggiatori, che veramente esistesse un popolo di Giganti, ma come saggiamente osserva Buffon, quegli uomini che oltrepassano la statura ordinaria di sei piedi possono considerarsi in correspettività degli altri come Giganti: queste però sono verità individuali ed accidentali, e non differenze permanenti atte a produrre delle razze costanti; molto meno poi appartengono alla razza de' Giganti alcuni individui nei quali era rimarcabile un prematuro accrescimento di alcune delle loro membra; come non posso determinarmi a prestar fede a tutte le Istorie, che ci hanno lasciate dei Nani. Poichè non di rado i Mitologi, che hanno saputo trar partito da tutto per rendere i loro racconti più imponenti e più strepitosi con l'appoggio dell'onnipotenza delle Greche sognate Divinità, hanno argomentato facilmente dal particolare all' universale. Tanto i Giganti che i Nani hanno esistito, e possono esistere ancora; ma riguardo ai primi è ben raro il caso di questi esseri privilegiati dalla natura; e per quello spetta ai secondi, l'estrema piccolezza decantataci dagli Scrittori non è benissimo contestata. Non debbono certamente riporsi nella specie dei Gigan-

---

(*a*) Di questa specie uno ne possiede il R. Gabinetto di Firenze in cui la pelle della testa è sommamente distesa da sembrare avere un cappuccio.

ganti coloro che nascono idrocefali, o colle braccia della grossezza medesima delle coscie, colle mani, o coi piedi tre volte più lunghi dell' ordinario, colle mammelle enormemente voluminose, col coccige tanto prolungato da emulare la coda dei più generosi animali. Non sono queste che altrettante morbose alterazioni, o dipendono da soverchia nutrizione di diverse parti a scapito e detrimento delle altre contigue. Se morte prematura non avesse colpito questi feti nell' aprile de' loro giorni, agevol cosa saria stato il persuadersi, che il successivo sviluppo delle membra residue non sarebbe stato punto proporzionato alle parti mostruosamente conformate (*a*).

Del rimanente convengo ancor' io di buon grado che rigettata ancora l' idea degli uomini che prima sorsero dal sangue sparso dagli antichi Titani, e riposta nel caos delle fole argive l'esistenza dei Tifei, dei Polifemi, e degli altri Giganti, non potrà giammai essere impugnata l' istoria dei Nembrot, e la pugna del Filisteo mostruoso col giovinetto David. Se la curiosità filosofica non può sì facilmente stancarsi, si continui pur meco l' esame d' un' altra specie di mostri, che per quanto siano assai più frequenti, non sono meno degni della nostra attenzione. Parlo di quelli, nei quali le parti sì interne, che esterne occupano un sito diverso. E quì lascierò di buon grado la descrizione dei Mostri Ruischiani, ed Alleriani, in cui tutt' i visceri del basso ventre trovavansi fuori dell' abdome rinchiusi in una borsa formata dalla dilatazione del peritoneo, e che si erano fatta strada per l' apertura del funicolo ombelicale. Ometterò parimente di far parola del feto, che conserva il dottissimo nostro Mascagni nel suo Gabinetto Anatomico-patologico, e di quelli che si osservano di tal genere nel R. Gabinetto Fisico di Fi-

---

(*a*) Se fosse stata considerata la proporzione che vi era fra le ossa del cranio, e quelle della faccia, facilmente si sarebbero convinti che, almeno nei nostri climi, sono rarissimi gli uomini di statura Gigantesca.

Firenze (*a*) . Neppure mi occuperò a descrivere tali deformità osservate e nel petto, e nel cranio, per quanto sieno più singolari e più rare. Chiunque bramasse avere più dettagliate notizie potrà riscontrare l' opere di Wislow, e di Bianchi (*b*) . Mostruosità ben più singolari mi richiamano al presente. Si è trovato talvolta il cuore colla punta nel destro lato, e la base nella sinistra. Gli intestini, il ventricolo, e il fegato situati nella cavità del torace sopra il diaframma. Il fegato nell' ipocondrio sinistro, e nel destro la milza: sebbene sì fatte alterazioni non si riscontrano ordinariamente che dalla mano armata di coltello anatomico. Altre pure ve ne hanno che a colpo d'occhio facilmente distinguonsi. Quante volte la natura bizzarra à cangiato di sito a quegli organi destinati alla formazione del latte? E quante volte si son vedute altrove sollevarsi le mammelle; ed occupar l' occhio colla loro straordinaria figura? Che più? Si è visto talvolta nascere un piede fornito delle dita dal coccige (*c*); come pure immediatamente dal femore, e dalla pelvi. Si sono vedute le mani sortire dalle scapole, per tacere di tante altre variazioni di sito, e che troppo lungo sarebbe il quì riferire (*d*).

Ma

(*a*) Il Sig. Mascagni conserva nel suo Gabinetto un feto consimile, in cui al luogo dell' ombelico si vede una gran borsa, in cui trovansi contenuti presso che tutti i visceri addominali. Due presso a poco uguali possono osservarsi nel R. Museo di Firenze.

(*b*) Wislow, Bianchi, ed altri Anatomici citano degli esempi di feti, nei quali non essendo ben conformato lo sterno, e le coste lasciavano sortire il cuore, e parte ancor de' polmoni. Dalle suture e fontanella del cranio soverchiamente dilatata si è vista uscire tutta o parte della massa cerebrale.

(*c*) Vedi Effem. dei curiosi della natura.

(*d*) Per quello riguarda le parti interne, osservò il Bartolino da ambedue i Ventricoli del cuore nascere un' arteria aorta; non trovò il canale arterioso e vide partire le arterie polmonali da ciascheduna Aorta. Merỳ notò in un Soggetto, che tutte le maggiori vene andavano a scaricarsi in un solo tronco, che mandava sangue ad ambedue i ventricoli del cuo-

Ma già si presenta ai nostri sguardi una specie nuova di mostri: sono essi tanto singolari, quanto ributtanti. Voi ben comprendete, che intendo di parlare di quelli, nei quali trovasi una prava conformazione di parti. I meno gravi errori della natura su questo punto si considerano i piedi storti, le mani poste alla rovescia, e distorte le diverse gibbosità, le ossa del cranio mal conformate, la spina del dorso dilatata, le narici prive del setto medio, la cavità della bocca deforme, una breve cannula in luogo dell' istrumento della generazione, il labro leporino, gli occhi mal costrutti, non essendo inclusive mancato il caso di feti, nei quali non si trovava, che un solo occhio, onde se fosser vissuti avrebbero in qualche parte realizzata la favola degli antichi Ciclopi.

,, O imperfetta natura, che mai da me pretendi?
„ O troppo dura legge che la natura offendi.

Se un tal rimprovero che sulla cetra dircea cantò ardimentoso e folleggiante Poeta può in qualche parte aver luogo, quegli esseri specialmente mostruosi per difetto di parti potrebbero forse avere diritto di rinnovarlo. Quì mancano alcune delle dita; qualcun' altro è privo d' una mano, o d' un piede; negossi a questo il naso, e le orecchie, a quelli le palpebre, gli occhi, la lingua, la faringe, nè sono mancati perfino alcuni privati d' articoli intieri, o ritrovati estremamente piccoli, o deformi. Nè questo è ancor tutto. Si sono osserva-

---

re. Stenone ci narra di avere visto un cuore diviso in tre ventricoli; il destro dei quali riceveva la sola vena cava, il sinistro le vene polmonali, ed il medio mandava l' arteria polmonare, e l' aorta. Riolano à veduto un cuore senza ventricoli, ma con tutt' i vasi assai ampli. Haller sezionò un feto in cui oltre ad avere gli occhi ineguali di grandezza, uno era molto più alto del naturale: era pure il medesimo feto mancante d' un orecchio; nell' interno dell' osso temporale non vi trovò alcuna traccia dell' organo acustico: le narici prive del setto medio, e la cavità della bocca assai deforme. Questo feto, benchè maschio, non aveva che una piccola caruncola senza apertura dell' uretra.

vati dei soggetti mancanti dei visceri più importanti, cioè a dire del cuore, del fegato, della milza, degli intestini: io medesimo non di rado nell' esercizio della mia professione, ò ritrovato degli individui forniti di un solo rene, e di un solo testicolo. Così il Bartolino incontrò più volte dei soggetti privi di vessica orinaria; e Sculteto depone aver più volte osservati dei disgraziati affatto destituti delle parti genitali. Quello per altro che più deve occupare la nostra maraviglia si è, che si son trovati talvolta dei feti mancanti di testa, e di cervello (*a*). Quanto degne sono delle nostre riflessioni tali difformità resultanti da difetto di parti, altrettanto lo sono i mostri per esuberanza. La natura talvolta avara dei suoi doni non accorda le forze necessarie per l' integrità dei suoi sviluppi; ma più sovente ancora lussureggiante presenta uno sfoggio straordinario di forze, d' energia, di vigore. Quante volte gli osservatori curiosi hanno fissata la loro attenzione nell' osservare le mani, ed i piedi terminati da un numero maggiore di dita? Non abbiamo forse dal Bartolino l' istoria d' una Donna, che aveva tre mammelle? Non assicura Borelli di avere veduto un uomo con due nasi? non vide sorgere Aldovrandi una terza orecchia in un feto dal mezzo della testa? non si trova nell' Anatomia del Bacchettoni una memoria di alcuni soggetti forniti dalla natura di due membri virili? Non osservò il Cutter nell' istesso soggetto due vessiche orinarie? non si sono veduti degli uteri divisi intieramente con due vagine, e qualche volta ancor con due vulve? Ne abbiamo una memoria di Enrico Erinsmann arricchita di quattro eccellenti tavole data in luce

---

(*a*) Non sono decorsi che pochi giorni dacchè fu sezionato un feto in questo R. Spedale degli Innocenti di Firenze, in cui mancava intieramente il cervello, cervelletto, e midolla allungata. In esso i nervi rimontavano dalla midolla spinale, ed uscivano pei consueti fori. Di simili mostri due ne esistono nel R. Gabinetto di Firenze, ed uno ve ne ha inclusive più singolare, in cui non solo manca il cervello ma la testa intiera, e porzione del torace. Eppure tali feti hanno esistito, e si sono sviluppati.

con le stampe di Strasburgo, ed un' altra memoria di Haller di un' altro utero con doppia vagina? Non riscontrò Rudebech in un solo individuo due cuori? ed il caso di tre, non si trova forse registrato nell' effemeridi dei curiosi della natura? Non attestano finalmente tutti gli anatomici che loro si presentano tutto giorno dei muscoli sopranumerarj, ed un numero maggiore di nervi di quegli che esistono ordinariamente? E non ho io medesimo ritrovato in quest' anno i nervi sotto occipitali doppi; e in un altro soggetto quelli del quarto pajo duplicati sebbene da una parte soltanto?

Ma e che direm noi di quegli individui bizzarramente conformati, nei quali gli organi destinati alla propagazione trovansi cumulati in un solo soggetto, siccome nelle piante, che però non sono facilmente referibili ad alcuno dei due sessi, come nell' Androginee, voglio dire degli Ermafroditi? Verte tuttora fra gli Anatomici la questione sulla loro esistenza. Avvi chi sostiene che la divisione delle borse, onde veniva rappresentata la figura della vulva à fatto passare per femmine quelli che non erano che maschi; nell' istessa guisa che il prolungamento della clitoride à imposto a segno ai più esperti da far credere maschi quelli che non erano che femmine. Cosí non è mancato chi abbia opinato infinitamente impegnoso e difficile il giudizio della perfetta combinazione dei due sessi in un solo individuo, o del sesso in essi predominante. Non è mio impegno in questo luogo esaminare, e discutere siffatte questioni. Dirò soltanto che in opposizione di tutto quello à scritto su tal proposito l' Haller (*a*), Bartolino (*b*), Westbrecht (*c*), Tabarrani (*d*), e molti altri, abbiamo le istorie dettagliate di Oblande, e di Francesco Petit,

---

(*a*) V. Commentar. *de Rebus in scientia naturali*, *&* *medic.* vol. 2. part. 1. p. 5. Colombo *de Re Anatomica* lib. 15.

(*b*) Epistol. 83. Cent. 3. Epist. 99. Cent. 4.

(*c*) Volume 1. p. II. pag. 229.

(*d*) Lett. 2. al Sig. Ab. Felice Fontana p. II.

tit, dalle quali resulta, che esistevano realmente in un medesimo soggetto gli organi masculini perfettamente organizzati, come pure l' utero, e le tube.

Tempo però è oggi mai che tralasciando tutto quello potrebbe aggiungersi, e di fatti, e di riflessioni intorno alle mostruosità mentovate, non meno che ad alcune, risultanti dalla congiunzione di quelle parti, che dovrebbero essere divise (*a*), passiamo a ragionare di quei mostri che resultano dalla coalescenza di due feti diversi. Questa specie che à recentemente occupate le mie anatomiche osservazioni, è certamente la più complicata e bizzarra. Per questa si ammira lo sfoggio, e l' energia delle forze della natura. In questa sopra tutto si mostra per infiniti rapporti maravigliosa. Nell' istessa guisa che in un ferace terreno si sollevano sul debile stelo due ranuncoli porporini, o due vario-pinti anemoni insieme congiunti: nella foggia istessa che la cerasa ridente, e la deliziosa albicocca pende duplicata dal pieghevole ramoscello, o come la domestica gallina che in ogni angolo della casa del suo padrone trova una vettovaglia abbondante e partorisce frequentemente degli ovi a due torli, egualmente si vedono talora riuniti due feti uscire dal ventre materno. Ma oh! quante modificazioni, quante diverse variazioni ci si presentano! Si sono veduti due feti uniti sol-

---

(*a*) Non infrequentemente dai medici si osservano le palpebre, le labbra, le narici. l' uretra, l' ano chiusi al nascere del feto. Haller osservò una Bambina nata di sei mesi, le cui dita delle mani, e dei piedi erano tutte insieme congiunte, talchè non formavano che una sola massa. Bartolino ed altri hanno frequentemente osservato due o tre diti uniti insieme. Nel nostro Gabinetto vi è un feto, in cui la testa è unita ai tegumenti del dorso. Simili mostruosità si sono ancora spesso ricontrate nell' interno: i due emisferi del cervello si sono riscontrati talvolta congiunti, come si legge in Morand, in Vallisneri ec. Haller ha veduti più volte i due reni insieme congiunti, e di una di tali mostruosità ce ne ha lasciata la più esatta descrizione, e ne ha fatta incidere un' accuratissima tavola.

soltanto per gli integumenti della fronte (*a*), altri per quelli dell' occipite (*b*), altri pure per il vertice (*c*). Nè mancano i casi di adesione assai più profonde. Ne abbiamo veduti dei congiunti per il dorso, per le natiche, per il coccige, per le parti laterali (*d*). Che più? nel R. Gabinetto di Firenze si trova ottimamente rappresentato in cera un mostro che nacque a Montepulciano formato dal riscontro di due feti maschi. Le cui due teste sono riunite in guisa da rappresentare ciascheduna la metà della faccia, che perciò da una parte si vedono due occhi, due orecchie, e la bocca, ed il naso, le quali nella parte anteriore resultano dall' unione delle due faccie insieme congiunte. Nella parte posteriose poi vi si osservano due orecchie ed un occhio formato dal concorso di due, questo feto aveva pure la spina bifida. Nel Museo di Pietroburgo tanto rinomato per la moltiplice collezione di cose naturali, fra i vari mostri che vi si conservano, vi è un feto con una sola testa, due occipiti, quattro orecchj, ed agli occipiti si uniscono le spine da cui pendono i due corpi (*e*): ed un altro pure se ne ammira, nel quale dall' ipocondrio destro si vede scaturire un altro piccolo feto distinguibile dalle pendenti natiche, e dai piedi benissimo conformati; più radamente, ma pur non ostante qualche volta accade di vedere dei feti che si uniscono all' ombe-

---

(*a*) V. Pareo.

(*b*) V. Giornale di Trevoux.

(*c*) V. Atti dell' Accademia delle scienze.

(*d*) V. Pareo, Cardano, Planchard ed altri. E a tutto ciò deve aggiungersi che Vallisnieri ci riporta il caso di un feto senza cranio, che pur tuttavia aveva due faccie, due nasi, due bocche, e tre occhi. Nell' effemeridi dei curiosi della natura si leggono dei casi consimili.

(*e*) Di questo genere di mostri, che non è de' più rari, ne abbiamo dell' Istorie nell' opera di Duverney ed Haillard, di Cassebon, e di tanti altri eccellenti Anatomici e Naturalisti. Abbiamo occasione non di rado di vedere dei mostri con degli articoli superflui, benchè abbiano una sola testa. Sebbene bisogna confessare che tal mostruosità è più rara negli uomini che nei bruti.

ombelico coll' epigastro, o per la pelvi, e questi ordinariamente sono mancanti delle parti della generazione, e della vessica. Duverney e Palfino fecero la più esatta anatomica descrizione (*a*) di questi due generi di mostri. Accade di vedere pur dei feti con due capi distinti, e perfetti con i respettivi colli, ma riuniti poi in un solo torace. Il più volte citato Duverney ci ha trasmesso la descrizione di un mostro di tal genere; anzi fra le altre particolarità assicura di avere riscontrato che sebbene non avesse che un solo torace, erano distinguibili due cuori insieme congiunti. A tutto ciò potrebbe aggiungersi quello che troviamo inserito nell' effemeridi dei Curiosi della natura, e ciò che ne dice Sculteto, Duverney, Richa, Cardano, e alcuni altri valenti Anatomici (*b*).

Ed eccoci omai giunti a quel punto che formò fin da principio l' oggetto delle mie riflessioni. Un feto bicorporeo con un solo funicolo ombelicale, e molte altre essenziali differenze nell' interna organizzazione, è il mostro che sopra tutto c' interessa di far conoscere. Non è già che io pretenda di aver in esso scoperta una nuova specie. Molti Scrittori di cose mediche, ed anatomiche assicurano di averne veduti presso a poco dei simili; e l' Haller più diligentemente di ogni altro ne ha descritto uno di tal sorta da lui stesso anatomizzato. Ma siccome credo di avere riscontrate nel mio delle differenze notabili, e nella struttura di alcuni visceri, e nella circolazione, quindi è che mi sono occupato a descriverlo con tutta la precisione, ed accuratezza possibile. Per l' istessa ragione mi sono fatto un impegno d' unire alla descrizione le tavole, affinchè possano confrontarsi con le Hal-

---

(*a*) Il Colombo, lo Zacchia, il Bartolino, Walter, Wislow, Morgani, Bauino, ed altri riferiscono un infinità d' istorie di mostri di tal genere.

(*b*) Chi desiderasse averne la più esatta numerazione e descrizione, potrà ricorrere all' istoria dei mostri tanto deglj Uomini, quanto dei Bruti fatta da Haller, ed inserita nelle sue opere minori.

Halleriane, con cui non combinano precisamente che per quello che ha rapporto all' esterna conformazione.

Affinchè per altro più chiaramente resulti il complesso delle varietà, che lo distinguono dal mio, non credo sarà discaro al lettore che io riferisca in questo luogo ciò che nel suo mostro osservò l' Haller di più singolare.

Erano nel mostro Halleriano due Gemelle perfettamente conformate, con le teste ben fornite di capelli, sebbene la destra fosse meno perfetta della sinistra. Ed erano riunite dalla parte superiore dello sterno fino all' ombelico. Aperto l'addome e sollevato l'omento, vide un solo fegato molto voluminoso con un lobo sopranumerario all' inserzione della vena ombelicale. Il funicolo ombelicale era formato da una sola vena con quattro arterie; e due urachi. Le intestina di ambedue avevano un distinto mesenterio. Tolto il fegato, vi trovò due vessichette del fiele, incastrate in diverse incisure di quel viscere. Ogni stomaco aveva dietro il suo pancreas. La milza per altro era una sola, ed apparteneva al feto sinistro. Il diaframma unico grandissimo, che comprendeva i due feti, ed era diviso in otto appendici, che terminavano alle due colone vertebrali. Ogni feto aveva la respettiva Arteria aorta, che si divideva nell' Iliache, e quindi nell' ombelicali. Quattro reni avevano con altrettanti ureteri che influivano nelle vessiche orinarie di ciascun feto.

Molto più interessante fu la sezione del torace, di quella del basso ventre; un solo pericardio era nel mezzo del petto, non colla punta voltata a sinistra, ma perpendicolare nel mezzo ai due toraci. Ciascuna bambina aveva la sua glandula timo situata secondo il solito. Aperto il pericardio, apparve un grandissimo cuore unico nel mezzo del petto, che a ciascun collo distribuiva i suoi vasi egualmente. Avevano ambedue le bambine il respettivo arco dell' aorta, che si portava da destra a sinistra, come ambedue avevano le proprie arterie polmonari, dalle quali si partiva il dutto arterioso più grande del naturale. Tra le arterie eravi un solo seno con la corrispondente auricula, tanto vasto però che osservar si poteva manifestamente sì nella parte anteriore, che nella posteriore del cuore. Nelle diramazioni poi principali che mandavano le due arterie aorte non vi fu riscontrata varietà alcuna; essendo il cuore nel mezzo fra le due cavità del torace, di cui il restante della cavità era riempiuto dai polmoni divisi dal loro mediastino.

Haller osservò una differenza marcata nelle vene più che nell' arterie. Il cuore difatto aveva due vene cave discendenti. La cava superiore della destra bambina era unica, mentre la sinistra ne aveva due. Dalla vena cava superiore del feto destro nascevano primieramente le vene polmori, quindi la vena azzigos, poscia le vene per l' estremità superiori, e per la testa. Nel feto sinistro, le vene polmonari distintamente influivano nel gran seno del cuore.

Aperto finalmente il cuore, apparvero tre grandi cavità, che una corrispondeva al gran seno, e che riceveva le vene di ambedue le bambine, nel qual seno il sangue di tutte le vene si confondeva. I ventricoli del cuore furono trovati due, uno per ciaschedun feto, dei quali ognuno aveva gli ossi arteriosi, che davano origine alle respettive arterie polmonari, ed aorta, tutte fornite delle loro valvule semilunari, come gli ossi venosi, che corrispondevano al vasto seno, erano forniti delle valvule tricuspidali: finalmente il sangue di ambedue i feti, entrato dalle diverse vene cave e polmonari nel gran seno, veniva spinto nei due ventricoli, e per le arterie polmonari ed aorte, andava a portarsi alle diverse parti del corpo de' due feti, e da queste per le arterie ombelicali faceva ritorno alla placenta materna.

Esposta l'anatomica dissezione dell' Haller fatta nel 1735, passerò a fare l' istoria dei due feti consimili mostruosi, che nel mese di maggio prossimo passato nacquero, senza bisogno d' operazione, da una contadina della *Mattonaja*, luogo presso la Città di Firenze, che essendo stati acquistati, per mettersi nella serie dei mostri di questo R. Museo, dal dottissimo Soprintendente economico di quel Gabinetto, Signor Gio. Fabbroni, mi fu permesso di notomizzare: onde adequatamente preparati, fossero in seguito inseriti in quella raccolta, tanto più che due altri consimili interi vi si conservano nello spirito di vino.

Erano adunque due bambine ottimamente conformate, ma una, che per distinguerla dall' altra individuerò col n.° I, era un poco più grande dell' altra, che sarà distinta dal n.° II (V. Tav. I). Queste due bambine erano insieme congiunte dalla parte superiore del jugulo fino all' ombelico, talmente che gli sterni erano comuni ad ambedue, articolando da una parte le coste dell' uno, e dall' altra le coste dell' altro feto: era unico il funicolo ombelicale, composto soltanto di una vena, e di due arterie, e che entrava nel mezzo della congiunzione inferiore dei due feti, e non come quello che descrive l' Haller resultante da una vena e quattro arterie: nelle mascelle di ambedue i feti eravi una sostanza quasi cartilaginea che affettava intieramente la figura dei denti tanto incisivi, canini, che dei primi molari, poichè questa sostanza cartilaginosa era solcata in guisa da rappresentare una vera dentiera.

Per convenientemente prepararli ed osservarvi minutamente tutto ciò che vi era di rimarcabile, gli injettai per la vena ombelicale con una materia composta di colla Tedesca, e vermiglione onde fosse l' injezione spinta fino nei minimi vasi, ed i grossi tronchi li riempii con gesso che spinsi per la stessa strada dietro la colla; con questo mezzo ottenni un' injezione finissima, che mi penetrò fino nei vasi minimi della cute, somministrandogli un colore alquanto rosso, che si fece più fosco nei luoghi, nei quali i feti avevano sofferto delle contusioni e compressioni nel nascere, come nelle teste, e nelle spalle; e su questo proposito, è da avvertirsi, che questa compressione in una delle clavicole, fu così forte che rimase fratturata.

Siccome volevo trarre da questi feti mostruosi il maggiogiore partito possibile , così pensai prima di tutto a levargli la pelle , che in seguito riempita di cotone riacquistò l' istessa forma , che precedentemente avevano i feti interi . Tolti così i tegumenti, mi feci ad esaminare i muscoli, e trovai che i gran pettorali di ambedue i feti erano alquanto più estesi, siccome più estese le costole, e si congiungevano nel mezzo dello sterno alcune fibre dell' uno, con le fibre dell'altro del lato opposto. Molto più estesi poi del naturale erano i muscoli del basso ventre e singolarmente i muscoli retti, i quali partendo dalle parti inferiori degli sterni, formavano quattro curve che si riunivano all' ombelico, e quindi all' osso del pube naturalmente terminavano . Non vi era altra differenza nel sistema muscolare a riserva del diaframma, di cui parlerò in appresso .

Aperto il basso ventre lo trovai nella direzione dell' ombelico separato in due cavità dalla gran solca del fegato (Tav. II. 11.) che si prolungava in basso e divideva una cavità del basso ventre di un feto, dall' altra dell' altro feto. I fegati (AA) (Tav. II, e III) di ambedue i feti erano insieme affatto congiunti, talchè un sol fegato appariva essere comune ad ambedue. Comune per altro in ambedue era la circolazione, poichè non vi entrava che una sola vena ombelicale. Questi due fegati insieme congiunti avevano ciaschedunο la loro faccia convessa , e la loro faccia concava ; ambedue divisi in due lobi ; ed avevano nella loro faccia concava il piccolo lobo dello spigellio, e la borsa del fiele, con questa differenza soltanto , che nel feto di N.° II , la cistifellea era situata molto più in alto che nel feto di N.° I. Il funicolo ombelicale era composto di una sola vena, che come ho detto passava ad inserirsi nella faccia concava del fegato del feto di N.° II; e di due sole arterie ombelicali che venivano però dal feto di N.° I (Tav. II. 12, e Tav. III 8). Le due arterie ombelicali del feto N.° II. (Tav. II. 14 Tav. III 10) erano esilissime; nè si portavano al cordone ombelicale, ma si vedevano terminare lateralmente all uraco; ciò forma una notabile differenza tra questo, ed il mostro bicorporeo sezionato dall' Haller, mentre in esso il fegato era unico con un lobo soprannumerario. La milza pure era unica e situata pure nel sinistro lato, ed il funicolo ombelicale, come si è detto, era composto d' una vena, ma con quattro arterie. Per il rimanente poi dei visceri situati nella cavità del basso ventre era simile al presente. Ciascheduna delle due vesiche orinarie nel nostro mostro aveva il respettivo uraco, che terminava all' ombelico l' uno dirimpetto all' altro. Ciascheduna bambina aveva la sua matassa intestinale (Tav. II. HH) con il respettivo mesenterio; come pure ciascheduna aveva il suo ventricolo diversamente però situato, e corrispondente alla cistifellea del proprio lato, come si vede nella Tav. II BE. Al lato opposto della borsa del fiele, eravi al solito la milza in ambedue i feti ed il pancreas corrispondeva alla piccola curvatura dello stomaco secondo il consueto fra la milza, ed il fegato. La vena ombelicale entrava nel fegato del feto N.° II (*a*), si divideva in due tronchi, uno dei quali si scaricava nel corrispondente seno della vena porta, l' altro passava all' altro feto per andare ad influire nell' altra vena porta, d' onde poi il sangue veniva trasportato nelle due vene cave inferiori.

Ciascun feto aveva le sue cassule atrabiliari, i suoi reni, ed i suoi ureteri, che si portavano secondo il solito nella vessica. Nulla parimente eravi di straordinario nelle parti della generazione, tanto esterne quanto interne. Finalmente nulla di singolare offeriva la circolazione tanto venosa che arteriosa nella cavità del basso ventre in ambedue le bambine, alla riserva di ciò che si è detto riguardo all' arterie ombelicali, ed alla vena parimente ombelicale.

Il diaframma era unico per ambedue i feti, ed in conseguenza grandissimo (Tav. II, LL) diviso in otto appendici, quat-

---

(*a*) V. Tav. III II.

quattro per ciaschedun feto, che si univano secondo il consueto alle colonne vertebrali e anteriormente, e lateralmente si congiungeva con i rispettivi muscoli addominali: fra gli interstizi delle appendici vi passavano gli esofaghi e le arterie aorte; aveva pure due altre aperture per il passaggio delle due vene cave corrispondenti ai due fegati, e quella del feto (N.° I Tav. II, 10), era un poco minore di quella del feto N.° II Tav. II, 15.

La sezione della cavità del torace fu molto più interessante di quella del basso ventre per le sue singolarità. Era essa unica ed un solo pericardio vastissimo racchiudeva due cuori insieme congiunti, Tav. II, MM. I polmoni d'ambedue i feti non offrivano veruna varietà, ed erano secondo il solito divisi dal respettivo mediastino che dalle vertebre si estendeva ai lobi del pericardio. Nulla pur di singolare ritrovai nelle glandule timo d'ambedue le bambine. Aperto il pericardio furono messi allo scoperto i due cuori: quello che apparteneva al feto di N.° I era più grande del doppio di quello che apparteneva al feto di N.° II. (Tav. II e III PR); la loro figura pure era singolare, e le fibre muscolari dell' uno si univano alle fibre muscolari dell' altro (Tav. II e III) e non ostante però in ambedue si riscontravano i due seni, le due orecchiette, ed i due ventricoli, e principiando dal cuore del feto di N.° I, cioè dal più voluminoso, esso aveva il seno destro assai vasto (C Tav. II), ed in esso entravano la vena cava inferiore (10), la vena cava superiore (8) e la suclavia sinistra (5). L'orecchietta destra corrispondente (D) era piccolissima. Il ventricolo destro poi era molto grande (6), e da questo partiva l'arteria polmonare assai insigne (3), la quale mandava il grossissimo canale arterioso del botallo (7) che andava ad inserirsi nell'arteria aorta. Le vene polmonari non offrivano alcuna varietà ed entravano nel seno sinistro dello stesso cuore che era un poco più piccolo dell'altro; l'orecchietta per altro era estesissima (Tav. III (6)). Il ventricolo altresì di questo lato era voluminosissisimo (a) e da esso partiva l' arteria aorta (2) assai grande, che ricevuto il canale del botallo mandava dal suo arco, secondo il consueto, i tre tronchi arteriosi, subclavia destra, carotide sinistra, e subclavia sinistra, quindi passava a sinistra fra i polmoni, sempre voluminosissima.

Il cuore (Q) del feto N.° II era più della metà piccolo dell' altro. Il seno destro (*i*) Tav. II, era alquanto esteso, e grande pure era la corrispondente (3) auricola ed in questo seno entravano le due vene cave superiore ed inferiore (16, 18). Il ventricolo corrispondente era piccolissimo (*f*) e l' arteria polmonare che ne sortiva non era la metà di diametro (Tav. III (15)) di quella dell' altro cuore: esilissimo poi era il canale arterioso (16) che entrava nell' arteria aorta; il seno sinistro di questo cuore era un poco più piccolo dell' altro, come pure l' orecchietta; ma il ventricolo corrispondente (*d* Fig. III) era più grande del triplo del destro, e da questo sortiva l' arteria aorta d' un volume naturale. I due cuori avevano tra loro varie comunicazioni. Il seno destro del cuore del feto, N.° I comunicava col seno destro dell' altro cuore, N.° II (*h* Tav. II). Il ventricolo destro (*b* del cuore N.° I, comunicava col ventricolo destro del cuore N.° II; i due sinistri pure comunicavano fra di loro egualmente che i ventricoli sinistri, come si vede nella Tav. III (*c g i*).

Molto differente era l' anatomia dei due feti similmente mostruosi che descrive il Sig. Haller, poichè, oltre non avere in due che un solo cuore, questo cuore non aveva che un solo seno ed una sola auricola, nel qual seno influivano le vene sì polmonari che cave d' ambedue i feti. I ventricoli di questo gran cuore erano due soltanto, uno cioè per ciaschedun feto dai quali partivano e le arterie polmonari, e le arterie aorte: nel resto poi della distribuzione delle vene e delle arterie, di ambedue i feti non esisteva veruna varietà.

Esposta la descrizione anatomica dei feti da me notomizzati, sarà facile il conoscere come in loro succedeva la circolazione del sangue. Dall' unica placenta materna veniva portato il sangue al fegato per la vena ombelicale che apparteneva al feto N.° II; da questo fegato passava all' altro corrispondente, quindi sgorgava nelle due vene cave inferiori, ma in maggior copia al feto di N.° II che al feto di N.° I, come lo mostra il calibro di ambedue le vene cave. Il sangue entrato nel seno destro del cuore N.° II, passava in parte nel ventricolo corrispondente, ed in parte si scaricava nel seno destro dell' altro cuore, come lo prova il piccolo diametro che aveva l' arteria polmonare che sortiva dal piccolo cuore, ed il suo esilissimo canale del botallo. In parte poi il sangue ancora passava dal seno del piccolo cuore al seno sinistro per il forame ovale che pure esisteva in questi feti, ma quello soltanto passava nel ventricolo sinistro di questo cuore, e di lì all' arteria aorta che era necessario alla nutrizione, e sviluppo del feto, mentre il superfluo entrava nell' altro cuore del feto N.° I.

Al cuore più voluminoso del feto N.° I, andava molto più sangue, mentre vi entravano nel seno destro, come si è dimostrato. Le due vene cave superiore, ed inferiore, e la vena subclavia sinistra, ed inoltre quel più di sangue, che non abbisognava al ventricolo destro dell'altro feto, come pure al ventricolo sinistro, onde era quadruplice la corrente del sangue, che entrava in questo seno, dal quale passava in parte per il forame ovale del seno sinistro, ed in parte veniva scaricato nel corrispondente ventricolo destro, d' onde per la grossa arteria polmonare, che dava origine a quel gran canale del botallo, passava nell' aorta. Nel seno sinistro poi entrava il sangue e dal destro per il forame ovale, e per la comunicazione che aveva col seno sinistro dell' altro cuore d' onde andava al corrispondente ventricolo sinistro, a cui pure veniva dell' altro sangue per la comunicazione che aveva col ventricolo sinistro opposto, e da questo ventricolo partiva il sangue per l' arteria aorta, ed incontrando quello che veniva per il canale del botallo quasi tutto il sangue refluo delle due bambine entrava in quest' arteria, la quale, dopo avere mandato il sangue per lo sviluppo, e nutrizione del feto corrispondente, divisa nell' Iliache riportava alla placenta il sangue per mezzo dell' insigni arterie ombelicali, di cui era fornito questo feto.

Il sangue finalmente, che per l' aorta dell' altro feto di N.° II, serviva soltanto alla nutrizione di lui, mandate secondo il consueto le carotidi, e subclavie, discendeva nel torace, e nel basso ventre, e si perdeva mandando le arterie a tutte le diverse parti, dalle quali ritornava immediatamente al cuore per la vena cava corrispondenti, senza ritornare alla placenta materna terminando ai lobi dell' uraco le piccole arterie ombelicali.

Ma già sembra di essermi diffuso assai più di quello poteva permettermi una semplice Memoria. Ometterò pertanto di esporre quelle poche riflessioni che mi pare potrebbero avere luogo. Quando si scrive pei dotti è presso che inutile il dar risalto ai fatti che si espongono. Chi degli illustri Soggetti che abbelliscono il catalogo della Società Italiana delle Scienze, non comprende a colpo d' occhio tutt' i rapporti che possono avere con l' animale economia; chi non vede l' eccezioni che possono farsi alle leggi già stabilite, chi dotato, com' è, della più vasta penetrazione, non avanza col pensiero le moltiplici conseguenze che ne risultano?

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

TAVOLA I.

A Feto di n.° I.
B Feto di n.° II.
C Congiunzione d'ambedue i feti allo sterno.
D Congiunzione d'ambedue i feti all' ombelico.

TAVOLA II.

Visceri osservati per la parte anteriore.

AA I due fegati riuniti.
B Ventricolo del feto n.° I.
C Ventricolo del feto n.° II.
D Milza del feto n.° I.
E Milza avvolta nel peritoneo del feto n.° II.
F Rene avvolto nel peritoneo del feto n.° I.
G Rene spogliato del peritoneo del n.° II.
H Matassa intestinale del feto n.° II.
K Matassa intestinale del feto n.° I.
I Parti genitali esterne del feto n.° II.
J Parti genitali esterne del feto n.° I.
LL Vastissimo Diaframma.
MM Vasto pericardio.
N Polmone destro del feto n.° II.
O Polmone sinistro del feto n.° I.
P Cuore del feto n.° I.
Q Cuore del feto n.° II.
R Trachea del feto n.° I.
S Trachea del feto n.° II.
T Esofago del feto n.° I.
U Esofago del feto n.° II.
V Glandula tiroide del feto n.° I.

X Tiroide del feto n.° II.
ZZ Lingua d'ambedue i feti.
a Ventricolo sinistro del cuore n.° I.
b Ventricolo destro del cuore n.° I.
c Seno destro dello stesso cuore.
d Auricola corrispondente.
f Ventricolo destro del cuore n.° II.
i Seno destro dello stesso cuore.
g Auricola corrispondente e ventricolo sinistro.
1 Congiunzione dei Ventricoli.
2 Arteria aorta del feto n.° I.
3 Arteria polmonare.
4 Arcata posteriore dell' aorta.
5 Vena subclavia sinistra.
6 Seno destro.
7 Canale del botallo.
8 Vena cava superiore.
9 Vena cava inferiore sopra il pericardio.
10 Vena cava inferiore sotto il diaframma.
11 Legamento sospensorio prolungato.
12 Le due arterie ombelicali del feto n.° I.
13 Funicolo ombelicale.
14 Le due arterie ombelicali del feto n.° II.
15. 16. Vena cava inferiore.
18 Vena cava superiore.
19 Arteria polmonare.
20 Arteria Aorta.
21 Cistifella del feto n.° II.

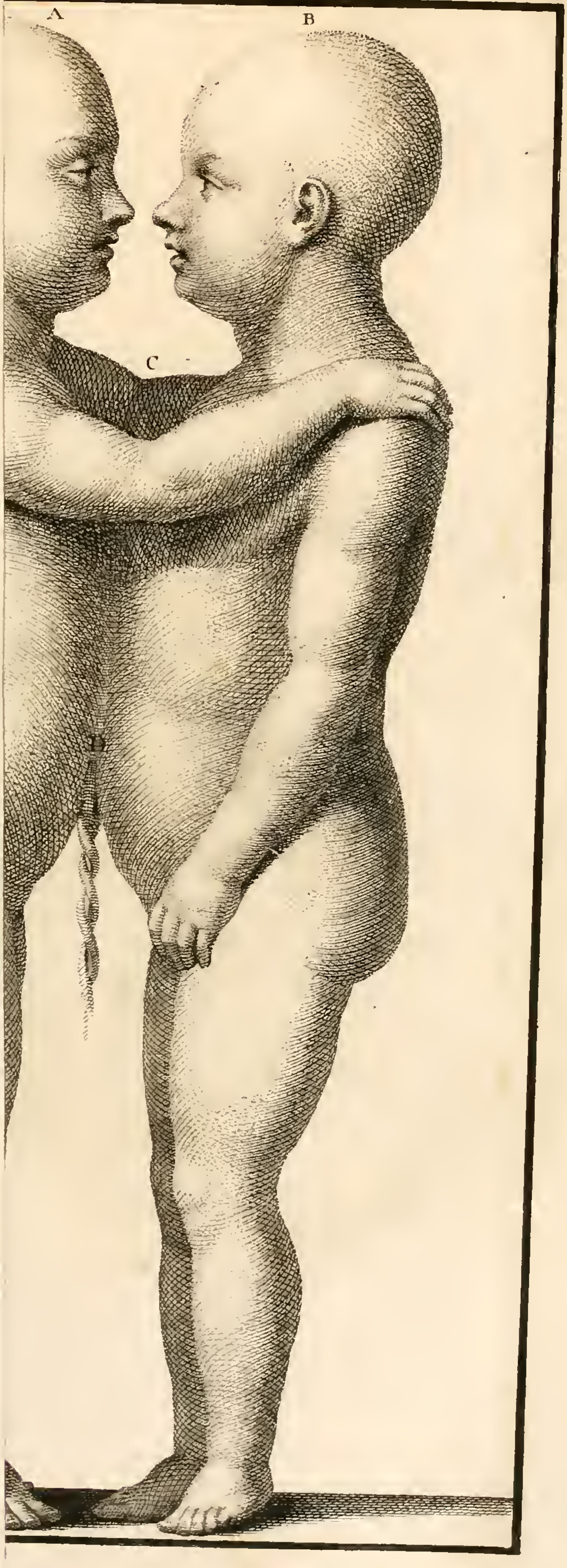
TAVOLA III

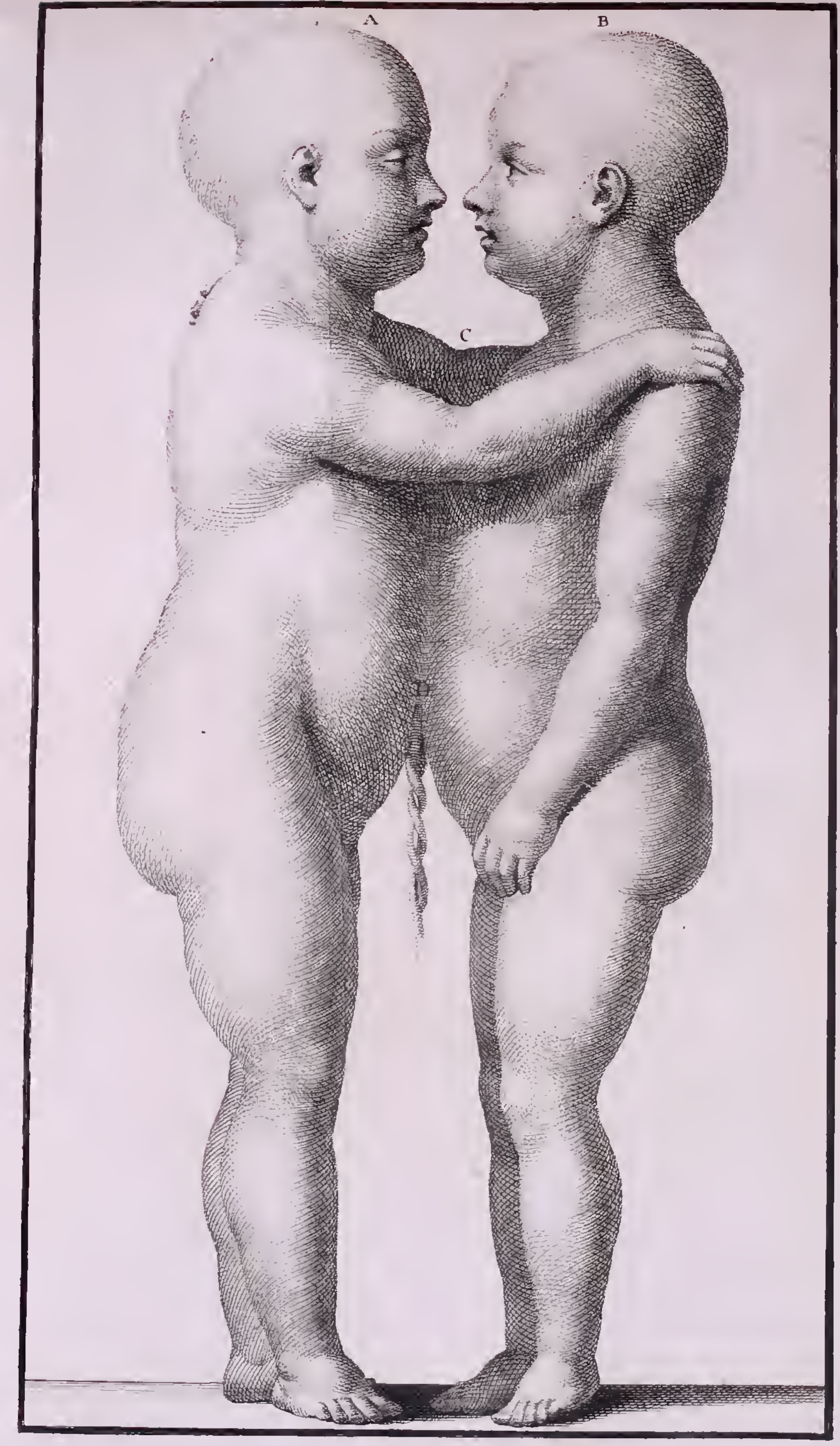
Visceri osservati dall' altra parte.

AA I due fegati riuniti.
B Stomaco del n.° I.
C Stomaco del n.° II.

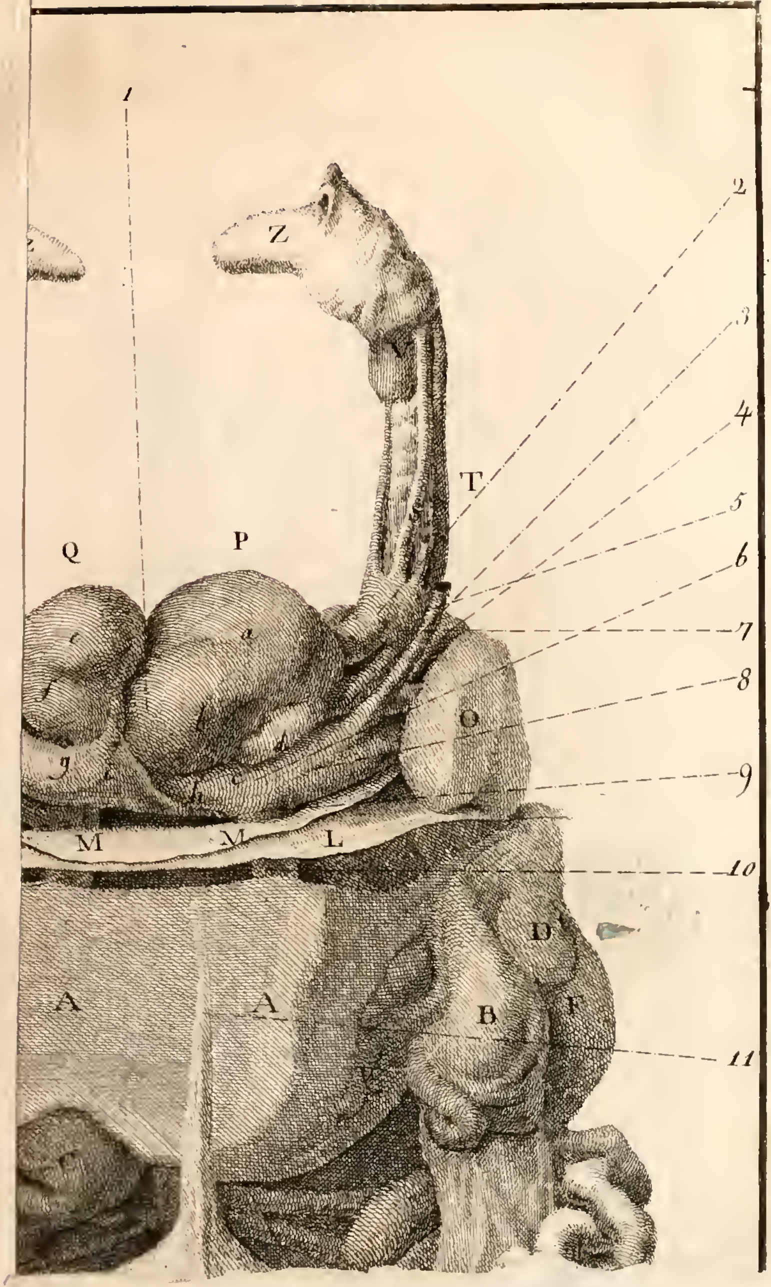
D Milza del n.° II .
E Milza avvolta nel Peritoneo del feto n.° I .
F Rene destro del feto n.° I . avvolto nel Peritoneo .
G Rene sinistro del feto n.° II. avvolto nel Peritoneo .
HH Matasse intestinali dei due feti .
IJ Parti genitali esterne .
LL Diaframma .
MM Pericardio .
N Polmone sinistro del feto n.° II .
O Polmone destro del feto n.° I .
P Cuore del feto n.° I .
Q Cuore del feto n.° II .
R Trachea del feto n.° II .
S Trachea del feto n.° I .
T Esofago del feto n.° II .
U Esofago del feto n.° I .
VX Glandule Tiroidee .
ZZ Lingue d' ambedue i feti .
a Ventricolo destro del cuore n.° I .
b Auricola sinistra del cuore n.° I .
c Porzione del ventricolo sinistro del n.° I .
d Ventricolo sinistro del cuore n.° II .
e Auricola sinistra dello stesso cuore .
f Seno sinistro dello stesso cuore .
g Unione del seno sinistro d' un cuore coll' altro .
h Seno destro del cuore n.° I .
i Porzione del ventricolo destro .
1 Unione dei due ventricoli sinistri .
2 Arteria aorta del feto n.° I .
3 Vena cava superiore .
4 Arteria polmonare .
5 Vena cava inferiore .
6 Vena cava inferiore sotto il diaframma .
7 Legamento sospensorio del fegato .
8 Arterie ombelicali del feto n.° I .

9 Tralcio ombelicale.
10 Arterie ombelicali del feto n.° II.
11 Vena ombelicale.
12 Vena cava inferiore del feto n.° II.
13 Vena cava inferiore.
14 Vene polmonari.
15 Arteria polmonare.
16 Canale arterioso.
17 Arteria aorta.
18 Cistifella del feto n.° I.


A
B
C
D

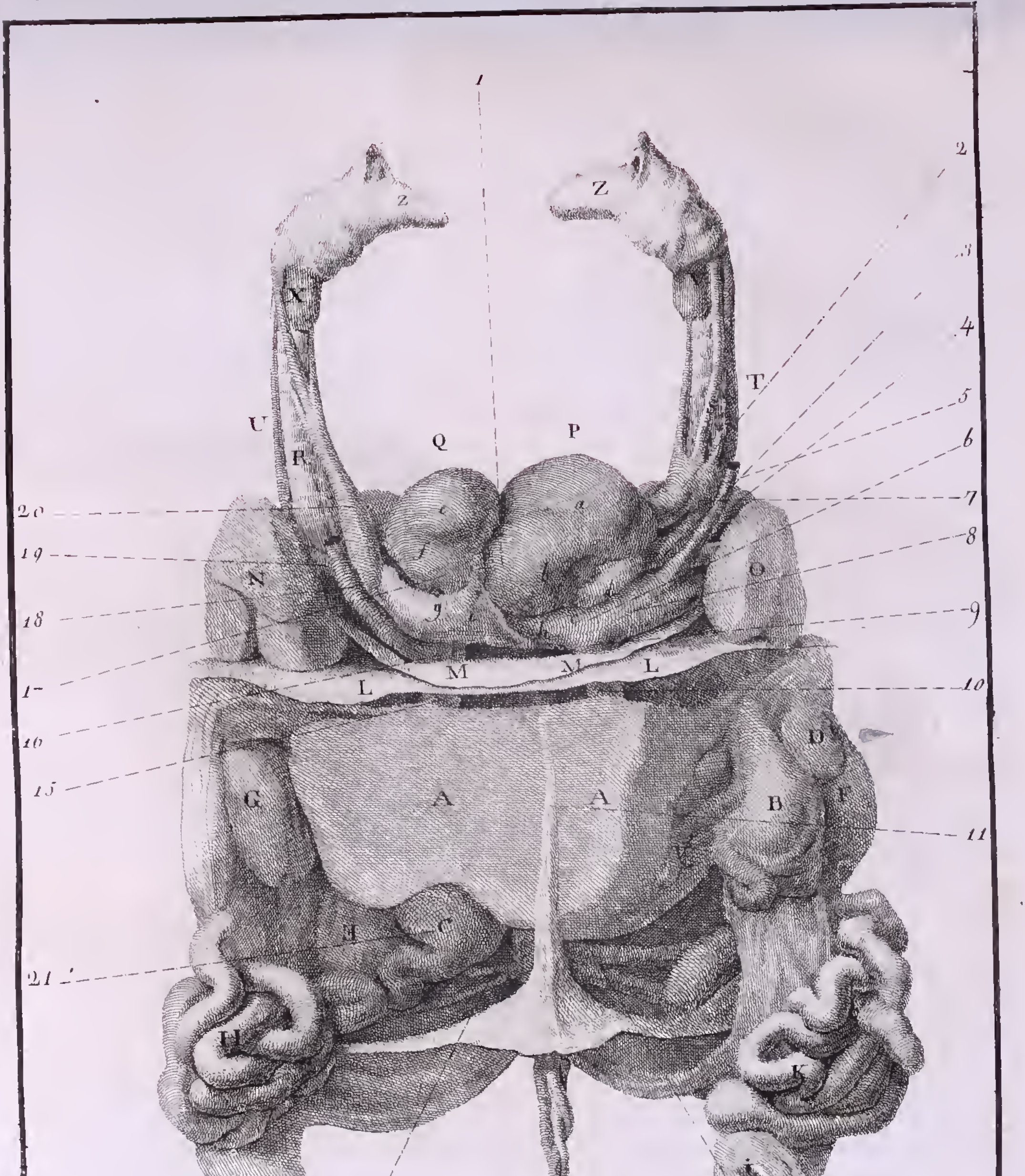

A
B
C
D

Soc. Ital. T. XI. p. 146

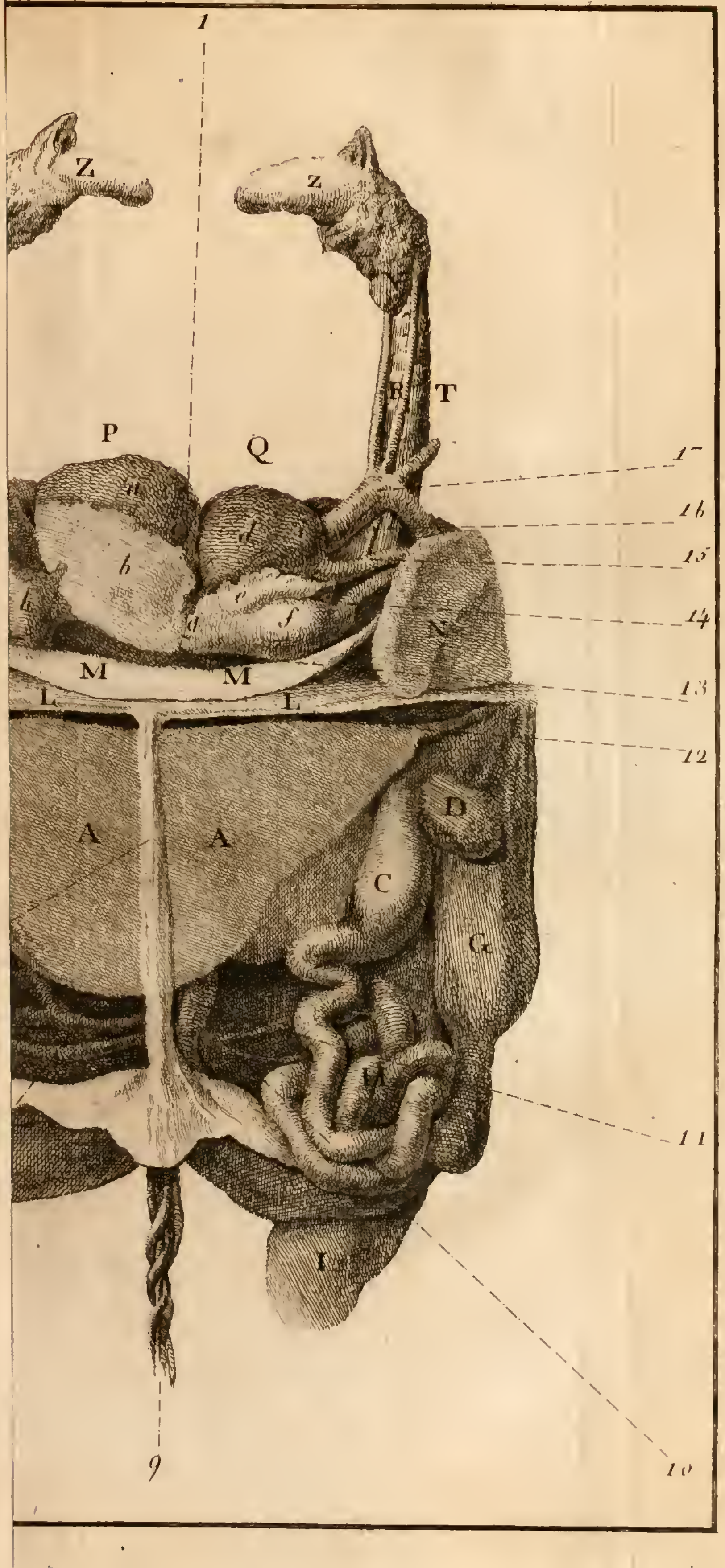

1
Z
Z
2
3
4
V
T
5
Q
P
6
7
8
O
9
M
M
L
10
D
A
A
B
F
11

10

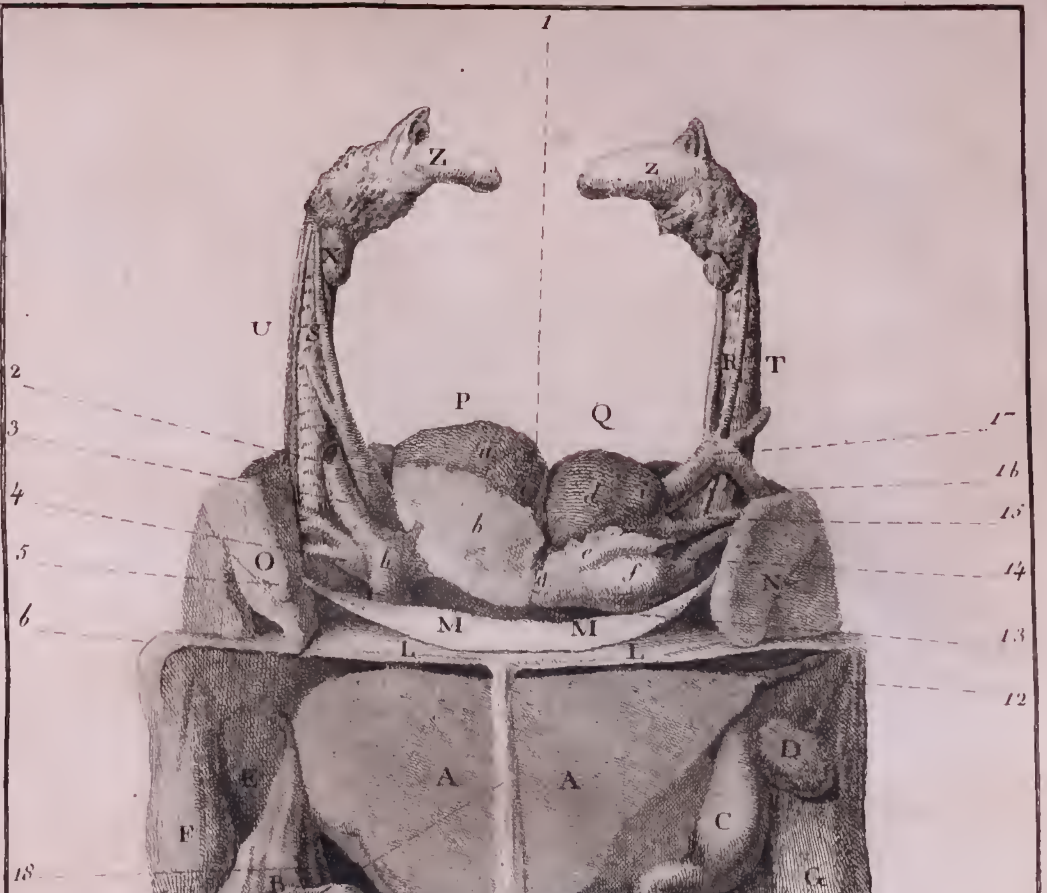
Tav. III. Soc. Ital. T. XI. p. 146


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
z
Z
X
Y
T
U
R
Q
P
e
a
f
b
g
d
N
O
M
M
L
L
D
F
G
A
A
B
E
C
H
K
I
i

Soc. Ital T XI p.146.


1
Z
z
R
T
P
Q
a
d
17
16
15
14
13
12
b
h
e
f
g
M
M
N
L
L
A
A
D
C
G
H
11
i
I
9
10

Tav. IV.


1
Z
z
X
U
S
R
T
2
3
4
5
6
P
Q
17
16
15
14
13
12
a
c
d
i
b
h
h
e
f
g
O
N
M
M
L
L
A
A
E
F
D
C
G
18
B
H
H
7
11
K
I
8
9
10

MEMORIA

IDROSTATICA

DI GIROLAMO SALADINI

Ricevuta il dì 20 *Ottobre* 1803.

Essendo stato a me richiesto il metodo di determinare il centro di pressione nelle cateratte ossia parature di figura circolare ed ellittica, nè avendolo ritrovato negli Autori le di cui Opere Idrostatiche poteva consultare, mi accinsi io stesso a rintracciarlo sì per soddisfare chi si era compiaciuto farmene domanda, sì perchè riputava utile tal cognizione in alcune circostanze.

È il centro di pressione di una data superficie che trattiene il fluido, quel punto della stessa superficie in cui può supporsi raccolta la somma delle pressioni contro ciascun punto della medesima, talmente che sostenuto questo punto, la superficie benchè sciolta da qualunque altro vincolo, non può concepire moto alcuno nè rettilineo nè di rotazione, ma debbe rimanere in equilibrio. Essendo le superficie delle nostre cateratte piane, a cui in tutti i punti sono normali le pressioni, e perciò tra loro parallele, ne avviene che per determinare il centro ricercato, usiamo il solito metodo con cui si determina generalmente il centro delle forze parallele, moltiplicando la pressione di ciascun punto della superficie nella di lui distanza da una retta data di posizione a piacimento nel piano della stessa superficie, e dividendo la somma di questi prodotti, che somma de' momenti relativamente a questa retta suol chiamarsi, per la somma di tutte le pressioni; il quoziente determina la distanza del centro di pressione della data superficie da questa retta; e se facciasi l' istesso rispettivamente ad altra retta arbitraria giacente nella stessa superficie, che seghi per altro la prima perpendicolarmente, si verrà a fissare il centro di pressione della superficie proposta, dovendo necessariamente quello essere, in cui si segano le due rette di distanza parallele alle date di posizione.

2. Il circolo AZFR rappresenti una cateratta che esiste nella sponda d' un fiume o d' un lago: suppongo il punto supremo A essere appunto nel livello del fluido; pel centro C conducasi il diametro verticale ACF; in questo esiste sicuramente il centro di pressione; poichè non può darsi alcuna ragion sufficiente di sua esistenza in un de' due semicircoli AZF, ARF ad esclusione dell' altro. Si dovrà pertanto ritrovare qual punto sia di questo diametro verticale che soddisfà al quesito. Se ottengasi la distanza del centro di pressione del semicircolo ANF dal diametro ZCR normale ad ACF, dovendo esser essa eguale a simil distanza dell' altro semicircolo AZF; sarà essa stessa la distanza del centro di pressione del circolo intiero presa nel diametro AF dal centro C; poichè congiunti i due centri di pressione dei semicircoli con una retta, essa segherà il diametro AF in P che sarà il centro di pressione di tutto il circolo.

Stabilito il punto A per principio dell' ascisse, pongasi $AO = x$; pel punto O condotta l' ordinata OL le si ponga l'altra BN infinitamente vicina, e dicasi $OL = y$, $OB = dx$; il raggio del circolo CA in grazia del calcolo dicasi $= 1$; sarà $OL = y = \sqrt{2x - xx}$ per proprietà del circolo; ed $ydx = dx\sqrt{2x - xx}$ sarà l' elemento OLBN del semicircolo ARF. Da' principj d' Idrostatica abbiamo che la quantità della pressione contro una superficie sia eguale al prodotto della stessa superficie moltiplicata nella distanza del suo centro di gravità dalla superficie dell'acqua; questa distanza nel caso nostro è $AO = x$; esprimeremo pertanto la pressione elemenmentare per $xdx\sqrt{2x - xx}$, la quale di nuovo moltiplicata per $AO = x$ darà il momento di questa pressione rispettivamente alla superficie del fluido eguale ad $x^2dx \times \sqrt{2x - xx} = dM$; M disegna la somma di tutti questi momenti : dunque $M = \int x^2\,dx\sqrt{2x - xx} + C$. Per liberare questa formola dal radicale pongo $\sqrt{2x - xx} = xz$, da cui ricavo $x = \dfrac{2}{zz+1}$, e $dx = -\dfrac{4zdz}{\overline{zz+1}^{\,2}}$: compite le sostituzioni si avrà $M = \int x^2dx\sqrt{2x - x^2} + C = -32\int\dfrac{zdz}{\overline{z^2+1}^{\,5}} + C$; quindi subito si comprende che l' integrazione di questa formola non oltrepassa la quadratura delle Sezioni Coniche Apolloniane .

3. Molti sono i metodi per giungere all' integrazione di questa formola ; scelgo quello delle nostre Istituzioni . Prendo la formola generale $\dfrac{z^q}{\overline{z^2+1}^{\,p}}$; la differenzio , ed ottengo

$$D\frac{z^q}{\overline{z^2+1}^{\,p}} = \frac{qz^{q-1}dz}{\overline{z^2+1}^{\,p}} - \frac{2pz^{q+1}dz}{\overline{zz+1}^{\,p+1}}$$; dunqne $$\int\frac{z^{q+1}dz}{\overline{z^2+1}^{\,p+1}} = -\frac{z^q}{2p(z^2+1)^p} + q\int\frac{z^{q-1}dz}{2p(z^2+1)^p}.$$ Per mezzo di questa equazione si giunge al desiderato integrale nella seguente maniera .

Pongasi $q + 1 = 2$, cioè $q = 1$; $p + 1 = 5$, cioè $p = 4$, avremo subito $-32\int\dfrac{z^2\,dz}{\overline{z^2+1}^{\,5}} = -32\left(\dfrac{-z}{8(z^2+1)^4} + \int\dfrac{dz}{8.(z^2+1)^4}\right)$; per deprimere $\int\dfrac{dz}{8.(z^2+1)^4}$ pongasi $q + 1 = 0$, cioè $q = -1$, $p + 1 = 4$, cioè $p = 3$; nascerà $\dfrac{1}{8}\int\dfrac{dz}{\overline{z^2+1}^{\,4}} = -\dfrac{1}{8} \times \dfrac{1}{6.z.(z^2+1)^3}$

—

$-\frac{1}{8.6}\int\frac{dz}{z.^2(z^2+1)^3}$; proseguendo quest'operazione troveremo finalmente $-32\int\frac{z^2dz}{\overline{z^2+1}^{\,5}}=32\times\left(\frac{z}{8.(z^2+1)^4}+\frac{1}{8.6.z.(z^2+1)^3}\right.$ $\frac{-1}{8.6.4.z^3.(z^2+1)^2}\ \frac{+3}{8.6.4.2.z^5.(z^2+1)}+\frac{3.5}{8.6.4.2}\left.\int\frac{dz}{z^8+z^6}\right)$. La Frazione poi $\frac{1}{z^8+z^6}$ per mezzo della divisione continua si ritrova eguale $\frac{1}{z^6}-\frac{1}{z^4}+\frac{1}{z^2}-\frac{1}{z^2+1}$; dunque $\frac{dz}{z^8+z^6}=\frac{dz}{z^6}-\frac{dz}{z^4}+\frac{dz}{z^2}\ \frac{-dz}{z^2+1}$, ed integrando $\int\frac{dz}{z^8+z^6}$ $=\frac{-1}{5.z^5}\ \frac{+1}{3.z^3}\ \frac{-1}{z}-\int\frac{dz}{z^2+1}$. Sapendosi essere questa sommatoria un arco di circolo, il cui raggio è eguale all' unità, e la cui tangente è eguale a z; dunque avremo finalmente $\mathrm{M}=32\left[\frac{z}{8.(z^2+1)^4}\ \frac{+1}{8.6.z.(z^2+1)^3}\ \frac{-1}{8.6.4z^3.(z^2+1)^2}\right.$ $+\frac{3}{8.6.4.2.z^5.(z^2+1)}+\frac{3.5}{8.6.4.2}\left(\frac{-1}{5.z^5}\ \frac{+1}{3.z^3}\ \frac{-1}{z}\right.$ $\left.\left.-\text{Arco tangen. } z+\text{Quadrante}\right)\right]$ . . . . (K)

Il quadrante è la costante, che si deve aggiungere la quale si determina facendo la sommatoria eguale al zero, quando $x=0$; sarà in questa supposizione $\sqrt{2x-xx}=\sqrt{\frac{2}{x}}=z=\infty$; dunque tutti i termini svaniscono, fuorichè l'arco, il quale avendo la tangente infinita, diventerà un quadrante del circolo, il cui raggio è $=1$, che sarà la costante da aggiungere.

Posta $x=2$ avremo il momento appartenente al semicircolo ANRF ; in questa supposizione divenendo $z=0$, tutti i teri termini della nostra sommatoria diventano infiniti, se si eccettui il primo, che ritrovasi $= 0$, e l' arco del circolo che avendo la tangente $= 0$, sarà anch' esso $= 0$; ciò non ostante se rifletteremo che questi infiniti non sono tutti dell' istess' ordine, troveremo che quelli di grado massimo sono $\frac{3}{8 \, . \, 6 \, . \, 4 \, . \, 2 \, . \, z^5}$ $\frac{-3}{8 \, . \, 6 \, . \, 4 \, . \, 2 \, . \, z^5}$; onde non curando quelli di grado inferiore, ed elidendosi i primi, troveremo il momento di tutta l' area semicircolare $ANRF = M = \frac{5\varphi}{8}$, posta la ragione del raggio alla circonferenza quella di $1 : \varphi$; onde risulta la periferìa del nostro Circolo $= 2\varphi$, e la sua quarta parte a $\frac{\varphi}{2}$, che moltiplicata nel coefficiente $\frac{5}{4}$ dà $\frac{5\varphi}{8}$.

4. Ora sappiamo dall' Idrostatica che la pressione dell' area circolare intera posta verticalmente nella supposizione in cui siamo, cioè che il punto supremo della cateratta esista nel livello, debbe farsi eguale al peso d' un cilindro, la cui base sia il circolo stesso, la sua altezza sia la distanza del centro del circolo dal livello, e la sua gravità specifica sia quella del fluido sovrastante; cioè al peso d' un cilindro acqueo, la cui base sia il circolo $AZFR$, l' altezza il raggio CA da noi posto eguale all' unità; dunque l' espressione del peso d' un tal cilindro sarà $= \varphi$, e la sua metà $= \frac{\varphi}{2}$. Per la qual cosa diviso il momento sopra ritrovato $\frac{5\varphi}{8}$ per $\frac{\varphi}{2}$, nascerà la distanza ricercata del centro di pressione dal livello eguale $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$. Esiste per tanto il centro di pressione di cui parliamo un quarto del raggio CF sotto l' orizzontale ZCR. Se si tagli adunque CF in P talmente che sia CP la sua quar-

ta parte, sarà il punto P il nostro centro di pressione di tutta la cateratta circolare ARFZA, che ha il vertice A nella superficie del fluido.

5. Comecchè le cose da noi finquì stabilite sembrino camminare a dovere, ciò non ostante non può negarsi che le quantità infinite che si frammischiano nell' espressione, non facciano giustamente nascere dei sospetti; imperciocchè distruggendosi scambievolmente i termini infiniti del grado massimo, non sembra doversi disprezzare quei di grado inferiore, che rendono incerto il metodo e di niun conto i risultati.

Per togliere di mezzo qualunque dubbio ci è convenuto pensare ad altro metodo. Determino in primo luogo il momento del semicircolo ZARC, indi quello dell' inferiore ZFRC, da' quali ricavo il momento di tutta la cateratta circolare per riguardo al livello. A questo fine pongo nella nostra formola (K) $x = AC = 1$; da ciò nasce $z = 1$ e il momento del quadrante ACR $=$

$$32\left(\frac{1}{8\cdot2^4}\frac{+1}{8\cdot6\cdot2^3}\frac{-1}{8\cdot6\cdot4\cdot2^2}\frac{+3}{8\cdot6\cdot4\cdot2\cdot2}\frac{-3\cdot5}{8\cdot6\cdot4\cdot2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{3}+1+\frac{\text{quadrante}}{2}\right)\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}-\frac{1}{24}+\frac{3}{24}-\frac{5}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{3}+1+\frac{\text{quadr.}}{2}\right)=-\frac{2}{3}+\frac{5}{8}\text{quadr.}$$

e il momento dell' intiero semicircolo superiore CZARC $= -\frac{4}{3}+\frac{5}{4}$ quadr.

6. Passiamo a determinare il momento del semicircolo inferiore CZFRC. Ad una qualunque ascissa AB' maggior del raggio AC si conduca l' ordinata B'N', e pongo FB' $= x$, B'N' $= y$, e posta FC $=$ CA $= 1$, sarà $y = \sqrt{2x - xx}$, e condotta O'L' infinitamente vicina a B'N', sarà O'B' $= dx$, e l' elemento dell' area semicircolare FRA $= y\,dx = dx\sqrt{2x - xx}$; ed essendo la distanza di questo elemento dal livello $= 2 - x$, sarà la pressione di questo elemen-

mento $\overline{2-x}\,.\,dx\sqrt{2x-xx}$, ed il suo momento per riguardo al livello $=\overline{2-x}^{\,2}\,dx\sqrt{2x-xx}=4\,dx\sqrt{2x-xx}$ $-4\,x\,dx\sqrt{2x-xx}+x^2\,dx\sqrt{2x-xx}$. Dunque il momento indefinito del semicircolo ARF $=\frac{4}{3}(2x-xx)^{\frac{3}{2}}+\int x^2\,dx\sqrt{2x-xx}$. Si ponga come dianzi $\sqrt{2x-xx}=xz$, eseguite l' istesse sostituzioni, avremo

$$\frac{4}{3}(2x-xx)^{\frac{3}{2}}+\int x^2\,dx\sqrt{2x-xx}=$$

$$32\Big[\frac{z}{8\,.\,(z^2+1)^4}\;\frac{+1}{8\,.\,6\,.\,z\,.\,(z^2+1)^3}\;\frac{-1}{8\,.\,6\,.\,4\,z^3\,(z^2+1)^2}$$

$$\frac{+3}{8\,.\,6\,.\,4\,.\,2\,z^5\,.\,(z^2+1)}\;\frac{+3\,.\,5}{8\,.\,6\,.\,4\,.\,2}\Big(\frac{-1}{5\,.\,z^5}\;\frac{+1}{3\,.\,z^3}\;\frac{-1}{z}-$$

$\int\frac{dz}{z^2+1}+\text{C}\Big)\Big]+\frac{4}{3}(2x-xx)^{\frac{3}{2}}$. Posta $x=0$, e perciò $z=\infty$, svanisce la quantità algebraica, siccome svaniscono tutti i termini espressi per z rimanendo soltanto $-\int\frac{dz}{z^2+1}+\text{C}=0$, e perciò $\text{C}=\int\frac{dz}{z^2+1}=$ quadrante, poichè sappiamo che l' arco di circolo la cui tangente è infinita, eguaglia il quadrante, dunque il momento indeterminato del nostro semicircolo è $32\Big[\frac{z}{8\,.\,(z^2+1)^4}$

$$+\frac{1}{8\,.\,6\,.\,z\,.\,(z^2+1)^3}-\frac{1}{8.6.4.z^3.(z^2+1)^2}+\frac{3}{8.6.4.2.z^5.(z^2+1)}$$

$$+\frac{3\,.\,5}{8\,.\,6\,.\,4\,.\,2}\Big(\frac{-1}{5\,.\,z^5}-\frac{+1}{3\,.\,z^3}\;\frac{-1}{z}--\int\frac{dz}{1+z^2}$$

$+$ quadrante $\Big)\Big]+\frac{4}{3}\,\overline{(2x-xx)}^{\frac{3}{2}}$. Sia $x=1=\text{FC}$, sarà $z=1$. La quantità poi algebraica data per $x=\frac{4}{3}$, e la quantità algebraica data per $z = -\frac{2}{3}$, e la quantità trascendente $= \frac{5}{8}$ quadrante. Dunque il momento dell' intero semicircolo CZFRC $= \frac{4}{3} + \frac{5}{4}$ quadrante: ma abbiamo dianzi trovato il momento del semicircolo superiore eguale $-\frac{4}{3} + \frac{5}{4}$ quadrante; dunque il momento di tutto il circolo AZFRA sarà eguale a $\frac{5}{2}$ quadrante; se adunque pongasi la ragione del diametro alla periferia $1 : \varphi$; sarà la periferia del circolo AZFRA $= 2\varphi$ ed il suo quadrante a $\frac{\varphi}{2}$; dunque il sopraindicato momento sarà espresso per $\frac{5\varphi}{4}$, e se dividasi questa espressione $\frac{5\varphi}{4}$ per la somma della pressione che soffre la cateratta nostra circolare, la cui espressione da noi fu dianzi ritrovata eguale a φ; resterà determinata la distanza del centro di pressione della nostra cateratta circolare AZFRA dal livello, che passa per A $= \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$; come appunto da noi si determinò con altro metodo involuto da quantità infinite.

E perchè questi due metodi non debbono essere in contradizione; la quale si toglie, se dicasi distruggersi tra loro tutti i termini infiniti, quindi ricavasi che $\frac{3}{z^3} = \frac{3}{0^3}$ debba eguagliare l' infinito espresso per l' arco Tangente $z =$ Arco T. zero, e perciò l' arco di tangente zero in questo caso eguaglia infinite periferie prese infinite d' infinite volte.

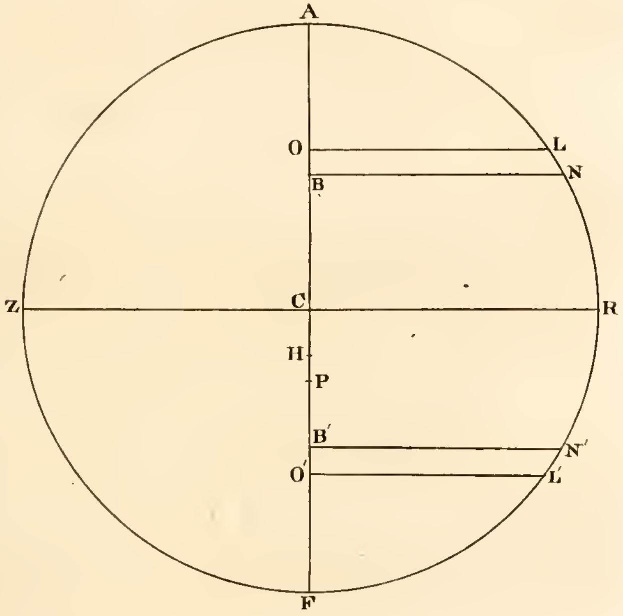
Non è adunque un' idea stravagante e puramente arbitraria de' Geometri, che alle linee trigonometriche appartenga una serie infinita d' infiniti archi, come dimostra il presente caso.

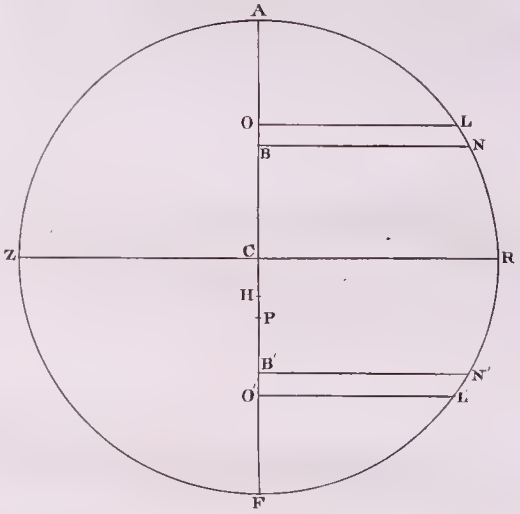
7.

7. Passiamo a determinare il centro di pressione nelle cateratte circolari, quando il supremo punto A delle medesime è depresso sotto il livello del fluido. Fingo in primo luogo che la nostra cateratta AZFRA sostenga soltanto la pressione che soffre dal fluido esistente superiormente al livello condotto pel vertice A; in questa supposizione tutti i punti della medesima saranno egualmente premuti in ragione dell' altezza del fluido sopra l' anzidetto livello; quindi il centro di pressione cade appunto nel centro del circolo; la quantità poi della pressione eguaglia il peso d' un cilindro acqueo, la cui base sia la cateratta stessa, e l' altezza sia appunto quella dianzi detta. Per determinare adunque il centro di pressione concepisco la cateratta premuta da due forze, una applicata nel centro la cui espressione è $= a\varphi$, essendo da noi già stata espressa l' area della cateratta per φ, e potendosi esprimere l' altezza del fluido sopra il dianzidetto livello $= a$, l' altra applicata in P distante dal centro per CP quarta parte del raggio LF, la cui misura è stata da noi già determinata ed espressa colla φ. Adunque la forza nel centro C alla forza nel punto P $= a\varphi : \varphi, = a : 1$. Trovisi dunque il centro di queste due forze, cioè dividendo la distanza CP in ragione reciproca di $a : 1$; cioè facendo come la forza in C alla forza in P così PH : CH, e il punto H di divisione sarà il centro di pressione di tutta la cateratta, come raccogliesi dalla statica. Se sia $a = 1$, cioè se l' acqua s' innalzi sopra l' indicato livello, quanto è il diametro della cateratta; il centro di pressione resterà inferiore al centro del circolo d' un' ottava parte del raggio; a proporzione che s' innalza il fluido sopra la cateratta, e cresce per conseguenza l' espressione a; tanto più s' accosta il centro H di pressione al centro del circolo, in maniera che essendo il diametro della cateratta picciolo in confronto dell' altezza del fluido; allora il centro di pressione si può considerare, senza pericolo di errore sensibile, come fosse nel centro C della stessa cateratta.

8. Ciò che abbiamo stabilito della cateratta circolare si applica facilmente alle cateratte di figura ellittica, avvegnachè il momento di ciascuna porzione infinitesima dell' ellisse verrà espressa per $n x^2 dx \sqrt{2x - xx}$, quando esso si riferisca al livello che passa per l' estremità superiore della cateratta ellittica; perchè il rettangolo FO $\times$ OA $= 2x - xx$ stà al quadrato OL $= y^2$, come $1 : n^2$ nell' ellisse, cioè ponendo il semiasse maggiore $= 1$ ed il minore $= n$, quindi sarà $y = n \sqrt{2x - xx}$; e l' elemento dell' ellisse $= ydx = n dx \sqrt{2x - xx}$, e la pressione che soffre, quando il livello passa per l'estremità A della cateratta $= nxdx \sqrt{2x - xx}$, ed il suo momento per riguardo al livello $= nx^2 dx \sqrt{2x - xx}$; onde la pressione finita e indeterminata della semiellisse $= n\int xdx \sqrt{2x - xx}$, e il suo momento finito indeterminato $= n\int x^2 dx \sqrt{2x - xx}$. Divisa adunque la somma de' momenti per la somma delle pressioni onde determinare il centro di queste nella cateratta ellittica, risulta la formola istessa, che abbiamo ottenuta volendo ritrovare il centro di pressione della cateratta circolare.

9. Per dire alcuna cosa ancora delle cateratte iperboliche, osserviamo in primo luogo essere l' equazione dell' Iperbola $y = n \sqrt{2x + xx}$, prese le ascisse x nell' asse trasverso ed il loro principio nel vertice A, e chiamata y l'ordinata, e posto il semiasse trasverso $= 1$ ed il conjugato $= n$. Dunque la quantità della pressione, se l'acqua arrivi soltanto al vertice A, sarà $n\int x dx \sqrt{2x + xx}$, e il suo momento rispettivamente a questo livello sarà $n\int x^2 dx \sqrt{2x + x^2}$; dunque la distanza della pressione dal vertice sarà $\frac{\int x^2 dx \sqrt{2x + xx}}{\int x dx \sqrt{2x + xx}}$; posta $\sqrt{2x + xx} = xz$ e sostituita la z invece della x, ed eseguito il alcolo come nelle cateratte circolari, si ritrova la quanti-


A
O
L
N
B
Z
C
R
H
P
B′
N′
O′
L′
F


A
O
L
N
B
Z
C
R
H
P
B'
N'
O'
L'
F

tità della pressione rappresentata per 16 $\left(\frac{z}{6.(z^2-1)^3}+\frac{z^{-1}}{6.4.(z^2-1)^2}-\frac{z^{-3}}{6.4.2.(z^2-1)}\right)\frac{+1}{3z^3}+\frac{1}{z}+\frac{1}{2}\left(\frac{\overline{z-1}^{\,-2}}{z^2-1}\right.$, ed il suo momento $= 32\left(\frac{z}{8.(z^2-1)^4}+\frac{z^{-1}}{8.6.(z^2-1)^3}-\frac{z^{-3}}{8.6.4.(z^2-1)^2}+\frac{3z^{-5}}{8.6.4.2(z^2-1)}\right)+\frac{1}{4z^5}+\frac{5}{3.4.z^3}+\frac{5}{4.z}+\frac{5}{8}\left(\frac{\overline{z^2-1}^{\,2}}{z^2-1}\right.$. Posta $x=2$, sarà $z^2=2$, $z=\sqrt{2}$, fatte le debite sostituzioni si ritrova il nostro momento $= 6, 261$, e la quantità della pressione eguale $4, 145$; dunque il centro di pressione della cateratta Iperbolica nelle supposizioni in cui siamo è distante dal vertice, $1, 49$, cioè $\frac{3}{2}$ in circa; ciò è quanto mi occorreva dire di queste cateratte.

SOPRA UNA STRAORDINARIA AFFEZIONE VERMINOSA

MEMORIA

Di Giambatista Dall' Olio.

Presentata da POMPILIO POZZETTI

Il dì 24 Novembre 1803.

.... *Forsan et haec olim meminisse juvabit.*
Virg. Eneide Lib. I. v. 203.

Un'affezione verminosa, delle più stravaganti e straordinarie, di cui la storia medica ha certamente pochi esempi, mi trasse, son pochi mesi, sull' orlo del sepolcro. Le circostanze che hanno accompagnata questa mia malattia, e il modo con cui me ne sono liberato, meritano che se ne faccia una storia precisa e ragionata, onde possa da essa prender norma per la guarigione chi si trovasse nel medesimo caso.

Sul fine di Ottobre 1802 sentii declinare la mia salute. Andavo perdendo di giorno in giorno l' appetito: il sonno fattosi interrotto non mi eccitava più quella dolce sensazione che cotanto conforta: parevami che il capo mi ondeggiasse talvolta; o (come parmi che dicasi) fossi soggetto a vertigini: uno scemamento straordinario di forze m' impediva di reggermi bene sulla vita: ecco i sintomi preliminari della mia malattia. Una mattina trovandomi a sedere presso il fuoco, appoggiato col gomito sinistro sopra una tavola, e tenendo colla mano destra un libro che leggevo, sentii mancarmi in gran parte le forze, per cui il libro cadde in terra. Sul timore d' un deliquio ſeci lo sforzo d' alzarmi per andare a tirare il cordone d' un campanello, che trovasi vicino al letto esistente in un' *alcova* situata nella stessa camera dov' ero, affinchè a quel suono accorresse alcuno della famiglia a prestarmi ajuto . Arrivato quasi al punto di afferrar il cordone perdetti affatto le forze, caddi in terra , e rimasi senza sentimento. Stetti in quella situazione lo spazio forse di venti minuti , finchè la Serva , la quale era solita di venire, di tratto in tratto ad accomodarmi il fuoco , entrò in camera , nè vedendomi seduto nel solito luogo , girò l'occhio, e mi vide disteso in terra . Messasi a gridare , tutti quelli di casa accorsero , m' alzarono di terra , mi collocarono nel letto , e tentarono a spruzzi d' acqua fresca sul viso , e con pezze bagnate d' aceto ben forte sotto il naso , di richiamarmi in vita , e ci riuscirono . Si credette sulle prime che un colpo d' apoplesia m' avesse disteso in terra , e minacciasse il fine de'miei giorni : e che perciò convenisse chiamare senza ritardo. un Medico . Io vi fui contrario , perchè credevo che un piccolo deliquio non portasse a nessuna funesta conseguenza. Questa mia dichiarazione per altro non acquietò i concepiti timori , e perciò si mandò , senza mia saputa , a chiamar il Medico , ingiungendogli di dire che passato esso per accidente davanti alla mia casa , e veduto un Inquilino , era stato chiamato di sopra . Egli venne , e m' ordinò , non mi ricordo bene quale , un medicamento che mi corroborasse . Si pensò dapprima che il male fosse da nulla ; ma in seguito si vide che andava a farsi serio . Non solo mi sopravvenne una , per altro tenue , alterazione di polso ; ma , quel ch' è peggio , vi si aggiunse un rodimento assai grave nel basso ventre , ed una molestissima oppressione allo stomaco , la quale si aumentò in breve a segno che non potevo stare in letto giacente , ma mi conveniva passar la notte a sedere in una poltrona . Il Medico sulle prime mi curò con pillole , delle quali non mi feci premura di sapere gli ingredienti ; poi passò alla China . Credo ch' egli si determinasse a ciò , non perch' io fossi preso da una febbre intermittente , ma perchè la China fortifica lo stomaco , ristabilisce l' appetito , e ajuta la digestione: effetti tutti di cui abbisognava il mio individuo per esser rimesso in salute. L' oppressione allo stomaco dopo nove o dieci giorni cessò; e alla metà circa di Novembre stavo sufficientemente bene, e mi credevo non dover più avere bisogno del Medico, ma m' ingannai.

Quello non fu che il primo periodo della mia malattia, la quale non si era manifestata per quella che era, cioè per un' affezione verminosa. I sintomi ch' essa aveva in me eccitato erano comuni ad altre malattie, nè alcuno d' essi era sì marcato nè sì decisivo che potesse far dubitare che un uomo di sessantatre anni potesse esser affetto di vermi. Come dunque guarii? La China, oltre le descritte virtù, ha quella ancora d' uccidere i vermi del corpo umano: il nostro Ramazzini lo disse già in due luoghi delle sue opere. Guarii per altro in apparenza non in sostanza: i vermi furono dalla China, non uccisi, ma mortificati, o forse per parlare con più verità, una piccola parte di essi se ne andò morta dal mio corpo per secesso, ma la massima parte di loro restò oppressa in maniera che se non ero in uno stato di perfetta salute, mi sentivo però passabilmente tranquillo.

Ma questa tranquillità cessò nell' ultimo giorno di Dicembre. A un' ora circa di notte fui sorpreso da un acutissimo dolore nell' addome, precisamente nella regione ombilicale. Avevo mezz' ora prima bevuto in una bottega il caffè con un Amico, il quale di poi accompagnatomi a casa vi si trattenne per farmi compagnia in prima sera, com' era solito. Il dolore era così intenso che avrei facilmente temuto che mi fosse stato dato il veleno, se non avessi osservato che l' Amico, il quale in mia compagnia aveva bevuto dello stesso caffè, non provava nessun male. Dubitai che al caffè fosse stata unita una qualche sostanza (per esempio del maron d' India) la quale fosse nociva a me non all' Amico, giacchè lo stomaco e il ventricolo non sono in ogni uomo nella medesima costituzione, oppur anche giacchè le accidentali temporarie variazioni di quei due visceri possono in due di-

diversi individui renderli suscettibili di affezioni diverse . Mandai sul momento a chiamare il Medico, il quale mi ordinò alcune pillole , non so bene di quali anodini composte. Nel tempo medesimo mi rivolsi al partito di farmi de' fomenti al basso ventre applicandogli replicatamente pannilini ben caldi : e , fossero i fomenti , fossero le pillole , o fossero entrambi , mi sentii alquanto sollevato . Passai due giorni in questa dolorosa situazione, quando la buona sorte volle ch'io avessi per bocca nove o dieci vermi . In tal maniera la malattia si levò la maschera , e mi si mostrò in tutta la sua orridezza .

Mi convenne armarmi di pazienza, e assoggettarmi ai voleri tutti del Medico , onde far la guerra ad ospiti sì molesti. Vi si diede principio colla polvere fiorentina antelmintica , e non operando questa nulla o quasi nulla , sebbene in dose caricata , fu d' uopo tentar altri rimedii . Il Medico Fantini , che quì nomino coi sentimenti più sinceri di eterna gratitudine , non risparmiò nè fatica nelle assidue visite in una stagione assai cattiva, nè studio nelle metodiche ordinazioni combinate colle diverse giornaliere risultanze , nè attenzione vigile alle diverse fasi della mia infermità , onde dedurne quelle conseguenze le quali dovessero guidarlo nella ricerca de' convenienti rimedii . Decozioni , pillole , cristerii , fomenti, clisiri, estratti , tutto fu posto in opera . Or pareva ch'io fossi in porto, or mi trovavo in alto mare, or una placida calma mi lusingava , or una furiosa tempesta era sul punto di farmi naufragare. I vermi intanto or quieti or furibondi non volevano cedere alla violenza de' rimedii : alcuni pochi però se n' erano andati per secesso , come altri pochi pure per gola ; ma io ero straziato barbaramente , e i dolori infernali che provavo dovevano esser ben diversi da quelli che i vermi facevano sentire a Giobbe , il quale si limitò a chiamarli sua sorella , dovecchè io li chiamava mio carnefice . Fu forza perciò ricorrere anche agli emetici , ma questi pure operavano poco . Fortunatamente però ardevo di continuo d' eccessiva sete: e poichè avevo letto in Redi che il vino, e le cose dolci erano per i vermi un tormento, mi provvidi di vino bianco dolcissimo, e ne bevevo in abbondanza. Trovai in ciò notabil vantaggio, poichè incominciai a vomitar vermi in maggior quantità insieme col vino, e mi fu così propizia la sorte che quattrocento cinquanta circa ne uscirono di mia bocca nel corso di circa due settimane; ed un giorno in particolare avendone avuta un' abbondantissima vomitazione, mi prese volontà di numerarli, e li trovai settantuno. Il fatto sembra incredibile, ma non è men vero per ciò: e molti testimonii potrei addurre se occorressero per farmi acquistar fede. L' ordinaria loro lunghezza era d' un sommesso circa: ve n' eran però anche de' piccolini non menocchè de' più lunghi: e di questi ne conservo uno in acqua arzente ch' è di ence sette e mezzo del braccio da legno modanese, il quale fa spavento, massimamente se si considera ch' esso era il chiliarca d' una legione di vermi accampata nel mio stomaco. Tutti erano di quella spezie di vermi o lombrichi che dagli Autori di Medicina si chiamano *teretes*, o rotondi, e nessuno delle due razze nominate *Ascarides*, e *Lumbrici lati*, e neppure della quarta maniera che son detti *Cucurbitini*. Chi desiderasse vederne la figura, la troverà nella tavola decima dell' opera del Redi intitolata *Osservazioni del Signor Francesco Redi intorno agli Animali Viventi, che si trovano negli Animali Viventi*.

Dopo un vomitamento sì insigne avrei dovuto restar libero dal mio incomodo; ma ciò non avvenne. Erano diradati i tormini, ma non cessati. Invano invocavo il sonno onde mi portasse il suo balsamo ristoratore, e seppure costretto da un qualche narcotico veniva talvolta sopra i miei occhi, la sua venuta forzata mi era poco giovevole. L' appetito anch' esso era perduto affatto, e riuscivano perciò vane tutte le arti più ricercate per far che i cibi mi gradissero, mentre le papille palatine erano di troppo viziate. Il Medico intanto non cessava di metter alla pruova rimedii. Si tentò tò anche l' uso del mercurio avviluppato in una conserva; ma convenne abbandonarlo presto, perchè mi gonfiava con dolor assai acre le gengive. Per un eccesso poi di gentilezza, che mi starà eterna in mente, il Generale di Brigata Ottavy quì stazionato mi fu cortese di corallina (zoofito marino) la cui decozione sulle prime mi si mostrò apportatrice di notabile vantaggio; ma questa dopo alquanti giorni si ridusse quasi al niente. Si pronosticò quindi che la mia malattia fosse senza rimedio, e che di affezion verminosa si fosse cangiata in consunzione.

Arrivato a questo fatal punto mi scossi come da un profondo letargo, e dissi meco stesso: E dovrò dunque morire di vermi dopocchè mille Autori hanno insegnato mille maniere d' ucciderli e cacciarli dal corpo umano? . . . . . . Capivo troppo bene che questi si erano addimesticati coi rimedii ordinarii, i quali perciò riuscivano inoperosi: o, per meglio dire, capivo che i rimedii ordinarii, prima d'arrivare nel luogo dove stazionano i vermi, perdono la loro forza. Dalla bocca passando nello stomaco i rimedii, restano sciolti coll' azione del succo gastrico, e in tale stato di soluzione discendono negl' intestini ordinaria stanza de' vermi. Chi sa dirmi se una tal soluzione non toglie, o almeno non mortifica, la virtù de' rimedii? Fui dal raziocinio convinto che mi conveniva implorare la forza da un rimedio straordinario e violento; ma, e da dove prenderlo? *Ingenium saepe mala movent*, disse Ovidio. Sì: le disgrazie aguzzano spesse volte l' intelletto, ed io n' ebbi in me una novella pruova.

Teofrasto, Dioscoride, e Plinio (così meditavo) ci mostrano varie piante nemiche dei vermi del corpo umano. Mattioli in comentando Dioscoride ne indica alcun' altra, e i Botanici numerosi che gli son venuti dietro sempreppiù ne hanno ampliato il catalogo. Cento Scrittori di Materia Medica han trovata tanta ricchezza antelmintica nel regno vegetabile che sembra che non si possa più morire d' affezione verminosa. Assenzo, isopo, menta, blattaria, lupolo, sabina, scordio, blondella, tanaceto, santolina, ed altre molte mi vennero in mente, ma non le credetti bastantemente efficaci. Da taluno vien proposto il decotto di cavolo di lupo (*helleborus foetidus*); ma l'insigne botanico fiorentino Targioni-Tozzetti ci avvisa non esser prudenza l'adoprarlo internamente, non mancando esempi dei fatali effetti che ha prodotto. Mi vennero in pensiero le pillole di Pontano composte di grani 15 di mercurio dolce, di 5 di scamonea, e di due o tre volte altrettanto zucchero; ma le ricusai sul riflesso che il mercurio mi aveva poche settimane avanti prodotto effetti assai cattivi, e che potevo temerne anche de' peggiori dalla scamonea gomma resina di odore fetido, e di sapore bruciante e nauseoso, la quale in oltre era da me con fondamento ritenuta purgante drastica. Questo pensiero m'atterrì, perchè mi fece risovvenire che otto anni addietro un purgante, il quale dall' insistenza d' un Medico fui costretto contro il mio volere a prendere, mi cacciò quasi dal mondo. Sapevo pure che dall' Anonimo Scrittore del *Compendio della Storia Geografica, Naturale, e Civile del Regno del Chile* è annotato essersi scoperto in Bologna nel 1776 che la decozione delle foglie del *culen* (*psoralea*) uccide ed espelle i vermi del corpo umano: e sapevo ancora che la medesima cosa viene asserita pure da Molina nel suo *Saggio sulla Storia Naturale del Chili*, il quale aggiunge che ciò è stato parimenti sperimentato da varie persone in Imola, e in altre Città. Ma sebbene io potessi sul momento farne la pruova, perchè fra varie piante salutari vive, che mi trovo avere nel mio suburbano casinetto, vi è il *culen*, tuttavolta perchè m'è noto che gli Americani se ne servono di continuo ad uso di te, non mi vi appigliai, credendolo rimedio non bastantemente efficace per il mio bisogno. Mi sovvenne eziandio che una cameriera di Vallisnieri si liberò dai vermi con olio di sasso, olio che fu posto all' onor medico da un Giureconsulto sin nel 1460, e i cui fonti furon già osservati con occhio filosofico primieramente dal Ramazzini nel 1698 , indi dal Vallisnieri nel 1711 , e finalmente dallo Spallanzani non so bene in qual anno. Ma il mio stomaco abborrisce gli olii con una ripugnanza insuperabile . S' io potessi affrontarli , mi sarei appigliato sicuramente (e credo ben ancora che con buon successo) a quello di ricino detto altrimenti olio di palma Christi , e dagl' Inglesi olio di castoro , tante sono le lodi e le maraviglie che ne dice il Mazzi . Avevo per buona sorte in mio potere una non indifferente quantità di semi di esso, dai quali potevo estrar l' olio in abbondanza , e così averlo recente. Cici o croton (Κὶκι , Κρότων) lo chiamarono i greci , ricino i romani : altri *fagiuolo romano* , *fico d' inferno* , *mirasole*, *palma Christi*, *catapuzia maggiore*. Targioni-Tozzetti dice che quest' olio è tornato in moda nella medicina , riproposto come cosa nuova in luogo di quello di mandorle dolci per le coliche, e che più che altro è antelmintico. Lo stesso Botanico poi insegna il modo d' estrarlo secondochè si pratica al Capo di Buonasperanza; ma prima di lui l' aveva insegnato Monardes, soggiungendo che l' olio cavato in tal guisa è migliore di quello lavorato per espressione : Dioscoride anch' esso aveva insegnato molti secoli avanti come un tal olio si facesse in Grecia, e come in Egitto : onde con tanti ammaestramenti , e con de' buoni semi che avevo, m' era facile riuscir nell' impresa , se il mio temperamento mi avesse permesso il far uso di un olio .

Finalmente nel giorno 28 Aprile prossimo passato la buona sorte portò ch' io consultassi Monardes. *Benedetto sia il giorno , il mese , e l' anno* in cui presi in mano il suo trattato *delle cose che vengono portate dall' Indie Occidentali , pertinenti all' uso della Medicina*. Vi trovai che l' erba tabacco *ne' vermi del corpo di tutte le generazioni che sieno , o tondi o larghi , ha virtù d' ucciderli , e cacciarli fuori meravigliosamente , facendone decozione dell' erba , e poi siropo con zucchero , dato in molto poca quantità*. Dissi allora : Questo è il mio rimedio . Stavo meditando sopra questa scoperta , e già mi sentivo confortare da una lusinghiera speranza di guarigione allorchè venne appunto il Medico a visitarmi. Gli mostrai subito Monardes, ed egli senza esitar un momento mi disse che sarebbe andato immediatamente alla spezieria per farne l' ordinazione.

Partito il Medico mi posi a scorrere varii Autori sulle qualità di quest' erba, giacchè me ne aveva fuor di misura invogliato Monardes con un elogio senza fine. Mi sovvenne che avevo veduto molti anni sono un' operetta di Stefano Gohory sopra quest' erba, e fui curioso di vederla nuovamente. La scorsi perciò con occhio rapidissimo, e sebbene fra le molte virtù ch' egli le attribuisce non vi si vegga inserita quella di uccider i vermi, tuttavolta ritenni che fosse a ciò valevole sul fondamento dell' esistenza in lei d' altre virtù che hanno analogia con l' antelmintica. Per semplice erudizione notai che Gohory asserisce essere stata quest' erba portata in Portogallo dalla Florida nell' America Settentrionale, e di là inviata in Francia alla Regina Caterina de' Medici madre del Re dal Signor Nicot ch' era colà suo Ambasciatore: e che egli cercò di farle cangiare il nome originario di *petum* in quello di *caterinaria* o di *medicea*. Monardes però dice che fu portata dall' America meridionale in Spagna dagli spagnuoli, e che il suo nome proprio tra gl' indiani è *picyelt*, essendo posticcio quello di *tabacco* datole dagli spagnuoli in grazia che nell' isola *Tabago* se ne trova in grandissima quantità. Può esser vera l' una e l' altra cosa, cioè che dalla Florida sia stata portata in Portogallo la pianta *petum*, e dall' isola Tabago la pianta *picyelt*, e che sì questa che quella sieno la stessa pianta distinta in due specie, giacchè è sicuro che vi sono più specie di *nicoziane*, avendone già io sette, e sapendo di certo che ve n' è alcun' altra. Quale di tante specie sia precisamente quella che oggigiorno i francesi chiamano *nicotiene* o anche *herbe à la reine*, si può rilevare dalla descrizione che ne fa Gohory, la quale è molto esatta, come è assai imperfetta quella di Mo-

Monardes . L' uno e l' altro autore ce ne dà la figura , anzi Gohory ce ne dà due , cioè quella del *petum maschio* , e l' altra del *petum femmina* , le quali due specie *maschio* e *femmina* sono state di poi dai successivi botanici distinte coi nomi di *maggiore* e *minore*. Altri ne parlano diversamente , come si può vedere in una lunga dissertazione di Dalla Fabra , il quale sfiorando quanto si trova in molti scrittori che prima di lui hanno parlato della *nicoziana*, ossia erba *tabacco* , dice cento cose , le quali sempreppiù mi confermarono nella lusinga che l' uso di questa pianta avesse da ridonarmi la salute . Bomare anch' esso ne parla assai vantaggiosamente: e rimarcai con sommo piacere ch' esso racconta che Giovanni Bauhin vanta la *nicoziana* per distruggere come per incanto tutti i vermi , che tormentano gli uomini e gli animali . (Il fatto però è che Giovanni Bauhin non dice ciò : bensì parlando della *nicotiana major*, *sive tabacum majus* altro non dice se non che *confert* . . . . . *plurimum* . . . . . *ad* . . . . . *ventris tineas* , e parlando della *priapeia* , *quibusdam nicotiana minor* asserisce che uccide principalmente le pulci , e propone che se ne faccia la pruova ne' cani fregando loro la cute con le foglie o col succo della medesima , chè si vedranno le pulci poste in fuga cadere *tanquam incantamento*) .

Venne il Medico a visitarmi nel seguente giorno , ed avendogli io di nuovo raccomandato che mi procurasse il siropo di nicoziana , mi rispose che lo Speziale vi stava lavorando , e che si lusingava che sarebbe in pronto nel susseguente giorno (30 Aprile) , e in fatti così fu, come mi diede avviso in occasione della solita visita giornaliera . Lo mandai a prendere immediatamente , e alla di lui presenza incominciai a farne uso . Mi prescrisse la dose di tre mezzi cucchiai da tavola il giorno , cioè un mezzo la mattina , altro mezzo prima del pranzo , e il terzo prima della cena , mezz' ora sempre avanti del cibo . L' effetto fu prodigioso : dopo il giro di sole cinque o sei ore incominciò a farsi in me un cambiamento totale di situazione. Mi venne l'appetito: il vino, e il caffè che mi erano divenuti odiosi, tornarono a piacermi: ogni cibo riuscì gustoso al mio palato: e il sonno più non mi abbandonò. Sarà sempre per me memorabile il giorno primo di Maggio scorso, mentre avendo dovuto trasferirmi in campagna per un mio premuroso affare, e fermarmi a pranzo presso un Amico, lo feci sorprendere di maraviglia in vedendo un uomo, colla faccia più di cadavere che di vivente, mangiare da intemperante, tant'era l'appetito svegliatomi dal siropo di nicoziana, sebbene a quell'epoca non ne avessi preso che tre mezzi cucchiai.

Proseguii a farne uso per il corso di due settimane circa ad effetto di sempreppiù munirmi contro un nuovo attacco che mi fosse fatto dai vermi, giacchè sicuramente non n'ero restato senza; ma fui sforzato a tralasciarlo, perchè sentivo che mi offendeva con assoggettarmi a de' giramenti di capo: e d'altronde questi ospiti residui s'erano pacificati, e vivevano dentro di me senza darmi noja, per il che potevo anch'io passare, dirò così, ad un armistizio con essi. Sono del sentimento di chi crede che i vermi sieno stati da Dio creati dentro di noi per qualche fine giovevole, e che non ci rechino nocumento se non quando sono molestati, (per esempio allorchè nel nostro ventre si trova un sugo mal digerito, per cui colle contorsioni ci cagionano aspri dolori, o col tentar la fuga urtano crudamente nelle pareti degl'intestini): o quando i medesimi si sono moltiplicati di troppo. Tutti i Fisici conoscono il gran giovamento che producono nell'aria i venti, eppure anch'essi si convertono in un flagello qualora sono o troppo violenti o troppo diuturni. In me succedette precisamente questo sconcerto: e credo di non appormi male se ritengo che la loro troppa moltiplicazione fu la cagione della mia malattia: e parmi pur anche d'averne scoperto il fondamento. In Luglio, in Agosto, e in Settembre del 1802 essendomi trovato in necessità di star la mattina lunghissimo tempo al tavolino, e di pranzare conseguentemente ad un' ora tardissima, ero sforzato a far colazione due volte, la prima col caffè, e la seconda con tre uova di gallina fritti. L' uso continuato di tre uova giornaliere mangiate in tre mesi partitamente, cioè collo stomaco non ingombro da altro cibo antecedente, nè sopraccaricato con susseguente, avrà dato un pascolo delizioso ai miei vermi per cui si saranno trovati in circostanza di straordinaria fecondazione. Già mi sembrò avvedermi che tante uova mi nocevano, e perciò sul principio d' Ottobre sostituii loro la zuppa con brodo di carne; ma il male era fatto, e scoppiò sul finir di quel mese, come ho già detto.

Sono persuaso che ogni Speziale sia atto a fare un siropo di nicoziana: tuttavolta a scansó di equivochi, e a togliere le difficoltà che potessero nascere nella manipolazione del medesimo, soggiungerò che si presero tre once di tabacco fermentato, come si vende nelle botteghe ad uso di *pippa*, e se ne fece decozione in acqua di fonte al peso di tre libbre. L' azione del fuoco si fece durare un' ora circa, aggiungendovi però qualche poco d' acqua affinchè la decozione ben saturata restasse del peso di circa due libbre. Indi si colò, e ridotta di nuovo la decozione a bollitura vi si gettò un' oncia e mezzo di foglie di sena, le quali vi si lasciarono infuse per ore ventiquattro. (Si fece ciò affinchè il tabacco avesse nella sena un veicolo per discendere più facilmente nel basso ventre). Indi, con una libbra di zuccaro depurato col bianco d' un uovo, la decozione fu ridotta alla consistenza di siropo.

Mi vidi dunque quasi rinato a nuova vita; ma nel tempo medesimo conobbi troppo bene che dovevo riguardar me stesso come valetudinario, e conseguentemente inabilitato a lavori di lunga e molto seria fatica. Guidato da questa riflessione, che incontrò ancora l' approvazione del Medico, mi determinai di rimettere al Vice Presidente della nostra Repubblica la carica di uno de' Commissarii della Contabilità

Nazionale a cui ero stato nominato sin nell' antecedente Maggio. L' onore di coprire una carica sì luminosa non lusingò la mia vanità a segno che sebbene, per aver occupata presso il passato Governo quella di Capo della sua Contabilità, mi credessi fornito di bastanti lumi per servire plausibilmente la Patria, volessi poi tradirla con prestarle una servitù debole e vacillante, quando altri, sostituito in mia vece, potesse prestargliela costante e vigorosa.

Mi trovo presentemente (in Novembre 1803) in un plausibile stato di salute; ma non dimentico che ho dentro di me il germe o il seme d' una malattia. Debbo dunque e tentare di evitarla, e star armato di rimedii qualora non potessi impedirne il ritorno. In quanto al primo punto, siccome veggo che il culèn, avendo a un di presso lo stesso gusto e la stessa fragranza del tè chinese, si pratica dagl' indiani comunemente in bevanda teiforme deliziosa, penso di farne uso giornaliero in prima sera, non solamente perchè è pianta stomatica, che facilita la digestione, che sgrava lo stomaco, e che libera dalle ostruzioni, ma ancora principalmente perchè è pianta antelmintica. Se ne distinguono due specie, cioè il *verde* e il *giallo*. Il verde (*psoralea glandulosa fol. ternatis, foliol. ovato-lanceolatis, spic. pedunculatis*) è più comune, trasportato dai Gesuiti nel 1776 in Italia, ove alligna ottimamente, ed io ne ho alcune piante bellissime. Le sue foglie, di cui si spoglia nell' inverno, sono di un verde lucido, di un odore aromatico, e attaccate a tre a tre ad un solo gambetto. Dalle ascelle di queste foglie nascono i fiori in forma di spiga, che sono turchiniccie, ai quali succedono i frutti o semi rassomiglianti a un piccolo fagiuolo. Il culèn giallo (*psoralea lutea fol. ternatis fasciculatis, foliol. ovato-rugosis, spic. pedunculatis*) non differenziasi dal precedente che nel colore, e nella sottigliezza delle sue foglie, le quali sono gialligne, e talmente crespe che avviluppandosi in tutti i versi formano nella cima del loro fusto una sorte di globo pesante che fa ricurvare i rami.

In quanto poi allo stare armato di rimedii per ribattere un nuovo attacco che mi fosse fatto dai vermi, tengo in pronto delle foglie d'ogni specie di nicoziana e verdi e secche per far uso di quelle che dietro un esame, a cui ho già dato principio, troverò esser più operative. La Chimica (sia detto con tutto il rispetto che si deve a Chaptal, a Berthollet, e a tant'altri valentissimi Chimici) la Chimica, per quanto riguarda la decomposizione e l'analisi de' corpi, ha fatto de' progressi prodigiosi da vent'anni circa a questa parte, ma per quello che spetta alla cognizione delle virtù delle piante ha poco progredito al di sopra di quel grado in cui si trovava ai tempi del Tournefort. Le nuove proprietà scoperte in alcune son dovute alle ricerche fatte dai Botanici nelle campagne, e dai Fisici negli sperimenti o alle notizie dateci dai forestieri, ma non già alle fatiche de' Chimici. Gli antichi, per iscoprire le virtù delle piante, ricorrevano ai temperamenti e alle qualità delle medesime, cioè al caldo e al secco, al freddo e all'umido, nel primo, secondo, terzo, e quarto grado. Ma poichè il gusto è diverso nelle persone, ne risulta che i temperamenti e le qualità delle piante non possono essere caratterizzate in una maniera uniforme. Con ragione adunque, dopo uno studio più regolare delle scienze naturali, fu abbandonata una tal maniera di conghietturare la virtù delle piante. Il Lemery è stato uno de' primi a darcene l'esempio: nell'insegnarci la maniera di conservare lungamente la sanità, ha deviato affatto dal metodo del Pisanelli e del Durante, i quali fecero un uso immoderato, e direi quasi enimmatico, del caldo, del secco, del freddo, e dell'umido, insignendone a lor talento le piante e gli alimenti.

Nella ricerca di quella specie di nicoziana che abbia maggior virtù antelmintica intendo di fare esperimenti combinati colla Chimica. Valendomi in qualche modo del metodo del Redi, vi aggiungerò il presidio dell'analisi chimica. Se le sostanze semplici componenti il vegetabile si riducono in ultima analisi all'idrogeno, al carbonio, e all'ossigeno, con qualche poco di alcali e di azoto in alcune, tenterò di scoprire qual sia la sostanza precisa che uccide i vermi. Ho già istituite alcune esperienze, ma queste non bastano al mio intento: e prevedo ancora che dovrò chiamar in sussidio l' analisi degli odori e de' sapori. Teofrasto mi dice che i sapori sono sette, e altrettanti gli odori e i colori. Neuton armato d' un prisma mi mostrò distintamente i sette colori, e me ne indicò le proporzioni: ma dov' è un nuovo Neuton che mi esibisca un istrumento da distinguere con precisione i sette odori, e i sette sapori, la cui determinata sostanza mi sia di guida a conoscere con fondamento le virtù de' vegetabili?

LETTERA

Di Sebastiano Canterzani

AL SUO AMICO TORQUATO VARENO

Sopra una maniera di cavare i numeri Bernoulliani

Ricevuta il dì 29 Novembre 1803.

Ho il piacere di veder ancora questa volta, che a voi fa difficoltà quel che è solito farla a me pure. Così è: amendue i metodi, che l' immortal Eulero dà nel Cap. V della seconda parte del suo Calcolo Differenziale § 121, 122, 123 per formare le equazioni, onde ritrovare i numeri Bernoulliani, non mi sono sembrati mai semplici abbastanza per ricordarsene all' uopo, e non dover ricorrere al libro ogni volta, che s' abbia bisogno di cavare uno di que' numeri. Voi dunque mi chiedete se io sappia qualch' altra strada più comoda, e più facile da aversi in pronto al bisogno, la quale conduca egualmente all' intento. Alla qual vostra dimanda farò come le altre volte ho con voi usato; cioè vi comunicherò il metodo, che soglio io praticare, il quale a me pare, se non più comodo di quei dell' Eulero, certamente più semplice, e quindi più facile da esser tenuto a mente.

Io mi valgo dell' equazione $o = \frac{2n-1}{2(2n+1)} - \frac{2nA}{2} - \frac{2n(2n-1)(2n-2)B}{2.3.4} - \frac{2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)(2n-4)C}{2.3.4.5.6} - \frac{2n(2n-1)\,.\,.\,.\,.\,.\,(2n-6)D}{2.3\,.\,.\,.\,.\,.\,7.8}$ &c. dove A, B, C, D, &c. rappresentano i numeri Bernoulliani, cioè A il primo, B il secondo, C il terzo, e così via discorrendo: n poi è l' indice del numero Bernoulliano, che si vuole, cioè è 1, se si vuole il primo, è 2, se si vuole il secondo, è 3, se si vuole il terzo, e così di mano in mano. L' ordine, che regna nella serie, è chiarissimo. Fuori del primo termine, che è positivo, ed è facil cosa tener a mente come è formato, tutti gli altri sono affetti del segno —, e dall' uno passando al suo seguente crescono due fattori tanto nel numeratore, quanto nel denominatore, essendo sempre $2n$ il primo de' fattori del numeratore, e 2 il primo di quei del denominatore. Mettasi pertanto in luogo di n il numero, che indica quanto sia nell' ordine de' numeri Bernoulliani quello, che si cerca: la formola tosto mostra come questo numero Bernoulliano dipenda da quei, che lo precedono, i quali si troveranno egualmente, mettendo nella formola stessa in luogo di n prima 1, poi 2, indi 3, e così di seguito fino ad $n - 1$.

Vogliasi a cagion d' esempio il sesto numero Bernoulliano. Metto $n = 6$. La formola diverta $o = \frac{11}{26} - \frac{12A}{2} - \frac{12.11.10B}{2.3.4} - \frac{12.11.10.9.8C}{2.3.4.5.6} - \frac{12.11.10.9.8.7.6D}{2.3.4.5.6.7.8} - \frac{12.11.10.9.8.7.6.5.4E}{2.3.4.5.6.7.8.9.10} - \frac{12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2F}{2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12}$, onde $F = \frac{11}{26} - 6A - 5.11B - 3.4.11C - 9.11.D - 2.11E$. Metto ora nella formola medesima $n = 1$, e risulta $o = \frac{1}{2.3} - \frac{2A}{2}$, onde $A = \frac{1}{6}$: metto $n = 2$, e risulta $o = \frac{3}{2.5} - \frac{4A}{2} - \frac{4.3.2B}{2.3.4}$, onde $B = \frac{3}{2.5} - 2A$, e posto in luogo di A il suo valore già trovato $B = \frac{3}{2.5} - \frac{1}{3} = - \frac{1}{30}$: metto $n = 3$,

e

e risulta $0 = \frac{5}{2.7} - \frac{6A}{2} - \frac{6.5.4.B}{2.3.4} - \frac{6.5.4.3.2C}{2.3.4.5.6}$, onde $C = \frac{5}{2.7} - 3A - 5B$, e posti in luogo di A, B i loro valori, $C = \frac{5}{2.7} - \frac{3}{2.3} + \frac{5}{30} = \frac{1}{42}$: metto $n = 4$, e risulta $0 = \frac{7}{18} - \frac{8A}{2} - \frac{8.7.6B}{2.3.4} - \frac{8.7.6.5.4.C}{2.3.4.5.6.} - \frac{8.7.6.5.4.3.2D}{2.3.4.5.6.7.8}$, onde $D = \frac{7}{18} - 4A - 2.7B - \frac{4.7C}{3}$, e posti in luogo di A, B, C i loro valori $D = \frac{7}{18} - \frac{4}{6} + \frac{14}{30} - \frac{28}{3.42} = -\frac{1}{30}$: finalmente metto $n = 5$, e risulta $0 = \frac{9}{22} - \frac{10A}{2} - \frac{10.9.8B}{2.3.4} - \frac{10.9.8.7.6C}{2.3.4.5.6} - \frac{10.9.8.7.6.5.4.D}{2.3.4.5.6.7.8} - \frac{10.9.8.7.6.5.4.3.2.E}{2.3.4.5.6.7.8.9.10}$, onde $E = \frac{9}{22} - 5A - 3.10B - 2.3.7C - 3.5D$, e posti in luogo di A, B, C, D i loro valori $E = \frac{9}{22} - \frac{5}{6} + \frac{30}{30} - \frac{42}{42} + \frac{15}{30} = \frac{5}{66}$. Sostituiti questi valori di A, B, C, D, E nell' equazione $F = \frac{11}{26} - 6A - 5.11B - 3.4.11.C - 9.11D - 2.11E$ cavo $F = \frac{11}{26} - \frac{6}{6} + \frac{55}{30} - \frac{132}{42} + \frac{99}{30} - \frac{110}{66} = -\frac{691}{2730}$,

Ha questo metodo il vantaggio di dare i numeri Bernouliiani affetti di quel segno, che hanno nella famosa formola, che somministra la somma di un qualunque numero n di termini di qualsivoglia serie, dato che ne sia il termine generale; laddove i due metodi Euleriani li danno tutti affetti del medesimo segno. Ma se questo è pur un vantaggio, per lo contrario vi parrà forse un difetto, che non possa nella serie

rie di que' numeri ricavarsene uno senza aver l' incomodo di trovar anche tutti quei, che lo precedono. Sopra di che vi farò notare, che oltrecchè a questa qualunque siasi accusa soggiacciono ancora i due metodi Euleriani di sopra accennati, io non so se esser vi possa una maniera di far nascere un di que' numeri independentemente da' suoi precedenti, la quale non esiga un calcolo e più implicato, e più penoso di quel che si richiede facendo uso della mia formola.

Al qual proposito non vi tacerò, che il celebre Cav. Lorgna nella seconda delle due Memorie, che egli inserì nel Volume terzo della R. Accad. di Torino, come nota il chiarissimo Professore Malfatti in una sua inserita nel quarto tomo della Società Italiana delle Scienze, cava il numero Bernoulliano $n$esimo dal termine, che ha x^{2n} nell' infinitinomio

$$\left(1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2.3}+\frac{x^3}{2.3.4}\text{ ec.}\right)^{-1}$$ ponendo in esso $x=1$, e poi moltiplicandolo per $2.3.4\ldots\ldots 2n$. E siccome è possibile di avere in quell' infinitinomio il termine che porta x^{2n}, senza avere i precedenti, o certamente senza conoscerne l' importare, così si dovrà dire essere questa una maniera di procacciarsi il numero Bernoulliano $n$esimo, la quale non obbliga a ricorrere a quei, che lo precedono. Ma convien avvertire, che anche nel caso che n sia un numero non molto grande, il termine che ha x^{2n}, in quell' infinitinomio viene sotto un numero grandissimo di forme, le quali consistono in altrettante frazioni, che non senza un calcolo lunghissimo, e tediosissimo si possono sommare, com' è necessario di fare per ottenere il numero Bernoulliano. In fatti posto che n sia solo $=6$, il termine, che ha x^{12}, si presenta sotto 77 diverse forme, le quali per conseguenza dimandano gran tempo, e gran pazienza per esser ridotte (essendo frazioni) alla stessa denominazione, e messe così a portata di somministrare il sesto numero Bernoulliano.

Meno operoso sarebbe il calcolo, se in vece della formazione della potestà (—1) esima di quell' infinitinomio, si formasmasse il quoziente della divisione del numeratore pel denominatore della frazione $\dfrac{1}{1+\dfrac{x}{2}+\dfrac{x^2}{2.3}+\dfrac{x^3}{2.3.4}+\dfrac{x^4}{2.3.4.5}} \text{ ec.}$ che a quell' infinitinomio equivale: ma con ciò fare si verrebber pur trovando tutti i numeri Bernoulliani, che precedono quel che si vuole, nè sarebbe più vero, che si trovasse il numero Bernoulliano $n$esimo indipendentemente da' suoi precedenti. Nella necessità poi di cavare tutti i numeri precedenti, la formola che vi ho proposta, riesce certamente d'un uso assai meno incomodo di quello dell' accennata divisione.

Voi quì sarete per avventura curioso di sapere come io trovassi quella formola, e come si provi che i numeri nel modo da me indicato ricavati sieno realmente i Bernoulliani. Ad appagare la qual curiosità mi convien dirvi, che in occasione di far intorno ad alcune serie certe ricerche, che ora più non so quali fossero, arrivai ad incontrare la frazione

$$\frac{\dfrac{\frac{1}{2}}{2.3}+\dfrac{\frac{3}{2}z}{2.3.4.5}+\dfrac{\frac{5}{2}z^2}{2.3.4.5.6.7}+\dfrac{\frac{7}{2}z^3}{2.3.4.5.6.7.8.9}+\dfrac{\frac{9}{2}z^4}{2.3\ldots\ldots10.11}\ \&c.}{1+\dfrac{z}{2.3}+\dfrac{z^2}{2.3.4.5}+\dfrac{z^3}{2.3.4.5.6.7}+\dfrac{z^4}{2.3.4.5.6.7.8.9}\ \&c.}$$

la quale sviluppata in serie vidi che mi dava i numeri Bernoulliani, intanto chè denotando per A, B, C, D, ec. questi numeri, e chiamando a, b, c, d, ec. le quantità $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2.3.4}$, $\frac{1}{2.3.4.5.6}$, $\frac{1}{2.3.4.5.6.7.8}$, ec. si aveva quella frazione eguale alla serie $a\mathrm{A}+b\mathrm{B}z+c\mathrm{C}z^2+d\mathrm{D}z^3$, &c. Ora in grazia di quest' eguaglianza risulta

$$\begin{array}{rrrrrrrrl}
0=\frac{\frac{1}{2}}{2.3} & +\frac{\frac{3}{2}z}{2.3.4.5} & +\frac{\frac{5}{2}z^2}{2.3.4.5.6.7} & +\frac{\frac{7}{2}z^3}{2.3\ldots8.9} & +\frac{\frac{9}{2}z^4}{2.3\ldots10.11} & +\frac{\frac{11}{2}z^5}{2.3\ldots12.13} & +\frac{\frac{13}{2}z^6}{2.3\ldots14.15} & +\frac{\frac{15}{2}z^7}{2.3\ldots16.17} & \&c \\
-aA & \frac{-aAz}{2.3} & \frac{-aAz^2}{2.3.4.5} & \frac{-aAz^3}{2.3.4.5.6.7} & \frac{-aAz^4}{2.3\ldots8.9} & \frac{-aAz^5}{2.3\ldots10.11} & \frac{-aAz^6}{2.3\ldots12.13} & \frac{-aAz^7}{2.3\ldots14.15} & \&c \\
 & -bBz & \frac{-bBz^2}{2.3} & \frac{-bBz^3}{2.3.4.5} & \frac{-bBz^4}{2.3.4.5.6.7} & \frac{-bBz^5}{2.3\ldots8.9} & \frac{-bBz^6}{2.3\ldots10.11} & \frac{-bBz^7}{2.3\ldots12.13} & \&c \\
 & & -cCz^2 & \frac{-cCz^3}{2.3} & \frac{-cCz^4}{2.3.4.5} & \frac{-cCz^5}{2.3.4.5.6.7} & \frac{-cCz^6}{2.3\ldots8.9} & \frac{-cCz^7}{2.3\ldots10.11} & \&c. \\
 & & & -dDz^3 & \frac{-dDz^4}{2.3} & \frac{-dDz^5}{2.3.4.5} & \frac{-dDz^6}{2.3.4.5.6.7} & \frac{-dDz^7}{2.3\ldots8.9} & \&c. \\
 & & & & -eEz^4 & \frac{-eEz^5}{2.3} & \frac{-eEz^6}{2.3.4.5} & \frac{-eEz^7}{2.3.4.5.6.7} & \&c. \\
 & & & & & -fFz^5 & \frac{-fFz^6}{2.3} & \frac{-fFz^7}{2.3.4.5} & \&c. \\
 & & & & & & -gGz^6 & \frac{-gGz^7}{2.3} & \&c. \\
 & & & & & & & -hHz^7 & \&c.
\end{array}$$

la qual condizione dovendosi verificare indipendentemente dal valore di z, sarà giocoforza che ciascuna delle diverse potestà di z riesca moltiplicata per zero. Ma facilmente si scorge che la potestà z^{n-1} riesce moltiplicata per

$$\frac{\frac{2n-1}{2}}{2.3\ldots2n(2n+1)}\;\frac{-aA}{2.3\ldots(2n-2)(2n-1)}\;\frac{-bB}{2.3\ldots(2n-4)(2n-3)}\;\frac{-cC}{2.3\ldots(2n-6)(2n-5)}\cdots\frac{-tT}{2.3}-U$$

dove U denota il numero Bernoulliano $n$esimo, e T il suo precedente, u la quantità $\frac{1}{2.3\ldots(2n-1)2n}$, e t la sua precedente $\frac{1}{2.3\ldots(2n-3)(2n-2)}$. Laonde dovendo questo coefficiente di z^{n-1} essere $=0$, resterà egli eguale a zero anche diviso che venga per u, il che fatto, se in luogo delle quantità a, b, c, d, ... t, u si metteranno i loro valori risulterà

$0=$

$$= \frac{2n-1}{2(2n+1)} - \frac{2nA}{2} - \frac{2n(2n-1)(2n-2)B}{2.3.4.} - \frac{2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)(2n-4)C}{2.3.4.5.6.} \dots - \frac{2n(2n-1)T}{2.3} - U$$

che è la formola, che v' ho proposta.

Che poi sieno veramente i Bernoulliani que' numeri A, B, C, D., &c., che si cavano da questa formola ponendo in essa in luogo di n successivamente i numeri naturali 1, 2, 3, 4, &c. potrete accertarvene nel modo seguente. L' Eulero al §. 114 della seconda parte del suo calcolo differenziale tra che la frazione

$$\frac{1 + \frac{u^2}{2.4} + \frac{u^4}{2.4.6.8} + \frac{u^6}{2.4.6.8.10.12} + \frac{u^8}{2.4.6.8.10.12.14.16} \ \&c.}{1 + \frac{u^2}{4.6} + \frac{u^4}{4.6.8.10} + \frac{u^6}{4.6.8.10.12.14.} + \frac{u^8}{4.6.8.10.12.14.16.18} \ \&c.}$$

sviluppata in serie somministra $1 + aAu^2 + bBu^4 + cCu^6 + dDu^8$ &c., dove a, b, c, d, ec. sono quelle quantità stesse, che di sopra ho per queste medesime lettere denotate, e A, B, C, D, ec. sono i numeri Bernoulliani. Il che posto troverete, che l'eguaglianza di quella frazione a questa serie fa nascere l'equazione

$$\begin{aligned}
0 = \frac{u^2}{2.4} + \frac{u^4}{2.4.6.8} + \frac{u^6}{2.4.6.8.10.12} + \frac{u^8}{2.4.6.8.10.12.14.16} \ \&c. \\
- \frac{u^2}{4.6} - \frac{u^4}{4.6.8.10} - \frac{u^6}{4.6.8.10.12.14} - \frac{u^8}{4.6.8.10.12.14.16.18} \ \&c. \\
- aAu^2 - \frac{aAu^4}{4.6} - \frac{aAu^6}{4.6.8.10} - \frac{aAu^8}{4.6.8.10.12.14} \ \&c. \\
- bBu^4 - \frac{bBu^6}{4.6} - \frac{bBu^8}{4.6.8.10} \ \&c. \\
- cCu^6 - \frac{cCu^8}{4.6} \ \&c. \\
- dDu^8 \ \&c.
\end{aligned}$$

della quale deve al solito ogni termine esser eguale a zero. Avrete dunque dal termine n esimo

$$= \frac{1}{2.4..2n} - \frac{1}{4.6\dots(4n+2)} - \frac{aA}{4.6\dots(4n-2)} - \frac{bB}{4.6\dots(4n-6)} - \frac{cC}{4.6\dots(4n-10)} \dots - \frac{tT}{4.6} - uU$$

o sia

$$= \frac{2n}{2^{2n}.2.3.4\dots(2n+1)} - \frac{aA}{2^{2n-2}.2.3\dots(2n-1)} - \frac{bB}{2^{2n-4}.2.3\dots(2n-3)} - \frac{cC}{2^{2n-6}.2.3\dots(2n-5)} \dots$$

...

$\ldots \frac{-tT}{2^2.2.3} - uU$; e quì dividendo tutto per u, indi mettendo in luogo delle quantità a; b, c, $d \ldots\ldots t$, u i loro valori otterrete la formola

$$0 = \frac{2n}{2^{2n}(2n+1)} \frac{-2nA}{2^{2n-2}.2} \frac{-2n(2n-1)(2n-2)B}{2^{2n-4}.2.3.4} \frac{-2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)(2n-4)C}{2^{2n-6}.2.3.4.5.6} \ldots$$

$\ldots \frac{-2n(2n-1)T}{2^2.2.3} - U$, che è alquanto diversa dalla mia, ma che diventerà eguale alla mia di mano in mano che nell' una e nell' altra in vece di n sostituirete i numeri naturali 1, 2, 3, 4, ec. In fatti ponendo $n = 1$ questa vi darà $0 = \frac{2}{4.3} \frac{-2A}{2}$, cioè $0 = \frac{1}{2.3} - A$, e la mia pure $0 = \frac{1}{2.3} - A$: sostituendo ora il valore trovato di A nelle due formole, la mia vi diventerà $0 = \frac{2n-1}{2(2n+1)} \frac{-2n}{2.2.3} \frac{-2n(2n-1)(2n-2)B}{2.3.4}$ ec., quest'altra $0 = \frac{2n}{2^{2n}(2n+1)} \frac{-2n}{2^{2n-2}.2.2.3} \frac{-2n(2n-1)(2n-2)B}{2^{2n-4}.2.3.4.}$ ec., l'una e l' altra delle quali facendo $n = 2$ vi darà $0 = \frac{-1}{30} - B$; e così via discorrendo.

Ed ecco che senza volerlo vi ho proposta un' altra formola generale, che colla successiva sostituzione de' numeri naturali 1, 2, 3, ec. in luogo di n somministra un dopo l' altro i numeri Bernoulliani. Ma la mia parmi più semplice, e perciò più facile da aversi a mente. Voi ne giudicherete. Desideroso di aver in qualche maniera soddisfatto alla vostra inchiesta chiudo senz' altro col salutarvi cordialmente.

OBLIQUITÀ DELL' ECLITTICA

OSSERVATA NEL SOLSTIZIO

22 Giugno 1803.

DA VINCENZO CHIMINELLO

Memoria Ricevuta il dì 13 Dicembre 1803.

Rare volte succede nei Solstizj, che l' altezza meridiana del Sole dia immediatamente l' Obliquità dell' Eclittica, ma ciò si è verificato nel Solstizio di Giugno di questo anno 1803, in cui ai 22, minuti 4 circa avanti il mezzo giorno a questo Meridiano è accaduto il Solstizio. Perciò in quel giorno procurai d' osservare il Sole più esattamente che mi fu possibile al Quadrante Murale, e così la Stella π del Serpente la sera per dedurne la differenza delle Declinazioni, invece che impiegare la Latitudine dell' Osservatorio. L' Atmosfera per buona sorte fu tranquilla il giorno, e la notte, e il Cielo sereno, circostanze favorevoli a ben osservare.

Nel giorno 22 Giugno pertanto a mezzodì la distanza del lembo superiore del Sole dal Zenit alla superficie del filo orizzontale del Tubo del Murale fu - - - 21° 39′ 29″, 60

Il Barometro 28 . 2 $\frac{7}{8}$, il Termometro 23, onde la Rifrazione - - - - - - - - -	22, 45
il semidiametro del Sole - - - - - - -	15 45, 65
	21 55 37, 70
la parallasse - - - - - - - - - - - - -	3, 15
distanza vera del centro - - - - - - -	21 55 34, 55

Nella sera dello stesso giorno la distanza osservata di π del Serpente dal Zenit alla superficie del detto filo orizzontale fu - - - - - - - - - - - - - - - - 22° 1′ 39″, 8

il Barom. 28.2 $\frac{1}{4}$, il Term. 20 $\frac{1}{2}$, onde la Rifr.	23, 04
e la distanza corretta - - - - - - - - -	22° 2′ 2″, 84

La declinazione di questa Stella al primo Gennajo 1803
nel Catalogo dell' Effemeridi Milanesi - - 23° 21' 42''
la parte proporzionale della variazione annua - — 5, 0
L' aberrazione - - - - - - - - - - - - - - + 4, 05
La Nutazione - - - - - - - - - - - - - - — 8, 32

e la sua declinazione apparente ai 22 Giugno 23° 21' 32'', 73
Or la differenza delle superiori distanze si è - 6 28, 29,
dunque l' Obliquità apparente dell' Ecclittica
osservata - - - - - - - - - - - - - - - 23 28 . 1, 02
Detta obliquità calcolata per quel giorno secondo l' Effemeridi Milanesi - - - - - - 23 27 58, 07
e secondo la *Connoissance des Temps* - - 23 28 5, 70
troppa differenza tra l' una, e l' altra; ma io credo più vicina al vero la prima, meno discorde dalla da me conclusa, alla quale ho molta fiducia per la somma diligenza, che usai nell' osservarla.

CON-

CALCOLO DEL PASSAGGIO DI MERCURIO PER IL DISCO DEL SOLE NEL GIORNO 8-9 NOVEMBRE 1802 SECONDO LE OSSERVAZIONI DI PADOVA, E DI NAPOLI.

MEMORIA

Di Vincenzo Chiminello

Ricevuta il dì 3 *Dicembre* 1803.

Il giorno 9 di Novembre 1802 era così nuvoloso sin dalla notte precedente, che si disperava affatto di vedere il Sole, e in fatti quì non fu visibile l'ingresso, e la sortita di Mercurio, punti li più essenziali di questo fenomeno. Nell' intervallo tra l'ingresso, e la sortita del Pianeta, sebbene lungo di quasi cinque ore, e mezzo, il Sole comparì bensì qual che volta, ma ad istanti così brevi, che non fu possibile fare che una sola osservazione al quadrante Murale, qual per altro ebbi fortuna di farla bene, e potei anche nel tempo stesso ravvisare distintamente quel bel fenomeno che vide il Sig. Plantade nel passaggio degli 11 Novembre 1736, e videlo il Sig. Flaugergues nei passaggi 1786 e 1799, cioè una corona di suboscuro splendore intorno il nero disco di Mercurio, la quale forse vien prodotta dall' Atmosfera del Pianeta che disperge, ed oscura in parte li raggi del Sole, da' quali n'è penetrata, come l'Atmosfera nostra.

In Bologna, e Milano niente poterono osservare di questo passaggio, in Napoli il chiarissimo Cassella potè vedere soltanto la sortita, e mi comunicò la osservazione, che sola ebbi d'Italia prima di questo Scritto. Il mio calcolo adunque restò limitato alla osservazione di Padova, e a quella di Napoli.

La osservazione mia pertanto col calcolo che ne segue tale si è:

Appulso del lembo di Mercurio al 4.° filo del Tubo del Murale	0^h	4' 43" t. p.
Sortita del lembo del Sole dal filo medesimo	0	6 14
Dist. app. del lembo sup. di Merc. dal Zenit	62°	1' 15"
Dist. app. del centro del Sole per il l. sup., ed infer.	62	7 11
Barom. Poll. 27 11 $\frac{6}{16}$ Termom. 15.		
Differenza di tempo tra il 4.°, e 3.° filo dai giorni precedenti, e seguenti conclusa		37"
Semidurata del passaggio del Sole conclusa dagli stessi giorni	1'	8", 0
Rifrazione per Mercurio	1	48, 0
per il Sole	1	48, 4
Parallasse orizzontale del Sole		8, 688
di Mercurio		12, 717
quindi la parallasse di altezza del Sole		7, 682
di Mercurio		11, 234
Semidiametro calcolato di Mercurio		5, 100
Mezza densità del filo verticale del Tubo del Murale		4,500
del filo orizzontale		4,000
E supposti tutti questi dati risulta l'appulso del lembo di Mercurio al 3.° filo	0^h	3' 46"
Passaggio del centro del Sole per il medesimo filo	0	4 29
Differenza in tempo		43" 0
in gradi		10 46, 8
Distanza vera del centro di Mercurio dal Zenit	62°	3' 0",866
dal centro del Sole	62	8 51, 718
Differenza di Declinazione		5' 50",852

La

La longitudine poi del Sole a mezzodì secondo le Tavole novissime di la Lande aggiunta l'aberrazione 20″, essendo	7′ 16° 22′ 36″, 50
e l'obliquità apparente dell' Eclittica	23 28 0, 15
si conclude l' A. R. del Sole	2 23 54 16, 30
la Declinazione	16 45 15, 050
Quindi all' Asc. Retta del Sole aggiungendo la mezza densità del filo, e il semidiametro di Mercurio 9″,6, e sottraendo quanto importa la differenza di tempo suddetta	10′ 46″, 8
risulta l' Ascens. Retta di Mercurio, 43″ avanti mezzodì, dalla sezione di Libra	43° 43′ 39″, 100
e la sua Declinazione per la differenza di 5′ 50″,852 dalla distanza del Sole dal Zenit	16 39 24, 198
e da questa la longitudine geocentrica di Mercurio 43″ avanti mezzodì	7′ 16° 11′ 11″, 35
ed essendo la retrogr. per 43″ secondo le Tavole	2, 39
viene la longitudine di Mercurio a mezzodì	7′ 16° 11′ 8″, 96
la longitudine di Mercurio geocentrica a mezzodì secondo le Tavole novissime di la Lande si è	7′ 16° 10′ 53″, 40
Onde l' error delle Tavole in longitudine	— 15, 56
La latitudine geocentrica di Mercurio osservata concludesi	2′ 40″, 7
secondo le Tavole	2 49, 0
Errore dunque delle Tavole in latitudine	+ 8″, 3

Tale poi essendo la longitudine osservata di Mercurio a mezzodì, e tale quella del Sole secondo le Tavole, la distanza dalla congiunzione già trapassata era in quell' istante 11′ 17″, 54

Or presa dalle Tavole la longit. geocentrica di Mercurio per un' ora avanti mezzodì	7' 16° 14' 13",7
per mezzodì	7 16 10 53 ,4
risulta il suo moto orario retrogrado	3' 20",3
ed il moto orario del Sole allora essendo	2 30 ,8
il moto composto viene	5 51 ,1
Onde la distanza di tempo dalla congiunzione a mezzodì	1^h 57' 29" ,7
e l' istante della congiunzione	22^h 2' 30" ,3t.v.
Nel qual istante la longitudine del Sole secondo le Tavole di la Lande, o sia la longitudine osservata di Mercurio	7' 16° 17' 41",18
e la longit. geoc. di Mercurio secondo le dette Tavole	7 16 17 25 ,65
e viene l' error delle Tavole in longitudine	— 15",53
Nello stesso istante la longitudine del Sole secondo le Tavole del Zach era	7' 16° 17' 43",15
e sarebbe l' error delle Tavole di Mercurio in longitudine	— 17 ,50

La latitudine poi eliocentrica di Mercurio conclusa dalla sua longitudine eliocentrica osservata 1' 16° 17' 41",18, dalla inclinazione, e dal nodo risulta 2' 19",02, e per le distanze di Mercurio dal Sole, e

dalla Terra la latitud. geoc. osservata	1' 4",48
ed essendo per le Tavole	1 8 ,15
risulta l' error tabulare in latitudine	+ 3 ,67

Così dalla osservazione mia.

A Napoli nella Specola del Sig. Cavalier Acton, splendidissimo Mecenate, il chiarissimo Astronomo Cassella con tu-

tubo Acromatico Dollondiano di 5 piedi Inglesi potè osservare nella sortita di Mercurio il contatto interiore al lembo del Sole assai bene a 0^h 54′ 7″,6 t. v., l'esteriore alquanto dubbiamente a 0^h 55′ 49″,6 t. v.

Dal contatto interiore pertanto per concludere il tempo della congiunzione presi in prima il movimento orario in longitudine e in latitudine, risultante dalla osservazione mia, cioè l'uno 3′ 21″ 3, l'altro 49″,18; e fatto il movimento composto col movimento orario stesso del Sole, come sopra, che pervenne 5′ 52″,1, per mezzo di questo, e del moto di latitudine, ricavai l'inclinazione dell'orbita relativa 7° 57′7″,5, il moto composto orario in detta orbita 5′ 55″,5, e per le canoniche analogie, ritenuta la latitudine osservata, ebbi la più breve distanza dal centro del Sole 1′ 3″,87, la distanza dalla congiunzione alla medietà del passaggio 8″,921, e la stessa in tempo 1′ 30″,34.

La differenza tra le parallassi orizzontali del Sole, e di Mercurio era 4″,029, e l'altezza verticale del Sole, sortendo Mercurio, 31° 2′ 49″ qual'era alla latitudine della Specola di Acton (40° 49′ 40″) risultò 3″,449, in Ascensione Retta 0″,715, in longitudine 0″,746, nell' orbita relativa 0″,753; il semidiametro del Sole calcolato era 16′ 12″,42, e quindi la distanza dal punto della congiunzione nell' orbita relativa al centro di Mercurio si manifestò 15′ 57″,092 e il suo valore in tempo 2^h 41′ 34″,5, il cui doppio col doppio 1′ 30″,34 diede la durazione tutta del passaggio 5^h 26′ 9″, 68
e dal tempo del contatto interiore . . . 0^h 54′ 7″, 6
sotratta la distanza dell' istante della congiunzione 2 41 34, 5

si manifestò l'istante della congiunz. medes. 22^h 12′ 33″,1 t.v.
al quale comparato l'istante concluso dall' osservazione di Padova 22 2 30, 3

verrebbe la differenza tra i Meridiani . . 10 2, 8

Ma si vedrà già che altre determinazioni porgono questa differenza dei Meridiani più vicina al vero .

Il metodo di adoprare come feci, il movimento di Mercurio, qual lo danno le osservazioni, veramente è naturale, e legittimo , ma perchè unica fu la mia osservazione , e in essa cioè nella longitudine, e latitudine qualche piccolo errore forse potè insinuarsi , sarà più sicuro impiegare li movimenti orarj presi dalle Tavole, le quali sono già abbastanza bene stabilite , e nelle quali abbenchè l' epoca delle longitudini fosse un poco difettosa , i detti moti nondimeno progrediscono rettamente : Ora secondo le Tavole le longitudini, e latitudini di Mercurio un' ora avanti mezzo giorno fu-

rono	7^s 16° 14′ 13″,7, e	1′ 57″,5
nel mezzo giorno	7 16 10 53 ,4	2 49 ,0
onde li movimenti orarj . . .	3 20 ,3	0 51 ,5

Le stesse che adoperai nel calcolare l' osservazione mia ; e preso il movimento orario del Sole , come sopra , 2′ 30″,8 viene il moto composto 5′ 51″,1 , onde si conclude l' inclinazione dell' orbita relativa 8° 20′ 41″,08, e il movimento orario in essa 5′ 54″,857 , per mezzo de' quali elementi , e della latitudine geocentrica 1′ 4″,48 qual si manifestò nella congiunzione da me osservata , risulta , applicatavi già la parallassi , la distanza dal punto della congiunzione nell' orbita relativa al centro di Mercurio nell' istante del contatto interiore 15′ 56″,655, e adoprata la latitudine data dalle Tavole 1′ 8″,15, risulta detta distanza 15′ 56″,647 , e in tempo 2^h 41′ 45″,2 , oppure 2^h 41′ 45″,1, e l' istante della congiunzione 22^h 12′ 22″,4, oppur 5 , onde ricavasi la differenza tra i due Meridiani 9′ 52″,1, oppur 2 , la quale probabilmente più al vero si accosta, che la superiore .

Così sta però , se la congiunzione di Mercurio secondo la mia osservazione all' osservatorio di Padova successe nel concluso istante 22^h 2′ 30″,3, a cui presi la latitudine corrispondente computando la osservazione del Sig. Cassella, ma se la congiunzione accadde forse un poco prima, o dopo, vi s'introdusse un qualche errore; sarà dunque bene indagare separatamente, se la cosa così debba stare; or dunque ricercherò degli istanti della congiunzione, e del contatto interiore prima per le Tavole, poi per il concluso da queste.

La differenza tra il Meridiano di Padova, e il Meridiano di Napoli secondo l'Effemeridi di Milano 1800 si è 9′ 37″ di tempo, vera, o non vera, non importa: tal'ora la suppongo; li movimenti orarj di longitudine e latitudine secondo le Tavole sono gli stessi quali sopra, e però la stessa l'inclinazione dell'orbita relativa, lo stesso il movimento orario in questa orbita. La longitudine del Sole a 23^h 0′ 0″ in Padova, o sia 23^h 9′ 37″ in Napoli secondo le Tavole del Zach si è 7^s 16° 20′ 7″,67 e secondo quelle di la Lande 7^s 16° 20′ 5″,70; la longitudine geocentrica di Mercurio per le Tavole novissime di la Lande nello stesso istante 7^s 16° 14′ 13″,70, la latitudine geocentrica 1′ 57″,5; dunque la distanza dalla congiunzione già trapassata 5′ 53″,97, oppur 5′ 52″,0. Da una risulta la distanza di tempo 1^h 0′ 29″,4, dall'altra 1^h 0′ 9″,23, e la congiunzione a 22^h 9′ 7″6, oppur 22^h 9′ 27″,77; la latitudine corrispondente per le Tavole si è 1′ 5″,57, oppur 1′ 5″,86, e prendo la media 1′ 5″,71.

Fatto il calcolo, la distanza dal supposto punto della congiunzione nell'orbita relativa al centro di Mercurio nel contatto interiore, applicatavi già la parallassi come sopra, proviene 15′ 56″,4, e il tempo corrispondente 2^h 41′ 42″,6, e da un istante supposto della congiunzione il contatto interiore a 0^h 50′ 50″,2, dall'altro 0^h 51′ 10″,37, e quindi la discrepanza dal contatto osservato 3′ 17″,4, oppur 2′ 57″,23; sia che provenga dall' errore o delle Tavole, o della supposta differenza tra i Meridiani. Di tanto dunque devesi produrre il tempo della congiunzione; e l'uno, e l'altro diviene 22^h 12′ 25″,0, nel qual nuovo supposto istante la longitudine del Sole secondo le Tavole del *Zach* è 7^s 16° 17′ 43″,91, e perciò 1^s 16 17 43″,91 la eliocentrica longitudine di Mercurio, l'Argomento di latitudine nell' eclittica 18′ 52″,91, onde per l' inclinazione dell' orbita vera 7° 0′ 1″,43 si manifesta 2′ 19″,14, e per le distanze di Mercurio dal Sole, e dalla Terra la latitudine geocentrica 1′ 4″,53.

Con tal geocentrica latitudine pertanto, e cogli elementi tabulari adoperati di sopra rinovato il calcolo trovo la distanza dal punto della congiunzione nell' orbita relativa al centro di Mercurio in contatto interiore uscendo, (non trascurata la parallassi) 15′ 56″,637, e il tempo che vi corrisponde, 2^h 41′ 45″,02, il qual aggiunto all' istante della congiunzione manifestasi il detto contatto a 0^h 54′ 10″,02. Ora il contatto interiore nella sortita fu osservato a 0^h 54′ 7″,6, che differisce dal quì concluso di 2″,42 soltanto; dunque senza più rinnovare il calcolo si può ridurre il tempo della congiunzione 22^h 12′ 25″ ultimamente supposto a 22^h 12′ 22″,58 che credo precisamente vero, o così prossimo al vero, che si possa tenere per nulla la discrepanza; e sarà la differenza tra i meridiani 9′ 52″,28, quasi quella stessa che conclusi superiormente, cioè 9′ 52″,1, oppur 9′ 52″,2, la quale perciò sembra probabile, e comprova insieme la bontà delle osservazioni, e la rettitudine di quei calcoli.

Quanto all' error delle Tavole veramente si è veduto sopra, qual sia dalla longitudine, e latitudine che conclusi per osservazione all' istante della congiunzione, ma non sarà inutile di sapere anche quello che risulta per la longitudine, e latitudine nella sortita.

Ora trovo la elongazione di Mercurio nell'istante del contatto interiore nella sortita 15′ 45″,71, la longitudine del Sole secondo le Tavole del Zach era in quel punto 7^s 16° 24′ 30″,31, e la longit. geocentrica di Mercurio si manifesta 7^s 16° 8′ 44″,59, la latit. poi geocentrica risulta 3′ 23″,0. La calcolata longit. geocentrica di Mercurio per quell' istante si è 7^s 16° 8′ 24″,84, la latitudine pur geocentrica 3′ 27″,2; dunque l' errore delle Tavole in longitudine — 19″,76, in latitudine + 4″,2. Se avessi adoperato le Tavole di la Lande per la longitudine del Sole all' istante del suddetto contatto, comparirebbe la longitudine di Mercurio geocentrica 7′ 16° 8′ 42″,63, e l' errore delle Tavole sarebbe invece — 17″,79.

Tali sono i risultati che ricevei dalla osservazione del Chiar. Sig. Cassella, e dalla mia. Sarebbe da esplorarsi in oltre la longitudine del Nodo, e l' inclinazione dell' Orbita, ma oltrecchè questi elementi negli ultimi tempi sono stati determinati abbastanza bene, unica essendo la mia osservazione, nè il Sig. Cassella avendo potuto fare altre osservazioni sul disco del Sole prima della sortita di Mercurio, io non intraprendo questa investigazione la qual darebbe determinazioni alquanto incerte. Chiuderò dunque raccogliendo, e ponendo sott' occhio li risultati principali, che ricavai.

Errori delle Tavole

In Longit.	— 15″,56	in Latit. + 8″,30
	— 15 ,53	+ 3 ,67
	— 17 ,50	+ 3 .67
	— 19 ,76	+ 4 ,20
	— 17 ,79	+ 4 ,20
Errori medj	— 17 ,15	+ 4 ,81

Più breve distanza di Mercurio dal centro del Sole		1′	3″,87
Durata di tutto il passaggio	5^h	26′	9″,68
Istante della congiunzione			
al Meridiano di Padova	22^h	2′	30″,3
al Meridiano di Napoli, adoperati i moti orarj da me osservati	22	12	33 ,1
adoperati i moti orarj delle Tav. colla Latit. osserv.	22	12	24 4
adoperati i moti orarj colla Latitudine delle Tavole	22	12	22 ,5
separatamente dalla osservazione mia	22	12	22 .58

Dif-

Differenza tra i Meridiani della Specola di Padova, e della Specola d' Acton . .	10'	2'',80
	9	52 ,10
	9	52 ,20
	9	52 ,28
Differenza media, esclusa la prima . . .	9	52 ,20

Questa differenza la quale per tre sperimenti risulta quasi la stessa è certamente preferibile alla prima, e non si può negarvi molta fiducia, ma peraltro io non la terrò come assolutamente certa, perchè se la osservazione di un passaggio di Mercurio per il disco del Sole è la più opportuna per investigare l' errore delle Tavole, non lo è per determinare le differenze tra i Meridiani, essendo che un tal passaggio soffre una qualche piccola incertezza di tempo, già comune a tutte le osservazioni, porge al calcolo latitudini troppo piccole per poter concludere l' istante vero della congiunzione. Qual sia la differenza vera tra quei Meridiani, lo mostreranno più sicuramente altre osservazioni o di occultazioni di Fisse, o di Ecclissi del Sole.

CONGETTURE SULLE CAGIONI DELLE DIVERSE VARIAZIONI DELL' AGO MAGNETICO DAL NORD

Di Vincenzo Chiminello

Ricevute il dì 3 Dicembre 1803.

E' notissima l' annua variazione dell' Ago Magnetico, cioè la sempre crescente sua declinazione dal Nord verso Ponente, ma non sono conosciute che da pochi due altre variazioni ovvero oscillazioni, che il detto Ago soffre nel tempo stesso, l' una ogni giorno, l' altra d' Aprile a Luglio, e da Luglio ad Aprile seguente. Notò il Musschembroek ne' suoi Elementi di Filosofia Naturale, che la Declinazione dell' Ago è diversa in ciascun mese, e ciascun giorno, ed il primo che osservasse questa diversità fu il P. Guytachart nel regno di Siam l' anno 1682, ed un altro fu il Graham insigne artefice Inglese nel 1722, dopo cui la osservò il Musschembroek medesimo nel 1728; ma quelle osservazioni sono vaghe, e indeterminate, e però non sufficienti per concludere con certezza qualche cosa di distinto, e la scoperta delle leggi di tali due distinti fenomeni devesi al singolare acume del Sig. Cassini insigne Astronomo al grande Osservatorio di Parigi, come vedesi nella sua Memoria data alla luce nel 1791.

Il Sig. Cassini costruite avendo più Bussole alla maniera di Coulomb, e Wam-Swiden, e con maggior perfezione, dopo un corso di osservazioni metodiche non interrotte, la maggior parte sue proprie, scoprì che generalmente l' Ago Magnetico alle ore 8 della mattina comincia a muoversi verso Ponente, e seguita questo moto sin tra le una e le tre pomeridiane, dopo che, fattosi qualche tempo stazionario, ritrocede sino alle ore 10 della sera, e si ferma al punto da cui era partito la mattina, e vi sta sino alle 8 della mattina seguente; dopo quell' epoca nuovamente oscilla verso Ponente. Il medesimo Astronomo in oltre con sottigliezza comparate tutte le osservazioni tra mese e mese, e tra un anno e l' altro scoprì, che l' Ago mentre oscilla ogni giorno, per tre mesi di seguito si muove verso il Nord, e per nove se ne allontana, cioè che ad onta della oscillazione diurna dall' Equinozio di Primavera sino al Solstizio di Estate, e più, si accosta al Nord, e dopo alcuni giorni di stazione ritrocede, e declina sempre più a Ponente sino alla seguente Primavera, dopo che, fatta una breve stazione, ritorna a muoversi come prima verso Levante, rimarcandosi in tal' oscillazione, che al principio di Maggio ritrovasi l' Ago nello stesso punto a cui era in principio di Ottobre; tempi, come osservasi, del calor medio dell' anno, onde quasi pare che tal oscillazione non vi sarebbe, se il calore fosse sempre ad un certo grado costante.

Avverte per altro il Sig. Cassini rapporto all' oscillazione diurna, che i limiti di tempo non possono tenersi finora come assolutamente determinati, perchè le ore diurne della mattina, e le vespertine sono le più soggette alle perturbazioni nella direzione dell' Ago, e perchè le stagioni diverse sembrano influire nell' estensione dei limiti pomeridiani; su che per altro dirò, ch' esaminando le Tavole della citata Memoria, parvemi che in Estate l'ora in cui l'Ago arriva al suo maggior allontanamento dal Nord, sia la una pomeridiana in Primavera, ed Autunno la seconda, in Inverno la terza. Rapporto poi alla quantità della detta diurna oscillazione nota Egli che non è la stessa in tutte le stagioni, ma che generalmente la minore osservasi in Inverno da Ottobre a Marzo, la maggiore in Estate, di 5 minuti la più piccola, di 14 la più grande, avvertendo però un' Anomalia, che in Estate ne' giorni di massimo caldo la oscillazione è quasi nulla;

la; e qui si noti, che i giorni di massimo caldo sogliono essere dopo il Solstizio, il che si combina colla stazione che allora fa l'Ago, e prova, come dicevo, che senza variazione di calore non vi sarebbe oscillazione.

Ma comunque sia di qualch'eccezione, o determinazione non ben certa di particolari fenomeni, le osservazioni e comparazioni del Signor Cassini ci fan conoscere li due fenomeni generali dell' Ago Magnetico, oscillazione diurna, ed oscillazione trimestre, novemestre distintamente a grado da non poterne dubitare, e sol ci lascia Egli nel desiderio della fisica spiegazione riservatosi a questo punto come prudente filosofo, dopo un altro corso di osservazioni; per lo che io non dovrei ardire di produr pensieri su questo riservato argomento. Ma poichè il Sig. di la Lande in una breve Memoria inserita nella *Connoissance des Temps* 1797-1798 produce delle congetture, come le chiama, sulla variazione di declinazione dell' Ago Magnetico, qual fu osservata dal Sig. Cassini, siami permesso esporre le deboli congetture mie, e mi perdoni il Sig. di la Lande, se da Lui discordo di parere. Racchiudo prima in epilogo il suo ragionamento.

Mi pare, dice il Sig. di la Lande, che le variazioni diurne, ed annue (intende le mestrue) dell'Ago Magnetico secondo che le osservò il Sig. Cassini, siano una conseguenza naturale della posizione del Polo Magnetico, e della influenza del calore sopra quella parte del nostro Emisfero. Il Polo Magnetico, prosiegue, dalla parte del Nord è un punto che si può concepire a 70, o pur 75 gradi di latitudine, e a 280, o pur 300 di longitudine contati dal primo meridiano all'Ouest della Baja di Baffins, e della Baja di Hudson, verso cui concorrono le direzioni del Magnete dalle differenti parti del nostro Emisfero, il qual punto ci è indicato dalla declinazione di gradi 51 osservata a Ghothead nella Groelandia, ch' è a 64 gradi di latitudine, e 327 di longitudine. Quella parte di Emisfero è riscaldata da un Sole ardente dai 15 Maggio sino ai 27 di Luglio, ed è in tenebre continue dai 16 di Novembre sino ai 25 di Gennajo. Or come Cassini osserva, da Gennajo ad Aprile l' Ago seguita ad allontanarsi dal Polo della Terra verso Ponente, ma da Aprile a Luglio crescendo il calore l' Ago ritrocede verso Levante, e da Luglio a Dicembre mancando il calore ritorna verso Ponente. La materia elettrica ha senza dubbio della influenza sopra la magnetica, come lo prova l' azione delle Aurore Boreali sopra l' Ago Magnetico, la materia elettrica secondo Buffon, e Franklin sembra avere una direzione generale verso il Polo del Mondo; egli è dunque naturale, che l'aumento del fuoco, e del calore accrescendo il corso della materia elettrica verso quella parte, la direzione dell' Ago debba piegare verso il Polo del Mondo.

Le variazioni pure diurne, dice, vanno a seconda di questa legge; imperciocchè alle 6 ore della sera e. gr. a Parigi, è mezzo giorno al Polo Magnetico, e si vede allora l'Ago ritrocedere da Ponente piegandosi verso il Polo mondano; da mezzo giorno alle 3 della sera a Parigi l' Ago si porta verso Ponente, e sono allora dalle 6 alle 9 della mattina al Polo Magnetico, tempo in cui non ha il calore diurno sviluppato colà la maggiore sua attività.

Tale si è la spiegazione del Sig. di la Lande, la quale a semplice annuncio senza esaminarla sembra soddisfacente, ma poi non appaga, se bene vi si riflette. Imperciocchè primieramente si può dubitare, se la materia elettrica si diriga propriamente al Polo mondano, poichè si vede che il centro delle Aurore Boreali per lo più ne declina qualche grado a Ponente; secondariamente si può dubitare, se, scaricata una certa quantità soprabbondante di materia elettrica dalle plaghe Australi, e dalle nostre verso quella parte sino ai primi giorni del maggior caldo che colà arriva, possa seguitare ancora per il resto di tempo del caldo ardente l'afflusso della medesima; terzo in un calore continuo, come al parallelo di 70, o 75 gradi di latitudine, tra la metà di Maggio, e la metà di Luglio la differenza di calore dal mezzodì ad Ostro al mezzodì a Nord, che corrisponde alla nostra mezza notte, dev' esser non dirò insensibile, ma molto piccola, lo che inferisco per prossima analogia dalle mie Tavole Termometriche inserite nell' ultima edizione del Saggio Meteorologico Toaldiano, ed altre inedite, nelle quali apparisce che in Estate in questi nostri Climi, i quali han la notte, la differenza di calore tra il mezzodì, e le 6 ore della sera non è che di un grado, e mezzo Reaumuriano, onde viene dunque a comprendersi, che al detto parallelo, il quale allora non ha a notte la differenza di calore tra il più alto Sole ad Ostro e il più basso a Nord, dev'esser molto più piccola, e però non atta a provocare più sensibilmente in un tempo che nell' altro la materia elettrica; quarto, supposto il principio del Sig. di la Lande, dalli 16 di Novembre sino alli 25 di Gennajo dovrebbe cessare la variazione diurna dell' Ago, o se nondimeno per il calore diurno dei nostri Climi seguita ad eccitarsi alquanto la materia elettrica, giacchè suppone che fluisca direttamente al Polo del Mondo, in tale stagione dovrebbe vedersi l' Ago da mezzo giorno alle ore 3 della sera piegare a Levante, non a Ponente, come osservasi. Laonde per tutte queste difficoltà la spiegazione del Sig. di la Lande non mi pare a proposito. Ecco pertanto quello, che mi venne in mente ricercando un' altra causa generale, e periodica, e che sottopongo al giudizio dei Fisici, e del medesimo insigne Astronomo.

Ammessa una qualche provocazione della materia elettrica in forza del calore, come causa secondaria, o perturbante e producente delle Anomalie nei detti fenomeni, io penso ch' essi provengano principalmente da un intestino movimento dell'aria nella sua dilatazione per il calore; cioè che l'uno provenga dal movimento periodico dell' aria verso Nord che ricorrer deve ogni anno nella Primavera, durare sino al colmo dell' Estate, e ritrocedere verso l' Ostro da quando comincia a sminuirsi il calore; e l'altro, cioè la oscillazione diurna, dal movimento, che ricorrer deve ogni giorno da Levante a Ponente subito che il Sole cominciò a riscaldare, e durar deve sino alle ore del maggior caldo. Facile si è la spiegazione dell' uno, e l' altro.

Fuori del Tropico, o sia di quà della Zona torrida, in tutti li nostri Climi temperati il calor annuo arriva al grado medio nel mese d' Aprile, e da questo tempo cresce di giorno in giorno; allora dunque l'aria comincia dilatarsi più estensivamente, che nei primordj di Primavera, in tutti i punti dei paralleli nostri, e si dilata necessariamente secondo la direzione dei Meridiani verso il Nord, alla qual parte l'aria è più densa, e meno riscaldata; tal dilatazione poi la qual deve crescere ogni giorno, continua sino a che seguita crescere il calore sensibilmente, cioè sino al principio di Luglio, tempo nel quale il caldo estivo arrivato ad un certo grado cresce pochissimo da un giorno all' altro, e fuori di certi colpi improvvisi di escandescenza è allora come stazionario, e perciò la dilatazione stessa si ferma; dunque d' Aprile a Luglio l'aria inferiore dalla superficie della Terra sino ad una certa elevazione, in cui sia il calore sensibile, necessariamente per tal dilatazione dee avere un movimento continuo verso Nord, movimento non percepito dai nostri sensi, ma che si comprende in effetto esistere per legge Fisica; la direzione poi di questo movimento da tutti i punti, seguitando li Meridiani va necessariamente al Polo del Mondo. Or la materia Magnetica la qual fluisce al Polo suo per mezzo dell' aria, non può non partecipare di tal movimento, e sarà forzata ogni giorno fluire per una direzione in linea curva composta della direzione sua naturale, e di quella al Polo del Mondo, il cui vertice si accosterà sempre più al Meridiano in forza della crescente dilatazione dell' aria, e il ramo superiore, che va al Polo Magnetico, si accosterà sempre più al parallelo di 70, o 75 gradi di latitudine. Dunque l' Ago Magnetico di quà dal detto parallelo d' Aprile a Luglio deve accostarsi al Nord; ma dal principio di Luglio sin quasi alla metà il calore crescendo poco, e perciò la dilatazione dell aria, e il suo movimento essendo come in stazione, l' Ago non varierà, e tale a un di presso lo si osserva. Un effetto contrario poi deve seguire subito che comincia scemarsi il calore; allora per lo restringimento, e ritrocessione dell' aria il suo movimento dev' esser da Nord ad Ostro, e in conseguenza la materia magnetica comincierà fluire verso il Polo suo per una direzione a Ponente di quella che aveva in tempo della stazione, la qual direzione devierà sempre più ogni giorno per l' aumento dell' inverso moto dell' aria, e così ritrocederà l' Ago Magnetico sino a nuova Primavera progredendo a seconda dell' annua sua crescente declinazione.

Per un simile movimento dell'aria poi sembra, che debbano succeder anche le oscillazioni diurne dell' Ago tutto l'anno. Imperciocchè levato il Sole, al primo calor sensibile l'aria, com' è notissimo, comincia dilatarsi, e poichè il calore vien propagandosi verso Ponente essa concepisce un movimento verso questa parte, e questo movimento è rinforzato successivamente dall' aria posteriore di Levante, la quale subentra poco a poco in luogo della rarefatta, e dev' esso continuare sino a che cominciando scemarsi il calore, l' aria si va ristringendo da ogni parte, e si rimette finalmente all' equilibrio nelle ultime ore vespertine. Dunque dall' istante del primo calor sensibile, e commovente della mattina il flusso della materia magnetica a seconda dell' aria deve scostarsi sempre più dal Meridiano verso Ponente, e ritrocedere restituita la calma Atmosferica; e perciò di consenso nello stesso modo l' Ago Magnetico deve muoversi verso Ponente, stazionare, e rimettersi finalmente nella sua posizione che aveva la mattina, e rimanervi tutto il resto della notte sino alla mattina seguente; e questo è ciò che si osserva.

Resta ora da spiegarsi, da che provenga l' insigne variazione, cioè l' annuo aumento progressivo della declinazione dell' Ago, ch' è lo stupore degli stessi più illuminati Filosofi nell'oscurità in cui siamo della vera causa. Il Sig. Cassini riflette, che accostandosi l'Ago al Nord per soli tre mesi, e discostandosene per nove, necessariamente la sua declinazione dal Polo del Mondo deve trovarsi ogni anno maggiore ad una data epoca; ma questa semplice aritmetica spiegazione, se apparentemente soddisfa, esaminato con riflesso il fenomeno non pare accordarsi bene colla verità; imperciocchè dal principio di Maggio, tempo in cui l' Ago si accosta al Nord, ad arrivare alla sua minore declinazione, qual osservasi intorno il Solstizio estivo, coi pochi giorni di stazione non impiega che due soli mesi; e mentre se ne discosta, dal principio di Luglio sino al principio di Ottobre, in cui trovasi allo stesso punto che toccava in principio di Maggio, impiega tre mesi; dunque l' un movimento è più celere dell' altro, onde si può sospettare, che forse percorrerebbero uno stesso spazio d' Aprile a Luglio, e da Luglio all' Aprile seguente, se non vi fosse altra causa influente nella posteriore mozione dell' Ago: per il che non è bastante la spiegazione del Sig. Cassini.

Io piuttosto credo, che vi sia realmente una causa diversa, per cui annualmente l' Ago sempre più a Ponente declina. In fatti pare, che il Polo Magnetico, al quale l' Ago sempre tende, ad onta delle altre due osservate variazioni successivamente cambj di posizione verso Ponente. E che ciò sia, osservo che le declinazioni dell' Ago in Europa secondo una Tavola del Musschembroek (Phys. Exper. Disp. De Magn.) dal 1721 sino al 1725 ed altre posteriori osservazioni, trovansi crescenti a maggiori latitudini ne' paesi di una stessa longitudine, e parimenti crescenti ad una stessa latitudine ne' paesi di maggiore longitudine, onde pare che la declinazione dell' Ago sia maggiore, o minore in rapporto dell' angolo che fa la sua direzione al Polo Magnetico col Meridiano del luogo, dove si osserva; dal che si comprende, che se la declinazione dell' Ago cresce in uno stesso luogo annualmente in verso Ponente similmente come se si avanzasse di latitudine, o di longitudine, la causa non può essere che il cammino del Polo Magnetico verso quella parte.

Ma ciò supposto, qual è mai la causa di siffatto cambiamento del Polo Magnetico? Proviene forse da un effetto conseguente della diurna rotazione della Terra? Vediamo, se ciò è possibile.

Esistono nei Paesi più Settentrionali, come e. gr. a 70, o pur 75 gradi di latitudine grandi miniere di ferro, e tali miniere si estendono non solo nel Continente, ma forse passano per di sotto il fondo del mare e chi sa che non formino una specie di armilla tutto attorno quei paralleli, o una calotta sino al Polo, ma certo è grande la loro estensione; or si sa, che il ferro resta calamitato da replicate fregature, o striscj del Magnete tiratovi sopra da una parte, purchè non s' interrompa l' operazione con movimento contrario; se dunque un tempo ridotto il Globo terracqueo alla sua forma, e struttura presente, restò frapposto alle dette miniere, o ad una parte in contatto un grande ammasso magnetico, questo ammasso in forza dell' incessante moto rotatorio della terra, che lo concita in sommo grado, col solo tocco, ed urto in luogo di fregatura potrebbe aver poco a poco nel decorso de' secoli calamitato il ferro circondante, o contiguo, e indi la calamitazione continuando potrebbe aver preso una grande estensione, ed ancora seguitare a prenderne maggiormente; e ciò posto poichè attirerà non solo il Magnete originale, ma anche la parte calamitata, se la calamitazione non è ancora trasfusa da un estremo all'altro delle miniere, cambiandosi sempre il centro attraente secondo l' estensione crescente della calamitazione, l' Ago Magnetico dovrà piegare continuamente a seconda del detto centro. Ma venuto che sarà il tempo della totale calamitazione, siano in forma d' armilla, o di calotta quelle miniere, o pure non estese per tutta la fascia tra quei paralleli, il centro magnetico resterà immobile, ed annualmente più non si vedrà crescente declinazione dell' Ago, e solo seguiteranno le altre due variazioni osservate, e verificate dal Sig. Cassini, quando per altro la differente durata dei tempi dell' accostamento al Nord, e discostamento, come dice l' insigne Astronomo, non faccia l'effetto, che qualche poco annualmente avanzi verso Ponente, se pure è possibile, che allora più non camminando il Polo Magnetico, seguiti l' Ago a declinare deviando sempre dalla sua naturale tendenza.

Per altro quanto al movimento del Polo Magnetico della Terra per via di calamitazione non dissimulerò un obbietto: in quelle grandi masse di ferro, toccate per naturale combinazione dall' originale Magnete, poteva egli introdursi in forza del diurno moto rotatorio della Terra il magnetismo tanto, quanto lo s' introduce col nostro esperimento della calamitazione artificiale? Io crederei di sì. Non oso per altro sostenere questa opinione positivamente, e la sottopongo agli illuminati Fisici sperimentatori.

Ma frattanto possibile, o non possibile la immaginata calamitazione, o qualunque altra ne sia la causa, io mi ristringo a tener per ora quasi certo l' effetto, cioè il supposto movimento del Polo Magnetico verso Ponente: lo prova la troppo insigne crescente annua declinazione dell' Ago in Europa colle osservazioni di due secoli, e mezzo; lo prova coerentemente alle osservazioni la riflessione fatta superiormente sull' angolo che fa la direzione magnetica col Meridiano; in fine lo prova per induzione la osservazione stessa del Sig. Cassini, perchè se l' Ago avanza declinando a Ponente sei mesi sopra tre che piega a Levante, dopo i quali si trova più avanzato che nell' anno precedente, e non ritrocede, come nella variazione diurna per rimettersi alla tendenza sua naturale, questo è indizio che il Polo Magnetico verso quella parte progredisce.

Una parola sulla inclinazione dell' Ago. Se il Polo Magnetico, o centro attraente della materia Magnetica ora esiste a 280 gradi di longitudine, egli è rispetto all' Europa ancora nella parte inferiore dell' Emisfero, e perciò l' Ago deve insignemente, come osservasi, piegare al basso nel tempo stesso che declina dal Meridiano.

ME-

METODO PER TROVAR LE RADICI NUMERICHE D' OGNI EQUAZIONE

Di Giuseppe Cassella

Presentato il dì 3 *Dicembre* 1803.

Da Vincenzo Chiminello.

Per rispondere come conviene al quesito proposto dalla Società Italiana delle Scienze (*a*) è bene di tener presente il quesito medesimo, onde spaziandosi non si abbia da sortir fuori de' limiti, e delle condizioni, ch' esige il Problema.

Propone pertanto la Società il premio

„ A chi meglio, ed interamente esporrà il metodo più
„ breve, cioè men faticoso per trovare le radici numeriche
„ di un' Equazione di qualunque grado.

La condizione aggiunta di non ammettersi al concorso del premio che sole Memorie inedite; mi ha obbligato di pensare a' seguenti espedienti, che in un generale metodo ho l' onore di proporre alla Società. Procuro di giugnere alla soluzion del Problema in due diverse maniere, che poggiano sullo stesso principio.

Prima maniera.

1. È noto per una generale proprietà dell' Equazioni, che mettendo in una qualsivoglia Equazione in vece dell' ignota il valore di essa, tutt' i termini si distruggono l'un l'altro, e l' Equa-

---

(*a*) Questa Memoria non è giunta in tempo ond' essere ammessa al concorso aperto col programma 19 Luglio 1802. *Il Segretario* l' Equazione stessa diviene zero. Io etsendo questa proprietà, deduco dagli stessi principj quest' altra legittima, e generale conseguenza: che *sostituendo in una Equazione qualunque in vece dell' ignota* (di qualunque grado) *il di lei valore* (monomio, o polinomio, noto, o in parte noto); *avanzando residuo, ove l' ignota abbia l' istesso grado che quella sostituita; questo residuo deve essere eguale esattamente all' Equazione sostituita*. Gli esempj seguenti metteranno più in chiaro la verità della nostra proposizione, dedotta dalla natura stessa delle Equazioni.

2. Nell' Equazione
$$\begin{array}{l} x^2 - ax + ab = 0 \\ \qquad\; - bx \end{array}$$
sostituendo in qualunque modo per x il valore a, così che vaglia l' Equazione $x - a = 0$, il residuo sarà sempre $x - a = 0$, e quindi $x = a$. In fatti sostituendo in questo modo si avrà I.°
$$\begin{array}{l} a^2 - ax + ab = 0 \\ \qquad\; - bx \end{array}$$
ed
$$a^2 + ab = (a+b)x \text{ cioè } x = \frac{a^2 + ab}{a + b} \text{ cioè } x = a \text{, ed } x - a = 0.$$
II.° Nella stessa ipotesi di $x - a = 0$ facendo un'altra diversa sostituzione sarà
$$\begin{array}{l} x.x - ax + ab = 0 \\ \qquad\;\; - bx \end{array}, \text{ cioè } \begin{array}{l} ax - ax + ab = 0 \\ \qquad\;\; - bx \end{array}$$
ossia $ab - bx = 0$, ed $a - x$, ossia $x - a = 0$, come prima. III.° sostituendo in altra diversa maniera si avrà
$$\begin{array}{l} x^2 - a^2 + ab = 0 \\ \qquad\quad - ba \end{array},$$
cioè $x^2 = a^2$, e $x = a$ come negli altri due casi, così del resto.

3. Vale lo stesso nell' Equazioni di più alto grado. Sia l' Equazione
$$\begin{array}{l} x^3 - ax^2 + abx + abc = 0 \\ \qquad - bx^2 + acx \\ \qquad - cx^2 + bcx \end{array}.$$
I.° Si supponga $x = a$, onde sia $x - a = 0$, e si sostituisca nella proposta, onde si abbia un residuo dello stesso grado $x - a = 0$: si avrà
$$\begin{array}{l} a^3 - a^3 + a^2b + abc = 0 \\ \quad - ba^2 + a^2c \\ \quad - ca^2 + bcx \end{array},$$
cioè $bcx - abc = 0$, ossia $x - a = 0$;

ch'è

ch' è l' Equazione sostituita. II.° Si avrà anche, sostituendo diversamente,

$$\begin{array}{llll} a^3 & - a^3 & + a^2b & - abc = 0 \\ & - ba^2 & + a^2c & \\ & - cx^2 & + bac & \end{array}$$

la quale diviene $-cx^2 + a^2c = 0$, ossia $x^2 = a^2$ ed $x = a$, o $x - a = 0$, ch'è la stessa Equazione. In questo esempio si è ottenuto il residuo dell' istesso grado dopo una estrazione di radice. Non occorre di applicare diversamente il metodo nell' esempio di questo numero.

4. Il metodo applicato all' Equazioni di più alto grado riesce egualmente felice, anche quando l' Equazione che si sostituisce, sia di grado maggiore del primo. Sia data l' Equazione (M)

$$\begin{array}{lllll} x^4 & + ax^3 & + bx^2 & + bcx & + bd = 0 \\ & + cx^3 & + acx^2 & + adx & \\ & & + dx^2 & & \end{array}$$

e si supponga che valga l' Equazione $x^2 + ax + b = 0$, o ch' è lo stesso, $x^2 = - ax - b$. Sostituendo per x^2 le quantità eguali $-ax-b$, ad arbitrio, si avrà

$$\begin{array}{lllll} x^2(-ax-b) & + ax(-ax-b) & + bx^2 & + bcx & + bd = 0 \\ & + cx(-ax-b) & + acx^2 & + adx & \\ & & + dx^2 & & \end{array}$$

ossia

$$\begin{array}{lllllll} - ax^3 & - bx^2 & - a^2x^2 & - abx & + bx^2 & + bcx & + bd = 0 \\ & & - acx^2 & - bcx & + acx^2 & + adx & \\ & & & & + dx^2 & & \end{array}$$

e sostituendo una seconda volta, e riducendo sarà

$$\begin{array}{llll} -ax.(-ax-b) & - a^2x^2 & - abx & + bd = 0 \\ & + dx^2 & + adx & \end{array}$$

ossia finalmente, $dx^2 + adx + bd = 0$ della stessa forma dell' Equazione sostituita, la quale diviene $x^2 + ax + b = 0$, ch' è l' Equazione supposta, che divide l' Equazione (M).

5. Facendo altre arbitrarie sostituzioni si giugnerà sempre allo stesso risultato. Nell' Equazione (M) disposta così

$$\begin{array}{lllll} x^2 . x^2 & + ax . x^2 & + b . x^2 & + bcx & + bd = 0 \\ & + cx . x^2 & + ac . x^2 & + adx & \\ & & + d . x^2 & & \end{array}$$

in vece di x^2 si sostituisca il suo eguale $- ax - b$, si avrà

$(-ax-b)$

$$\begin{array}{l}(-ax-b).(-ax-b)+ax.(-ax-b)+b(-ax-b)+bcx+bd=0\,,\\ \qquad\qquad +cx.(-ax-b)+ac.(-ax-b)+adx\\ \qquad\qquad\qquad\qquad +d.(-ax-b)\end{array}$$

cioè moltiplicando e riducendo, $-cax^2-a^2cx-bac=0$ (dell' istesso grado, e forma della supposta $x^2+ax+b=0$), che diviene $x^2+ax+b=0$, ch' è la stessa che quella supposta, e che per conseguenza è un fattore dell' Equazione proposta (M). Vale lo stesso facendo diverse altre sostituzioni, anche quando il fattore scelto fosse di grado più alto.

6. Ciò posto, ecco come metto a profitto questa interessante proprietà dell' equazioni nella loro soluzione: nel che mi servo de' termini i più generali. Siano le due equazioni

I.ª $x^m+ax^{m-1}+bx^{m-2}+cx^{m-3}$ ec.

II.ª $x^n+dx^{n-1}+ex^{n-2}+fx^{n-3}$ ec., che moltiplicate insieme danno l' Equazione generalissima

$$(A)\quad \begin{array}{l}x^{m+n}+ax^{m+n-1}+bx^{m+n-2}+cx^{m+n-3}+cdx^{m+n-4}\text{ ec.}\\ \qquad\quad +dx^{m+n-1}+adx^{m+n-2}+bdx^{m+n-3}+bcx^{m+n-4}\text{ ec.}\\ \qquad\qquad\qquad +ex^{m+n-2}+aex^{m+n-3}+efx^{m+n-4}\text{ ec.}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad +fx^{m+n-3}\end{array}$$

(Non sarà difficile di portare innanzi i rimanenti termini della formola per li noti metodi dell' Algebra, giacchè i coefficienti de' termini x^{m+n-1}, x^{m+n-2}, ec. seguono leggi costanti). Ora supponendo che uno de' fattori del grado m, che risolva l' Equazione generalissima (A) sia

$x^m+a'x^{m-1}+b'x^{m-2}+c'x^{m-3}$ ec. $=0$, sarà anche

$x^m=-a'x^{m-1}-b'x^{m-2}-c'x^{m-3}$; e fatte le opportune sostituzioni, l' Equazione (A) del grado $m+n$ si abbassa a un grado inferiore $m+n-1$.

7. Di fatti l' Equazione (A), sostituendo l' equivalente solo nel primo membro x^{m+n}, diviene

$$(B)\quad \begin{array}{l}-a'x^{m+n-1}-b'x^{m+n-2}-c'x^{m+n-3}-\text{ ec.}\\ +ax^{m+n-1}+bx^{m+n-2}+cx^{m+n-3}+\text{ ec.}\\ +dx^{m+n-1}+adx^{m+n-2}+bdx^{m+n-3}+\text{ ec.}\\ \qquad\qquad +ex^{m+n-2}+aex^{m+n-3}+\text{ ec.}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad +fx^{m+n-3}+\text{ ec.}\end{array}$$

e poichè si è supposto che $x^m + a'x^{m+n-1} + b'x^{m+n-2} + c'x^{m+n-3}$ ec. sia uno de' fattori dell' Equazione generale (A), così facendo $a'=a$, $b'=b$, $c'=c$ ec., l'Equazione (B) passa in quest'altra,

$$(B') \qquad \begin{array}{llll} +dx^{m+n-1} & +adx^{m+n-2} & +bdx^{m+n-3} & +\text{ ec.} \\ & +ex^{m+n-2} & +aex^{m+n-3} & +\text{ ec.} \\ & & +fx^{m+n-3} & +\text{ ec.} \end{array}$$

nella quale Equazione, ch' è di un grado inferiore della proposta (A), di cui si cercano le radici, io osservo che il coefficiente d del primo termine è il coefficiente del secondo termine dell' Equazione II.ª al n.° 6, la quale conosciuta, si determinerà anche la a, dappoichè nell' Equazione generale (A) è noto il coefficiente del secondo termine eguale alla somma $a + d$. Più il coefficiente $ad + e$ dell'Equazione (B') è eguale al coefficiente simile dell' Equazione (A) meno la quantità b, così del resto. Si osservi che non prosieguo la sostituzione fino ad ottenere un residuo dell' istessa potenza dell' Equazione, che si è sostituita. Per ora mi valgo della sola prima sostituzione.

8. Evvi, com'è chiaro, una stretta relazione fra i coefficienti simili delle due Equazioni (A), e (B'), la quale relazione ci darà una norma per trovare i fattori di una qualsivoglia Equazione proposta a risolversi, e quindi le radici della medesima o vere, o almeno per approssimazione. Dappoichè fatto il confronto de' termini d' ambe l' Equazioni si verrà in cognizione delle quantità a, b, c, ec. che sono i coefficienti dell' Equazione supposta, uno de' fattori della proposta a risolversi. Intanto per ottenerlo, conviene prima di tutto determinare il massimo esponente sì dell'Equazione data a risolversi, che di quella, la quale si vuole che sia uno de' di lei fattori, ossia delle due Equazioni (A), e (B'); e non sarà difficile dando ad m ed n tali valori, che gli spettano, secondo il bisogno.

9. Così, avendo a risolversi un' Equazione di 4. grado, si farà $m = 2$, $n = 2$, e l' Equazione (A) diverrà

$x^4 +$

$$\left.\begin{array}{l} x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + cd \\ \quad + dx^3 + adx^2 + bdx + bc \\ \qquad\qquad + ex^2 + aex + af \end{array}\right) = 0;$$ e siccome le due Equazioni componenti al n.° 6 hanno il massimo esponente 2, così non si avranno che tre termini in cadauna di esse, e per conseguenza divenendo *zero* tanto f che c, l' Equazione superiore diviene

$$(A) \quad \begin{array}{l} x^4 + ax^3 + bx^2 + bdx + be = 0. \\ \quad + dx^3 + adx^2 + aex \\ \qquad\qquad + ex^2 \end{array}$$ L'Equazione poi

(B') n.° 7 diviene

$$(B') \quad \begin{array}{l} dx^3 + adx^2 + bdx + be = 0. \\ \quad + ex^2 + aex \end{array}$$ Ora, supponendo che uno de' fattori che risolva l' Equazione (A) sia $x^2 + ax + b$, facendo il confronto si avrà (sottraendo dai termini dell' Equazione (A) i termini simili dell' Equazione (B')) I.ª $(a+d)x^5 - dx^3 = ax^3$, ossia si troverà a. II.ª $(b+ad+e)x^2 - (ad+e)x^2 = bx^2$, cioè si trova b. Gli altri due termini, restando i medesimi, non hanno bisogno di confronto. Quindi conchiudo che il fattore che risolve l' Equazione (A) è l' Equazione supposta $x^2 + ax + b = 0$. Ognuno vede che questo metodo suppone che l' ultimo termine dell' Equazione proposta a risolversi si abbia a dividere in due fattori tali, che ci diano l' intento.

10. Dagli anzidetti principj seguono necessariamente i seguenti precetti, che servono per trovare le radici d' una data Equazione o vere, o prossime. I.° Si divida in due fattori l' ultimo termine dell' Equazione data a risolversi. II.° Si passi dall' Equazione (A) all' Equazione (B') n.° 9. colle opportune sostituzioni. III.° Si facciano i confronti de' termini simili delle due Equazioni: questi mi daranno i coefficienti dello scelto fattore, o della scelta Equazione o veri, o prossimi al vero. Questa maniera è attissima per esaminare specialmente se vi siano fattori razionali, ne' quali possa risolversi una data Equazione.

11. Esempio I. Si abbia a risolvere ne' suoi fattori veri, o prossimi l'Equazione numerica $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 5x + 3 = 0$. Paragonati i termini di questa Equazione con quei dell'Equazione (A) n.° 9, si avranno le due Equazioni I.ª $a + d = 3$; II.ª $b + ad + e = 6$ (gli altri confronti possono trascurarsi). Quindi seguendo i precetti dati. I.° L' ultimo termine 3 si divida ne' fattori 3, e 1, onde sia $b = 3$; $e = 1$. II.° Si passi all' Equazione (B') n.° 9 onde si abbia

(B') $$\begin{array}{llll} dx^3 & + adx^2 & + 3dx & + 3 = 0 \\ & + x^2 & + ax & \end{array}$$ III.° Fatto il confronto de' termini simili, si trovino i valori di a, e di d: così

$$\begin{array}{l|l} \text{I.}^a \; a + d = 3 \text{ Equ. (A)} & \text{II.}^a \; 3 + ad + 1 = 6 \text{ Equ. (A)} \\ \underline{\quad - d = - d \text{ Equ. (B')}} & \underline{-ad - 1 = -ad - 1 \text{ Equ. (B')}} \\ a = 3 - d & \quad 3 = 5 - ad \end{array}$$

Da' quali risultati facilmente si ricava $ad = 5 - 3 = 2$: onde non è difficile di vedere che $a = 2$, $d = 1$. In fatti sapendosi per altro verso, che il terzo termine dell' Equazione (A) è eguale al terzo dell' Equazione (B'), dovrà essere anche $3d + a = 5$: sostituendo nella I.ª $3d + 3 - d = 5$, ossia $2d = 2$; e $d = 1$. (Di seguito si farà sempre questo confronto). Quindi il fattore che risolve l' Equazione $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 5x + 3 = 0$ sarà $x^2 + 2x + 3 = 0$: e l'altro fattore sarà, com' è chiaro, $x^2 + x + 1 = 0$.

12. Esempio II.° Si voglia sperimentare se l' Equazione (A) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 4 = 0$ abbia fattori razionali di secondo grado. I.° L' ultimo termine si divida ne' fattori 2, e 2; onde sia $b = 2$, $e = 2$. II.° Si passi all' Equazione (B') n.° 9, onde si abbia

$$\begin{array}{llll} dx^3 & + adx^2 & + 2dx & + 4 = 0 \\ & + 2x^2 & + 2ax & \end{array}$$ III.° Fatto il confronto de' termini delle due Equazioni (A) e (B') si avrà $a + d = 2$; $ad + 2 = 3$; dalle quali risulta $ad = 1$, e d' onde non sarà difficile di ricavare $a = 1$, $d = 1$. Ma per lo stesso confronto si ha $2d + 2a = 5$, ossia per la prima $2d + 4 - 2d = 5$; quindi $4 = 5$ assurdo. Il fattore adunque $x^2 + ax + 2$, che

(facendo ex. gr. $a = 1$) diviene $x^2 + x + 2 = 0$ non risolve l' Equazione.

13. L' ultimo termine 4 può dividersi anche ne' fattori 1, 4. Si faccia I.° $b = 4$, $e = 1$. II.° Si passi all' Equazione (B') n.° 9, onde sia $dx^3 + adx^2 + 4dx + 4 = 0$. III.° Fatto
$+ \quad x^2 + \quad ax$
il confronto de' due termini primo, e terzo; lasciando gli altri, sarà I.ª $a + d = 2$; II.ª $4d + a = 5$. Dalla II.ª levando la I.ª si avrà $4d + a - a - d = 5 - 2$, ossia $3d = 3$, e $d = 1$ onde $a = 2 - 1 = 1$. Il fattore pertanto $x^2 + ax + 4$, ossia $x^2 + x + 4 = 0$ sembra che possa risolvere l' Equazione.

Ma siccome si è tralasciato il confronto degli altri termini; così conviene esaminare, se questo fattore soddisfa all' Equazione. Coll' ajuto del nostro metodo si ottiene facilmente l' intento. Sostituendo in vece di x^2 il valore eguale $-x - 4$ nella data Equazione
$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 4 = 0$ si avrà
$(-x-4).x^2 + 2x.(-x-4) + 3x^2 + 5x + 4 = 0$, cioè
$-x^3 - 4x^2 - 2x^2 - 8x + 3x^2 + 5x + 4 = 0$, ossia
$-x^3 - 3x^2 - 3x + 4 = 0$, e di nuovo sostituendo
$-x.(-x-4) - 3x^2 - 3x + 4 = 0$, l' Equazione dello stesso grado che ne risulta sarà $-2x^2 + x + 4 = 0$ diversa dal fattore supposto $x^2 + x + 4 = 0$. Quindi si vede chiaro che questo fattore non risolve l' Equazione, e che la proposta non si può dividere ne' fattori razionali di secondo grado. Tentata la sostituzione per un altro fattore $x^2 + ax - 2 = 0$; ovvero $x^2 + ax - 4 = 0$, risolvendo l' ultimo termine ne' suoi fattori $-2x \times -2$, e $-1x \times -4$, si avrà egualmente un risultato incompatibile.

14. Non potendosi avere nè fattori razionali, nè i veri d' una proposta Equazione, l' espediente il più proprio sarà quello di cercare i fattori prossimi; i quali fattori saranno tanto più atti, quanto più si avvicineranno ai veri. Per ottenerli nell' esempio passato, osservo che avendo noi trovato, pel confronto fatto al principio del n.° 12, $a = 1$: e

per l' altro confronto un altro valore di a diverso; (cioè I.ª $a + d = 2$, II.ª $4 + ad = 1$, ossia facendo II.ª $ad = -2$, e $d = -\frac{2}{a}$, e sostituendo nella I.ª $a - \frac{2}{a} = 2$, ed $a^2 - 2a = 2$, ed $a = 1 \pm \sqrt{3}$, e, supposta per maggior semplicità $\sqrt{3} = 2$ per approssimazione, una delle $a = 1 + 2 = 3$); il valore medio delle due $a = 1 = 3$, cioè $a = 2$ sostituito nell' Equazione $x^2 + ax + 4 = 0$, che diviene $x^2 + 2x + 4 = 0$ darà il fattore prossimo, ossia quello che conterrà due radici prossime della proposta Equazione $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 4 = 0$.

15. Con simile artificio si potrà avere l' altro fattore próssimo della medesima Equazione n.° 12, e per conseguenza le rimanenti due radici. Imperciocchè supponendo il fattore $x^2 + ax + 1 = 0$, si passi dall' Equazione (A) all' Equazione (B'), e coll' ajuto d' entrambe si giunga alla determinazione del valore medio della lettera a, la quale determinata darà il fattore prossimo $x^2 + ax + 1 = 0$, e quindi le rimanenti due radici prossimamente della medesima Equazione $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 4 = 0$. Ma di queste approssimazioni più opportunamente a suo luogo, trattando della seconda maniera di potere trovare i fattori, che risolvono la proposta Equazione. Per ora basti di averne soltanto indicato il metodo.

16. È così generale il metodo, che deve valere anche quando i fattori siano fratti, cioè quando i coefficienti delle due Equazioni componenti la proposta a risolversi siano o fratti, o misti d' intieri, e di fratti. Dicasi lo stesso delle quantità irrazionali. Sia proposta a risolversi l' Equazione (V) $x^4 + \frac{5}{2} x^3 + \frac{17}{4} x^2 + \frac{49}{8} x + \frac{3}{4} = 0$. I.° I divisori dell' ultimo termine, tralasciando gli altri, sono 1, e $\frac{3}{4}$. Formo l' Equazione $x^2 + ax + \frac{3}{4} = 0$, onde sia $b = \frac{3}{4}$, $e = 1$ II.° Passo dall' Equazione (A) all' Equazione (B') e si avrà

$$\text{(B}'\text{)}\quad dx^3 \begin{array}{l} + adx^2 \\ + \;\; x^2 \end{array} \begin{array}{l} + \frac{3}{4}\, dx \\ + ax \end{array} + \frac{3}{4} = 0\,.$$ III.° Facendo il confronto de'due termini sarà (I.^{a}) $a+d=\frac{5}{2}$; (II.^{a}) $\frac{3}{4}\,d + a = \frac{49}{8}$. Dalla (I.^{a}) si trova $a=\frac{5}{2}-d$; e la (II.^{a}) ci dà $\frac{3}{4}d + \frac{5}{2} - d = \frac{49}{8}$, ossia $6d + 20 - 3d = 49$, e $d = -\frac{29}{2}$. Quindi $a = \frac{5}{2} + \frac{29}{2} = \frac{34}{2} = 17$. Determinata la $a=17$, e fatto $x^2 + 17x + \frac{3}{4} = 0$, sostituito questo fattore nell' Equazione data, trovo che il residuo dell' istessa forma è diverso: lo che m' indica che non sia questo il vero fattore, ma che bisognerà tentarne un altro.

17 L' ultimo termine dell' Equazione proposta a risolversi $\frac{3}{4}$ può nascere dalla moltiplicazione de' due numeri $3, \frac{1}{4}$. I.° Facciasi $b=3$, $e=\frac{1}{4}$; e si formi l'Equazione $x^2+ax+3=0$. II.° Si passi all' Equazione (B'), che sarà

$$\text{(B}'\text{)}\quad dx^3 \begin{array}{l} + adx^2 \\ + \frac{1}{4}\, x^2 \end{array} \begin{array}{l} + 3dx \\ + \frac{1}{4}\, ax \end{array} + \frac{3}{4} = 0\,.$$ III.° Fatto il confronto de' due soli termini dell' Equazioni (A) e (B'), si avranno altre due Equazioni I.^{a} $a+d=\frac{5}{2}$; II.^{a} $3d+\frac{1}{4}a = \frac{49}{8}$. Il valore di $3d=\frac{15}{2}-3\,a$ della I.^{a} si passi nella II.^{a}, e si avrà $\frac{15}{2} - 3a + \frac{a}{4} = \frac{49}{8}$; e $15.4 - 24a + 2a = 49$

ossia $a = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$. Pertanto l'Equazione supposta essere un fattore della proposta sarà $x^2 + ax + 3 = 0$, cioè $x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = 0$: la quale sostituita nella proposta a risolversi (V) n.° 16 secondo il nostro metodo, e dandomi lo stessissimo residuo $x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = 0$, conchiudo ch' essa sia uno de' suoi fattori.

Seconda maniera.

18. La Società richiede, che il metodo che si dà per ritrovare le radici numeriche di qualsivoglia Equazione sia il più breve, o il men faticoso. Quindi se a taluno sembrasse troppo lungo, ed imbarazzante il metodo esposto finora, potrà battere la strada, che ne' seguenti numeri s' indicherà. Poggia il metodo sugli stessi esposti principj, e non n'è che un corollario.

19. E per vero, se un fattore scelto ad arbitrio d' un grado inferiore all' Equazione proposta a risolversi contenga alquante radici, che nell' Equazione stessa si contengono; sostituito questo nell' Equazione, il residuo dell' istesso grado e dell' istessa forma del fattore deve essere eguale precisamente al fattore istesso, che si è scelto. Da questa proposizione già dimostrata, e sviluppata ne' primi numeri di questo scritto seguono necessariamente i seguenti precetti I.° Si scelga una Equazione d' un grado inferiore alla proposta a risolversi, il cui ultimo termine noto sia uno de' fattori dell' ultimo termine della proposta: gli altri coefficienti siano quantità ignote. II.° Si facciano le opportune sostituzioni, finchè si giunga a un residuo dell' istesso grado, e della forma medesima della Equazione scelta. III.° Diviso ciascun termine di questo residuo per l' altro fattore già noto, si faccia il confronto de' termini simili ciascuno a ciascuno. IV.° Si trovino i valori delle ignote con questo confronto, o veri, o pros-

o prossimi. Si avrà così un fattore che conterrà tante radici della proposta Equazione a risolversi, quante unità contiene il massimo esponente dell' ignota in questo stesso fattore. L'applicazione del metodo, e degli esposti precetti agli esempj, ci farà conoscere alcune vie più brevi, onde adoperando qualche industria, si può giugnere più facilmente all' intento.

20. E per servirci de' termini più generali: sia l' Equazione (A) $x^5+px^4+qx^3+rx^2+ſx+th=0$; i coefficienti della x in questa Equazione sono tutte quantità note. Secondo i precetti.

I.° Si scelga l' Equazione $x^3+ax^2+bx+h=0$; (h è uno de' divisori dell' ultimo termine dell' Equazione (A), ch'è noto; a, e b sono da determinarsi); onde sia $x^3=-ax^2-bx-h$.

II.° Si facciano le sostituzioni; onde si abbia

$$\left.\begin{array}{l} x^2.(-ax^2-bx-h)+qx^3+rx^2+ſx+th \\ \quad +px.(-ax^2-bx-h) \end{array}\right\}=0$$

cioè riducendo

$$\left.\begin{array}{rrl} -ax^4 & -bx^3- & hx^2+ſx+th \\ & +qx^3+ & rx^2-phx \\ & -apx^3- & bpx^2 \end{array}\right\}=0$$

e di nuovo sostituendo in vece di $-ax^4$ il valore corrisponte $-ax.(-ax^2-bx-h)$, si avrà

$$(B)\quad \left.\begin{array}{l} a^2x^3+abx^2+ahx+th \\ -bx^3-hx^2+ſx \\ +qx^3+rx^2-phx \\ -apx^3-bpx^2 \end{array}\right\}=0;$$ ch'è il residuo dello stesso grado, e della medesima forma, che l' Equazione scelta per fattore $x^3+ax^2+bx+h=0$.

III. Si divida l' Equazione (B) per t altro fattore; o, che val lo stesso, l' Equazione scelta $x^3+ax^2+bx+h=0$ si moltiplichi tutta per t, onde sia $tx^3+tax^2+tbx+th=0$, colla quale moltiplica non resta punto alterata: indi fatto il confronto si avranno le tre Equazioni I.^{a} $a^2-b+q-ap=t$; II.^{a} $ab-h+r-pb=ta$; III.^{a} $ah+ſ-ph=bt$.

21. IV.° Per trovare i valori delle due ignote a, e b, osservo, ch'essendo tre l' Equazioni, e due le ignote, il Problema è più che determinato, per cui bisogna che nell' Equazioni finali l' ignota abbia uno stesso valore in due Equazioni. Pertanto si determinano i valori di a, e di b per mezzo delle tre Equazioni: (nell' operare si abbia la cura di disporle come nel seguente calcolo, e 'l metodo si applica facilmente nella soluzione di altre Equazioni di questa natura). Così il valore nella III.ª $a - p = \frac{bt - f}{h}$ si sostituisca nelle altre due Equazioni, e si avrà

I.ª $(a - p) . a - b + q = t$. ossia $\left(\frac{bt - f}{h}\right) . a - b + q = t$, e

II.ª $(a - p) . b - h + r = at$; ovvero $\left(\frac{bt - f}{h}\right) . b - h + r = at$.

Ora per la III.ª essendo $a = \frac{bt - f}{h} + p$; le due Equazioni diverranno

I.ª $\left(\frac{bt - f}{h}\right) . \left(\frac{bt - f}{h} + p\right) - b + q = t$ (C):

II.ª $\left(\frac{bt - f}{h}\right) . b - h + r = \frac{bt^2 - ft}{h} + pt$ (D). Equazioni finali, che risolvono il Problema.

22. Ora quantunque la natura della presente soluzione richieda perchè sia completa, che almeno uno de' valori di b sia lo stesso in ambe l' Equazioni (C), e (D), giacchè come si è avvertito il Problema è più che determinato: pure non potendosi sempre verificare questa condizione fia bene distinguere due casi. Primo caso. V.° Quando uno de' valori di b è lo stesso in ambe l' Equazioni (C), e (D) n.° 21; si trovi la massima comune misura tra le medesime, e sarà così determinata una delle b, e per conseguenza l'altra ignota a, e finalmente il fattore scelto $x^3 + ax^2 + bx + h = 0$, il quale conterrà tre radici dell' Equazione proposta a risolversi.

si. Secondo caso. VI.° Ove uno de' valori di b non sia lo stesso in ambe l' Equazioni (C), e (D), converrà venire alle approssimazioni; come più dettagliatamente in seguito.

23. Le riflessioni fatte nel passato numero sull' Equazioni di 5.° grado prese a trattare vagliono egualmente se abbiansi a risolvere Equazioni di più alto grado, com' è noto. Tutte le volte che nel primo caso si ha un valore di b ex. gr. eguale in ambe l' Equazioni, che risultano risolvendo il Problema, si avranno le radici vere dell' Equazione, e la soluzione nè sarà per tutt' i versi completa. Nel secondo caso poi non si hanno le radici che per approssimazione. Nel primo caso il nostro metodo è attissimo nel darci i divisori intieri, fratti, od anche irrazionali di qualunque Equazione, essendovene nel tentativo che se ne faccia. Non trovandosene, nel secondo caso ci darà i fattori prossimi, e per conseguenza le radici per approssimazione: nel che si avrà questo vantaggio che tentati due fattori qualunque dell' ultimo termine dell' Equazione proposta a risolversi, sebbene non si trovino atti alla soluzione completa, serviranno almeno pella ricerca delle radici della stessa per approssimazione.

24. Esempio I.° Sia proposta a risolversi l' Equazione di 5.° grado $x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 10x + 6 = 0$. Si faccia il confronto coll' Equazione generale (A) n.° 20, e si avranno i seguenti valori $p = 3$; $q = 6$; $r = 9$; $ſ = 10$: $th = 6$.

I.° L' ultimo termine 6 si divida ne' fattori 3, 2, e si formi l' Equazione $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$, onde sia $h = 3$, $t = 2$.

II.° Fatte le opportune sostituzioni si passerà all' Equazione (B), e III.° si avranno anche le tre Equazioni al n.° 20, che per ora possono tralasciarsi.

IV.° Le tre Equazioni al n.° 20 ci danno le due altre date per b num.° 21, (C), e (D) che sono

$$(C) \quad \left(\frac{2b-10}{3}\right)^2 + \frac{6b-30}{3} - b + 6 = 2$$

(D)

(D) $\frac{2b^2 - 10b - 4b + 20}{3} = 6 + 3 - 9$; le quali diverranno

(C) $b^2 - \frac{31b}{4} + \frac{46}{4} = 0$

(D) $b^2 - 7b + 10 = 0$

V.° Tentata ora la comune misura tra le due Equazioni (C), e (D) si trova in ambe l'Equazioni $b = 2$. Essendo poi n.° 21 $a = \frac{bt-f}{h} + p$ Equaz. III.ª, si avrà $a = \frac{2.2-10}{3} + 3 = \frac{4-10+9}{3} = 1$. Quindi conchiudo che l'Equazione $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$, cioè $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ possa essere uno de' fattori, che diconsi razionali dell' Equazione di 5.° grado proposta a risolversi, e conterrà tre radici di quella. Che poi l' Equazione $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ sia tale realmente, si prova sostituendola in quella di 5.° grado, dappoichè si ritrova che il residuo dell' istessa forma è l' Equazione medesima $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$. Non sarà difficile di rinvenire l' altro fattore, seguendo gli stessi principj.

25. Prima di passar oltre gioverà di fare sulla passata soluzione due osservazioni egualmente importanti. La prima, che potendosi una Equazione qualunque dividere in due fattori razionali, che si dicono, del secondo, o del terzo grado, ec., le due Equazioni finali, che risultano date ex. gr. per b, e costanti dovranno sempre contenere almeno uno de' valori di b, che sarà un numero intiero. Posto ciò non sarà difficile di rinvenirlo: dappoichè dividendo ne' suoi fattori gli ultimi due termini delle suddette Equazioni finali, il fattore comune ad ambi i termini sarà il valore ricercato di b; purchè però la determinazione dell' ultimo termine nell' Equazione la prima volta scelta secondo il I.° precetto al n.° 19 sia stata fatta a dovere. Tutto questo ragionamento è analogo alla dottrina dell' Equazioni. Nel nostro esempio passato le due Equazioni sono

$$(C)\quad b^2 - \frac{31b}{4} + \frac{46}{4} = 0,\ \text{ovvero}\ 4b^2 - 31b + 46 = 0$$

$$(D)\quad b^2 - 7b + 10 = 0.$$

Sciogliendo gli ultimi due termini ne' suoi fattori, saranno del numero 46 due fattori 23, e 2; dell' altro 10 gli-altri 5, e 2. Quindi il fattore 2 comune ad ambi i prodotti 46, é 10 sarà il valore di b, che si è sperimentato soddisfare al Problema. Questa osservazione agevolerà moltissimo la ricerca de' fattori razionali d' una Equazione di qualunque grado.

La seconda osservazione è che contenendo le due Equazioni (C), e (D) del passato numero la soluzione dell' Equazioni di quinto grado: tutte le volte che per gli noti artificj dell' Algebra si potessero rendere eguali le due b, com' esige la natura della soluzione, allora saremo sicuri della completa soluzione delle medesime Equazioni. Ma siccome la discussione di questo articolo richiede più lungo discorso di quello comporta il presente scritto; così passo innanzi nel mio ragionamento.

26. Esempio II.° Si cerchino le radici dell' Equazione di 5.° grado $x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x + 6 = 0$ (M). Fatto il confronto de' termini coll' Equazione (A) si avranno i valori seguenti $p = 3$; $q = -2$; $r = 3$; $ſ = -1$; $th = 6$. Secondo i precetti

I.° Il num. 6 si risolva ne' due fattori 3, e 2: e facendo $h = 3$, $t = 2$, si formi l' Equazione $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$.

II.° III.°, e IV.° Fatte le opportune sostituzioni si avranno le due Equazioni (C), e (D) n.° 21. ridotte

$$(C)\quad \left(\frac{bt - ſ}{h}\right)^2 + \frac{b + p - pſ}{h} - b = t - q$$

$$(D)\quad \frac{tb^2 - ſb - t^2b + ſt}{h} = pt + h - r:\ \text{cioè in numeri}$$

$$(C)\quad \left(\frac{2b + 1}{3}\right)^2 + \frac{6b + 3}{3} - b = 4,\ \text{ossia (C)}\ 4b^2 + 13b - 26 = 0$$

$$(D)\quad \frac{2b^2 + b - 4b - 2}{3} = 6 + 3 - 3,\ \text{cioè (D)}\ 2b^2 - 3b - 20 = 0$$

27. Ora poichè non si trova alcuna comune misura fra le due ultime Equazioni (C), e (D) date per b, e costanti, per essere il valore di b diseguale in entrambe; perciò si deve venire alle approssimazioni secondo il precetto VI.° Su di che io ragiono così. Egli è certo che allora l'Equazione scelta, ch'è uno de' fattori, che risolve l' Equazione data (nel nostro caso $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$) è la vera, quando almeno uno de' valori di b è eguale, o lo stesso in ambe l' Equazioni finali per esempio nelle nostre (C), e (D): per cui tanto maggiormente l' Equazione si avvicinerà alla vera, o, ch'è lo stesso, tanto più le radici, che si cercano, saranno prossime alle vere, quanto i due valori di b più si accosteranno tra loro. Ecco pertanto una regola. Conviene scegliere que' valori di b ex. gr. nelle due Equazioni (C), e (D), i quali più si avvicinano tra loro, e trovato il valore medio di essi si metta nell' Equazione $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$, questo ci darà la soluzione del problema. L'approssimazione poi sarà tanto maggiore, quanto più si conoscerà che i valori di b si accostano tra loro, vale a dire quando si abbiano con approssimazione maggiore i di lei valori. Vedremo tra poco che questi prossimi valori dipendono moltissimo dalla scelta, che si fa, de' fattori dell' ultimo termine dell' Equazione proposta a risolversi.

28. E giacchè si deve venire alle approssimazioni; VI.° per ottenere nel nostro esempio i valori prossimi di b la via più breve che si possa battere è la seguente: metodo che si potrà tenere nella ricerca de' valori prossimi dell' ignota nell' Equazioni di più alto grado, ove lo sviluppo suol essere oltremodo tedioso. Le due Equazioni al n.° 26 sono

(C) $4b^2 + 13b - 26 = 0$

(D) $2b^2 - 3b - 20 = 0$

Nell' Equazione (C) si metta 1 per b, e si avrà (seguendo i nostri principj sviluppati ne' primi numeri) $4.1 + 13b - 26 = 0$,

cioè $13b = 26 - 4$, e $b = \frac{22}{13}$, cioè $b = 2$ prossimamente. Si metta $b = 2$ nell' Equazione, e si avrà $4.4 + 13b - 26 = 0$ cioè $13b = 26 - 16$, e $b = \frac{10}{13}$ minore di 2. È facile di vedere che b è media tra 1, e 2. Così facendo $b = 1,5$ si avrà sostituendo
(C) $4.(2,25) + 13b - 26 = 0$, cioè $13b = 26 - 9$, ossia $13b = 17$; e $b = \frac{17}{13} = 1,2$ prossimamente. Quindi conchiudo che uno de' valori di b è eguale a $1,5$ prossimamente.

Nell' altra Equazione (D) si metta 1 per b e si avrà $2.1 - 3b - 20 = 0$, cioè $3b = -18$, e $b = -6$ troppo lontana dall' ipotesi fatta $b = 1$: facendo $b = 3$ si avrà $2.9 - 3b - 20 = 0$, cioè $3b = -2$, e $b = -\frac{2}{3}$. Si faccia $b = 4$, si avrà $2.16 - 3b - 20 = 0$; cioè $3b = 12$, e $b = \frac{12}{3} = 4$ secondo l' ipotesi fatta. Quindi una delle $b = 4$ nell' Equazione (D). Si hanno dunque due valori diseguali $b = 1,5$, $b' = 4$: il medio $\frac{b + b'}{2} = \frac{1,5 + 4,0}{2} = 2,75$ sarà il valore ricercato. Ora la III.ª Equazione al n.° 20 $a = \frac{bt - 1}{h} + p$ ci darà il valore di $a = \frac{(2,75).2 + 1}{3} + 3 = 5,2$ prossimamente. Sostituendo pertanto nell' Equazione $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ i valori prossimi di b, e di a, si avrà l' Equazione $x^3 + (5,2)x^2 + (2,75)x + 3 = 0$; la quale conterrà tre radici prossime dell' Equazione proposta a risolversi nel n.° 26, (M) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x + 6 = 0$.

29. Ma siccome si hanno due altri valori di b diversi,

il primo $b = -5$, o nell'Equazione (C), il secondo $b' = -2,5$ nell'Equazione (D), de' quali il valore medio è $-3,75$: così si avrà un altro fattore prossimo della proposta Equazione di 5.° grado, ch'è $x^3 + ax^2 - (3,75)x + 3 = 0$: il valore di a si determina pell' equazione III.^{a}, come nella passata soluzione. Avverto però che sebbene la differenza tra le due b nella prima soluzione è la stessa quantità $2,5$ che in questa, pure essendo la prima b positiva, la seconda negativa, ed i valori di a che ne risultano anche diversi, si avranno due Equazioni differenti di terzo grado, che conterranno tre radici per approssimazione differenti le une dalle altre.

30. I valori di a, e di b hanno una strettissima relazione coi fattori, ne' quali si divide l' ultimo termine noto d'una data Equazione: quindi converrà esaurire tutti questi fattori, almeno i numeri intieri, per potere scegliere que' valori di a, e di b, che siano i più atti, e che diano i valori i più prossimi delle radici numeriche della Equazione proposta a risolversi. Anzi la scelta de' fattori non dee essere indifferente, e diviene assolutamente necessaria quando si voglia spingere l' approssimazione più oltre. Così nel nostro esempio dalla sostituzione degli altri due fattori 6, e 1 dell' ultimo termine dell' Equazione si debbono dedurre i valori di b, e di a, ed indi esaminare quali de' valori differenti di b, e di a si approssimano più tra loro, onde si abbia un fattore più prossimo della proposta Equazione. Allora a cagion di esempio il fattore $x^3 + ax^2 + bx + 6 = 0$ sarà da preferirsi all' altro $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$, perchè il primo dà le radici dell' Equazione più prossime che il secondo. Anderei troppo a lungo, se volessi partitamente tutto esaminare.

31. Il Problema, seguendo questa nostra maniera, è del genere de' più che determinati, come si è avvertito al n.° 21. Volendosi ridurre a determinato non si deve fare altro che accrescere una condizione di più, o, ch'è lo stesso, trovare una Equazione di più delle date. E lo stretto rapporto tra i valori di a, e di b e i fattori dell' ultimo termine dell'

Equazione proposta a risolversi, ne'quali si avrà attenzione di dividerlo, ci somministra un mezzo quanto attivo, altrettanto utilissimo per le approssimazioni. Suppongasi pertanto uno de' fattori dell' ultimo termine n.° 20. t quantità ignota; e facendo m quantità nota eguale all' ultimo termine della proposta Equazione, onde sia $m = th$, si avrà h altra ignota $= \frac{m}{t}$. Siegue da ciò, che siccome le due finali Equazioni n.° 21 (C), e (D) risolvono un Problema più che determinato, supponendo t, ed h note; così le medesime ridurranno il Problema a determinato facendo t ignota, e conseguentemente $\frac{m}{t}$.

32. Le due equazioni n.° 21 diverranno sostituendo

I.ª (C) $\left((bt - \int)\cdot\frac{t}{m}\right) \times \left((bt - \int)\frac{t}{m} + p\right) - b + q = t$

II.ª (D) $\left(bt - \int\right)\frac{tb}{m} - \frac{m}{t} + r = \left(bt^2 - \int t\right)\frac{t}{m} + pt$

le quali ridotte divengono

I.ª (C) $\left(\frac{bt^2 - \int t}{m}\right)^2 + \frac{bt^2p - p\int t}{m} - b + q = t$

II.ª (D) $\frac{t^2b^2 - \int tb - t^3b + \int t^2}{m} = pt + \frac{m}{t} - r$. In ambe queste Equazioni le quantità b, e t sono ignote, m è l'ultimo termine noto dell' Equazione di 5.° grado proposta a risolversi, come si è detto. Se ora si trovi il valore di b nell' Equazione (C), e si sostituisca in (D) si avrà un' altra Equazione data per t, e costanti, che risoluta mi darà un valore di t da mettersi nell' Equazione scelta, la quale risolve il Problema. Ognuno però può facilmente vedere, che in questo caso l' Equazione data per t montando a un grado troppo alto manca a questo metodo quel grado di semplicità, che richiede essenzialmente la Società, onde riesca facile la soluzione dell' Equazioni numeriche. Nel risolvere gli altri Probleblemi che seguono, farò vedere come si può scansare l' imbarazzo della lunghezza de' calcoli con un metodo più facile, che io vorrei si mettesse in opera in tutt' i casi possibili avendo a risolversi specialmente Equazioni di alto grado.

33. Esempio III.° Si cerchino le radici dell' Equazione in termini generali $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + fg = 0$.

I.° Si scelga il fattore $x^2 + ax + f = 0$; (f è uno de' fattori dell' ultimo termine fg dell' Equazione); onde sia $x^2 = -ax - f$.

II.° Fatte le opportune sostituzioni, onde sia $x^2.(-ax - f) + px(-ax - f) + qx^2 + rx + fg = 0$, cioè $-ax^3 - fx^2 - pax^2 - pfx + qx^2 + rx + fg = 0$, ovvero $-ax.(-ax - f) - pax^2 + qx^2 - pfx + rx + fg = 0$; riducendo, ed ordinando si avrà

$$(\mathrm{M})\quad \begin{array}{l} a^2x^2 + afx + fg = 0, \\ -pax^2 - pfx \\ +\ qx^2 + rx \\ -\ fx^2 \end{array}$$

residuo dello stesso grado, e della forma medesima del fattore scelto $x^2 + ax + f = 0$.

III.° Si paragoni il residuo (M) col fattore $(x^2 + ax + f)g = 0$; si avranno le due Equazioni I.ª $a^2 - pa + q - f = g$; II.ª $af - pf + r = ga$.

Essendo due le Equazioni, e una la ignota a, il Problema, com'è chiaro, e anche de' più che determinati (a). Intanto

IV.°

(a) L' Equazione (M) in questo num. 33 senza un nuovo calcolo si sarebbe facilmente dedotta dall' altra (B) al n. 20, sebbene quella sia nata dalla risoluzione d' un' Equazione di quinto grado; conservandosi a questo modo generalmente una specie d' uniformità nel calcolo. Dappoichè fatti i due ultimi termini eguali $th = fg$, onde sia $h = f$, $t = g$, e supposti zero i termini ove si trova x^3 nell' Equazione (B), si eguaglino i termini simili, sostituendo in (B) le convenienti lettere, si avrà

$$\begin{array}{l} a.bx^2 + afx + fg = 0. \\ -fx^2 + fx \\ +rx^2 - pfx \\ -pbx^2 \end{array}$$

Avvertendo poi che l' Equazione scelta in questo num. essendo stata $x^2 + ax + f = 0$, è facile a dedur-

IV.° Il valore di a nella I.ª è $a=\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q+f+g}$, e nella II.ª è $a=\frac{pf-r}{f-g}$. Risolvendo in seguito in due fattori l'ultimo termine della proposta Equazione di 4.° grado, che sono f, e g; sostituendoli nelle due Equazioni possono avvenire due casi.

Primo caso V.° *S*e nella sostituzione risultano eguali tra loro le due a, allora sarà completamente risoluta l'Equazione ne' due suoi fattori; uno de' quali sarà $x^2+ax+f=0$.

Secondo caso. VI.° Se le due a riescono diseguali ch'è il caso più frequente, allora si deve venire alle approssimazioni; e il valor medio delle due a sostituito nel fattore $x^2+ax+f=0$ darà due radici prossime della proposta Equazione. Su di che conviene avvertire, che quanto più si avvicinano tra loro i valori a, che vale lo stesso; quanto la differenza di $a-a'$ (chiamando a, ed a' i due valori diseguali) è più picciola, tanto il fattore $x^2+ax+f=0$ darà due radici più prossime dell' Equazione.

34. La scelta, com' è chiaro, dei due fattori dell' ultimo termine della proposta Equazione dovendo essere fatta con intelligenza per la determinazione delle radici per approssimazione; così gioverà di fare qualche riflessione circa questo particolare. Dalla scelta de' due fattori dipende la determinazione delle due a ed a', le quali quanto più si avvicinano tra loro, tanto si avranno più prossimi i valori della proposta Equazione, come si è detto. E quantunque possa trovarsi, com' è chiaro un metodo generale, che nato dalla na-

---

re, che b nell' Equazione (B) diviene a nella nostra, e per conseguenza r, ed s nell' Equazione di quinto grado passano in q, ed r in quelle del quarto; perciò sostituendo si avrà

$$\begin{array}{l} a^2x^2+afx+fg=0 \\ -pax^2-pfx \\ +qx^2+rx \\ -fx^2 \end{array}$$

ch'è evidentemente l'Equazione (M) di questo numero.

natura istessa de' coefficienti della proposta Equazione a risolversi ci metta a portata di quanto si cerca; pure il migliore espediente sarà quello di ſare le opportune sostituzioni particolari; così che a un colpo d' occhio si possa vedere quali fattori siano i più proprj per risolvere il Problema per approssimazione. Vediamolo in qualche esempio.

35. Esemp. IV.° Si cerchino due radici le più prossime dell'Equazione numerica $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4x + 12 = 0$. L' ultimo termine 12 si può dividere in tre fattori razionali positivi, ed intieri 1×12; 2×6; 3×4. Secondo i precetti al n.° 33 si faccia

I.° $x^2 + ax + 4 = 0$; onde sia $f = 4$; e $g = 3$.

II.° III.°, e IV.° Fatti tutt' i confronti si avranno le due $a = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2 + 7} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{29}{4}}$; $a' = \frac{3.4-4}{1} = 8$

La prima a ha due valori $\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{29}{4}}$, $\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{29}{4}}$, che prossimamente sono $\frac{3}{2} + \frac{5}{2}$; $\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$; cioè 4, e -1. Quindi due confronti 1.° $a' - a = 8 - 4 = 4$: 2.° $a' - a = 8 + 1 = 9$.

VI.° Essendo diseguali le due a, a', si avranno due radici prossime dell' Equazione prendendo due valori medj delle due a, a', onde si abbiano due Equazioni $x^2 + ax + f = 0$, cioè

$$x^2 + \left(\frac{8+4}{2}\right)x + 4 = 0;\quad x^2 + \left(\frac{8-1}{2}\right)x + 4 = 0;$$ cioè

I.ª $x^2 + 6x + 4 = 0$; II.ª $x^2 + \frac{7}{2}x + 4 = 0$. La prima darà le due radici più prossime che la seconda.

36. I secondi fattori del numero 12 sono 6, e 2. Facendo pertanto $x^2 + ax + 6 = 0$ sostituendo si avranno le due a, cioè

I.ª $a = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2 + 8}$, cioè $a = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{33}{4}}$, $a = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{33}{4}}$, e per approssimazione $a = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$; $a = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2}$:

II.ª $a' = \frac{3.6-4}{6-2} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$. Quindi due confronti delle a diseguali 1.° $a - a' = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$: 2.° $a - a' = -\frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -5$, e due Equazioni, che conterranno le prossime radici, prendendo il medio valore delle due a, saranno $x^2+ax+f=0$; cioè $x^2+4x+6=0$; $x^2+x+6=0$. La prima di queste due cioè $x^2+4x+6=0$ conterrà le radici, che si approssimeranno più alle vere di quello che si approssimino le radici della seconda, essendo la differenza delle due a più picciola nella prima Equazione.

37. Se ora si paragonino fra loro i risultati nati dalle due diverse ipotesi fatte ne' due passati numeri, si vedrà bene che nella scelta da farsi pella determinazione dell' ultimo termine dell' Equazione, che dev' essere uno de' fattori della proposta, i due fattori 2, e 6 (n.° 36) sono da preferirsi agli altri due 3, e 4 (n.° 35), ne' quali si può dividere il numero 12 ultimo termine dell' Equazione di quarto grado proposta a risolversi. Così delle due Equazioni che risultano dopo i confronti $x^2+6x+4=0$, $x^2+4x+6=0$, la seconda contiene due radici più prossime alle vere, che la prima: dappoichè la seconda dà $a-a'=1$, la prima $a'-a=4$, vale a dire che le due a nella seconda si avvicinano più tra loro, che nella prima. Chi volesse spingere le approssimazioni più oltre, e vedere quali fattori siano da preferirsi agli altri, dovrebbe esaurire non solo tutt' i fattori intieri, ma anche i fratti, gli irrazionali, ec., bene inteso che in questa guisa non si dividerà l' Equazione ne' suoi due fattori, che si dicono, razionali d' un grado inferiore alla proposta. Nel nostro esempio si avrebbero ad esaminare anche i due fattori 1, e 12 : indi i tre negativi -3×-4 ; -2×-6 ; -1×-12 . In seguito gli altri $+24\times\frac{1}{2}$; $36\times\frac{1}{3}$ ec. La cosa essendo facile a comprendersi non ha bisogno di ulteriore dilucidazione.

ne . Sarà questo uno de' modi i più facili d' investigare per approssimazione le radici d' una data Equazione.

38. Essendo il Problema così trattato ne' passati numeri del genere dei più che determinati, potrà ridursi a determinato, servendoci dell' artificio adoperato nel numero 31. In effetto supponendo g uno de' fattori dell' ultimo termine dell' Equazione di 4.° grado proposta a risolversi al num.° 35, e t l'ultimo termine noto della medesima; sarà $t=gf$, ed $f=\frac{t}{g}$: quindi sostituendo nelle due Equazioni al num.° 33 art. IV, si avranno due altre Equazioni, ove i valori delle a sono dati per l' ignota g, e costanti. E nella ipotesi la più rigorosa di $a=a'$ (come dovrebbe essere) si avrà la seguente Equazione $\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q+\frac{t}{g}}+g=\frac{pt-rg}{t-g^2}$ (M), che per proseguire le nostre riflessioni sulla natura di questa soluzione, più particolarmente si tratterà nel seguente numero. Intanto ella l' Equazione (M) mi dà subito i due valori di a; e nelle diverse ipotesi di g mi darà anche senza molto imbarazzo, e sollecitamente il loro confronto. In fatti, supponendo $g=2$ uno de' fattori dell' ultimo termine 12 dell' Equazione di 4.° grado num. 35, il primo membro dell' Equazione (M) mi dà la prima $a=\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q+\frac{t}{g}}+g=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}-2+8}$ $=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{33}{4}}$, e prossimamente $a=\frac{9}{2}$; $a=-\frac{3}{2}$: il secondo membro poi darà l' altra $a'=\frac{pt-rg}{t-g^2}=\frac{3\cdot12-4\cdot2}{12-4}=\frac{3.3-2}{3-1}=\frac{7}{2}$: gli stessi risultati che ne' passati numeri. Colla introduzione adunque d' una nuova ignota è sorto un altro mezzo anche facile di fare comodamente il confronto per la investigazione delle radici d' una data Equazione per approssimazione.

39. Ora esaminando più da presso l' Equazione (M) del num. 38. osservo ch' essa contiene in se la completa soluzione dell' Equazioni di 4.° grado. Ma conviene determinare la g supposta ignota. Pertanto ella diverrà $\pm\sqrt{\frac{p^2}{4} - q + \frac{t}{g} + g} = \frac{pt-rg}{t-g^2} - \frac{p}{2}$, e fatt' i quadrati d' ambi i membri sarà

$$g + \frac{t}{g} - q = \left(\frac{pt-rg}{t-g^2}\right)^2 - p \cdot \left(\frac{pt-rg}{t-g^2}\right);\ \text{cioè}$$

$$\left(g + \frac{t}{g} - q\right) \cdot \left(t^2 - 2tg^2 + g^4\right) = \left(pt-rg\right)^2 - \left(p^2t + prg\right) \cdot \left(t - g^2\right)$$

la quale diviene

$$\begin{array}{l} t^2g - tg^3 + g^5 + \frac{t^3}{g} - 2t^2g - qg^4 = r^2g^2 - ptrg + p^2tg^2 - prg^3, \\ \qquad\qquad - qt^2 + 2tqg^2 \end{array}$$

che ordinata per l' ignota q sarà

$$(\mathrm{V}) \qquad \begin{array}{l} g^6 - qg^5 - tg^4 + 2tqg^3 - t^2g^2 - qt^2g + t^3 = 0 \\ \qquad\qquad + prg^4 - r^2g^3 + ptrg^2 \\ \qquad\qquad\qquad - p^2tg^3 \end{array}$$

40. Sull' Equazione (V) io fo questo ragionamento. Se ella contiene in se la completa soluzione dell' Equazione di 4.° grado n.° 33, dappoichè è nata dalla ipotesi di $a = a'$, o di $a - a' = 0$, conterrà anche la soluzione della medesima Equazione di 4.° grado per approssimazione. Due casi possono dunque avvenire: o si può trovare uno de' valori di g nell' Equazione (V) esattamente, e sarà completamente risoluta l' Equazione di 4.° grado: in deficienza, si abbia una delle g per approssimazione, ed allora si avrà anche la a per approssimazione, e non si avranno che le prossime radici della medesima Equazione di 4.° grado. Ora io dico che tutte le volte che l' Equazione si può risolvere in fattori razionali, dovendo allora la g essere un numero intiero, si avrà sempre la completa soluzione della medesima. Che se poi nell' Equazione (V) non si trovi alcuna delle g eguale a un numero intiero, si cerchi il di lei valore per approssimazione, e così

si si avranno le prossime radici ricercate . Questo raziocinio si può, e si dee estendere nella ricerca delle radici dell' Equazioni di più alto grado.

41. La teoria esposta nel passato numero applicata alla pratica nel nostro Esempio num. 35. fa che l' Equazione (V) num. 39 diventi $g^6 - 2g^5 - 100g^3 * - 288g + 144.12 = 0$. Per non portare a lungo i nostri calcoli coi tediosi tentativi (i quali per altro si debbono sempre adoperare, tutte le volte che altronde non si possa venire a capo del valore della g, che si cerca); giacchè ci è noto essere una delle g eguale prossimamente al numero 2: si sostistuisca questo numero nell' Equazione numerica (V), e seguendo il nostro metodo si avrà

$8.8 - 2.4.8 - 100.8 - 288g + 144.12 = 0$, e dividendo tutto per 8 si avrà

$8 - 2.4 - 100 + 18.12 = 36g$, cioè

$- 100 + 18.12 = 36g$; e dividendo di nuovo per 4 sarà $- 25 + 18.3 = 9g$, ossia $\frac{54-25}{9} = g$. Si avrà dunque $g = \frac{29}{9} = 3$ prossimamente. Quindi io deduco che l' ipotesi fatta di $g=2$ vale, e si accosta molto alla vera. Posta $g=2$, si avranno le due $a = \frac{9}{2}$, ed $a' = \frac{7}{2}$, come nelle passate soluzioni. È manifesto dunque, che non potendosi avere uno de' valori di g esattamente, il nostro metodo ci dà due valori di a prossimamente, e per approssimazione due radici dell' Equazione di 4.° grado proposta, contenuta nell' Equazione $x^2 + 4x + 6 = 0$.

42. Volendosi spingere più oltre l' approssimazione, non si deve che cercare un valore di g nell'Equazione del passato numero 41 più prossimo al vero, e sostituirlo nell' Equazione I.ª e II.ª al n. 33 per avere i valori di a, a'; i quali accostandosi più ai veri, e per conseguenza più tra loro, ci da-

daranno un' altra Equazione $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$, le cui due radici, com' è manifesto, si accosteranno vie maggiormente alle vere. Ciascuno facilmente comprende, che un altro valore di g dell' Equazione di sesto grado nel num. 41 ci dà un consimile risultato; in modo che avendosi un altro valore di a diverso dal ritrovato ne' passati numeri, si avrà una nuova Equazione dell' istessa forma, ma di coefficienti diversi $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$, la quale risolvendo anch' essa il Problema, conterrà due altre radici, ma diverse, che anch' esse si approssimeranno alle vere nella proposta Equazione di quarto grado. Ma delle sei Equazioni di secondo grado della forma $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$ (giacchè essendo sei i valori di g nell' Equazione (V), altrettanti saranno i valori medj di a, e per conseguenza sei l' Equazioni che ne risultano) quale sarà quella, che risolverà il Problema più prossimamente? Certamente quella, ove il valore di g si accosta più al vero, o gli è più prossimo: dappoichè esso darà le a più prossime tra loro. Il nostro ragionamento anderebbe troppo a lungo, se si volesse esaminare ogni cosa a parte a parte. Ecco pertanto, oltre ai passati, un altro mezzo attissimo di poter indagare le radici prossime d' una data Equazione di 4.° grado. Non si hanno che a ritrovare i prossimi valori di g nell' Equazione (V) di sesto grado al num. 39, i quali sostituiti in ambe l' Equazioni al num. 35 daranno una copia di valori di a prossimi tra loro; de' quali bisogna prendere un medio: l' Equazione della forma $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$ darà due prossimi valori della proposta Equazione di 4.° grado. Lo stesso metodo servirà nella soluzione dell' Equazioni d' un grado superiore al quarto.

43 Il raziocinio, che si è fatto ne' passati numeri per giugnere a una Equazione data per g, e per coefficienti dell

Equazione di 4.° grado proposta a risolversi, vale anche se vogliasi avere un' altra Equazione indipendentemente da g data per a, e per coefficienti dell' Equazione medesima. Dappoichè le due Equazioni n.° 33 sono I.ª $a^2-pa+q-g=\frac{t}{g}$;

II.ª $\frac{at}{g} - ag = \frac{pt}{g} - r$: che ordinate per g sono

I.ª $a^2g - pag + qg - g^2 = t$; II.ª $at - ag^2 = pt - rg$: cioè

$$\text{I.}^a\ g^2 \begin{array}{l}-a^2g\\+pag\\-qg\end{array} + t = 0;\quad \text{II.}^a\ g^2 - \frac{rg}{a} - t + \frac{pt}{a} = 0.$$

Risolute ambe quest' Equazioni, e eguagliando tra loro i valori di g sorgerà un'altra Equazione (S) data per a, la quale risolverà il Problema o compiutamente, o per approssimazione, seguendo lo stesso ragionamento, che si è fatto nello sviluppo dell' Equazione (V) data per g.

Per iscansare il tedio che si può incontrare nella lunghezza del calcolo, facendo il confronto delle due Equazioni I.ª e II.ª, per giugnere alla finale Equazione (S) si potrà adoperare il seguente artificio. Si trovino i valori di g^2 nella I.ª, e nella II.ª Equazione, e si eguaglino tra loro, onde sia $a^2g - pag + qg - t = \frac{rg}{a} + t - \frac{pt}{a}$; indi trovata di nuovo g si avrà

$$(a^3 - pa^2 + qa - r)g = 2ta - pt,\ \text{ossia}\ g = \frac{2ta - pt}{a^3 - pa^2 + qa - r}$$

Si sostituisca nella I.ª Equaz. quest' ultimo valore di g, e si avrà

$$\left(\frac{2ta-pt}{a^3-pa^2+qa-r}\right)^2 + \left(pa-a^2-q\right)\cdot\left(\frac{2ta-pt}{a^3-pa^2+qa-r}\right) + t = 0;\ \text{ossia}$$

$$ta-pt)^2 + (pa-a^2-q)\times(2ta-pt)\times(a^3-pa^2+qa-r) + (a^3-pa^2+qa-r)^2\times t = 0$$

cioè

$$t^2a^2 - 4pt^2a + p^2t^2 + (3pta^2 - 2ta^3 - 2tqa - p^2at + ptq)\cdot(a^3 - pa^2 + qa - r)$$

$$+ (a^3 - pa^2 + qa - r)^2 \times t = 0,\ \text{ossia finalmente (S)}$$

$$pa^2+qa-r)^2 + (a^3-pa^2+qa-r)\cdot(3pa^2-2a^3-2qa-p^2a+pq) + 4ta^2 - 4pta + p^2t = 0$$

Equazione, ch' è visibilmente di sesto grado, egualmente che l' altra (V) data per g. Quindi vale per questa, quanto si è ne' passati numeri detto nello sviluppo di quella.

44. Tralascio altre riflessioni, che facilmente si presentano nello sviluppo delle passate Equazioni, per venire all' ultima maniera, che credo la più opportuna, e la più semplice, onde si possono risolvere l' Equazioni di tutt' i gradi con maggior semplicità, se non completamente, almeno colla maggior possibile approssimazione: maniera, che come notai al num. 32 vorrei che si scegliesse a preferenza di qualunque altra. Per esporla in un esempio; prendo a trattare l' Equazione di 4.º grado al n.º 35: vale lo stesso delle altre Equazioni di un grado più alto. Risoluta l' Equazione col nostro metodo si è giunto al n.º 43 alle due finali Equazioni

$$\text{I.}^a\quad g^2 \begin{array}{l} -a^2g \\ +pag \\ -qg \end{array} +t=0,\qquad \text{II.}^a\quad g^2-\frac{rg}{a}-t+\frac{pt}{a}=0$$

e dappoichè le due verificate nello stesso tempo contengono la soluzione del Problema; perciò si troveranno con brevità i valori delle ignote a, e g con diverse ipotesi, come nel quì aggiunto esempio. L' Equazione n.º 35, $x^4+3x^3+2x^2+4x+12=0$, sostituendo alle lettere i numeri ci dà le due Equazioni

$$\text{I.}^a\quad g^2 \begin{array}{l} -a^2g \\ +3ag \\ -2g \end{array} +12=0;\qquad \text{II.}^a\quad g^2-\frac{4g}{a}-12+\frac{36}{a}=0.$$

Ora l' ultimo termine 12 si può dividere ne' fattori 4, e 3: facendo dunque $g=4$, sarà I.ª $16-4a^2+12a-8+12=0$, e II.ª $16-\frac{16}{a}-12+\frac{36}{a}=0$; cioè I.ª $-a^2+3a+5=0$; II.ª $4a-16+36=0$. Dalla II.ª si ha $a'=-5$, e dalla I.ª si ha un valore prossimo di $a=-1$: e 'l valore medio sarà $\frac{a+a'}{2}=-\frac{6}{2}=-3$. Si metta $a=-3$ nelle due

Equazioni, e si determini g, onde sia I.ª $g^2 - 20g + 12 = 0$; II.ª $g^2 + \frac{4}{3}g - 24 = 0$: dalle quali Equazioni si avranno i valori prossimi di g, cioè dalla I.ª $g = +1$, dalla II.ª $g = 4$; e 'l medio valore $g = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}$. In seguito si faccia $g = \frac{5}{2}$, e sostituito nelle due Equazioni, sarà I.ª $\frac{25}{4} - \frac{5a^2}{2} + \frac{3.5}{2}a - 5 + 12 = 0$, II.ª $\frac{25}{4} - \frac{4}{a} \cdot \frac{5}{2} - 12 + \frac{36}{a} = 0$. Onde la I.ª ci dà $a = \frac{9}{2}$ prossimamente, come la II.ª $a = \frac{9}{2}$ prossimamente. Io non vo innanzi nelle sostituzioni, giacchè dalla ipotesi di $g = \frac{5}{2}$ mi vengono due valori di a presso che eguali.

45. È facile ora di sapere uno de' fattori prossimi, che risolve l'Equazione proposta $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4x + 12 = 0$, sapendo essere $g = \frac{5}{2}$, $a = \frac{9}{2}$. Dappoichè essendo $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$ l'Equazione che si è scelta per la sostituzione, si avrà $x^2 + \frac{9}{2}x + 12 \times \frac{2}{5} = 0$ ossia $x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{24}{5} = 0$ per l'Equazione, che conterrà due radici prossime della proposta a risolversi. Nel num. 36 si è trovata l'Equazione $x^2 + 4x + 6 = 0$, che per approssimazione risolve la medesima Equazione di quarto grado: i quali due fattori, come è chiaro, poco differiscono tra loro. Giova intanto fare sulla presente soluzione alcune riflessioni, che ci si presentano, le quali riguardano specialmente l'attività del metodo, che trattiamo.

46. E I.° Con una qualunque ipotesi di uno de' fattori dell'ultimo termine della proposta Equazione, nel nostro esempio $g = 4$, si è arrivato a determinare dopo alcune operazioni tanto il valore prossimo di a, quanto quello di g da mettersi nell'Equazione $x^2 + ax + \frac{t}{g} = 0$: ciò che rende

molto più breve la maniera di giugnervi, a differenza di quella adoperata ne' numeri 35, e seguenti ne' quali siamo pervenuti con stento maggiore a risultati consimili. II.° Se si voglia spingere più là l' approssimazione, si farà facilmente, solo che si abbia la cura di mettere nell' Equazione suddetta o i veri valori di g, e di a, i quali si trovano ne' primi tentativi della soluzione delle due Equazioni I.ª e II.ª n.° 44, ovvero di prendere i più prossimi. Riesce facile in questo modo di trovare le radici della proposta Equazione: dappoichè secondo la natura del Problema, essendo due l' Equazioni finali, e una la ignota, non si hanno che a risolvere Equazioni di grado molto inferiore alla proposta; e trattandosi di approssimazioni si ha una soluzione ben generale di tutte l' Equazioni, dipendendo la soluzione dell' Equazioni di più alto grado dalla soluzione di quelle di grado inferiore. III.° Si troveranno anche i fattori razionali, ne' quali potrà dividersi l' Equazione proposta, sebbene non si scelgano sul principio i divisori che convengono: e se si adoperi maggiore industria, anche i divisori irrazionali di una forma più semplice.

47. Chiuda questa Memoria la soluzione di una Equazione numerica di ottavo grado secondo quest' ultima maniera. L' andamento del metodo è lo stesso che quello adoperato ne' passati numeri. L' Equazione a risolversi sia (A) $x^8 + 2x^5 * * * + 3x + 3 = 0$. Si scelga per fattore l'Equazione $x^2 + ax + \frac{3}{g} = 0$, ($a$, e g sono ignote) onde sia $x^2 = -ax - \frac{3}{g}$. Sostituendo si avrà

$$x^2 . x^2 . x^4 + 2x^3 . x^2 + 3x + 3 = 0 \text{, cioè}$$

$$x^4 . \left(-ax - \frac{3}{g}\right) . \left(-ax - \frac{3}{g}\right) + 2x^3 . \left(-ax - \frac{3}{g}\right) + 3x + 3 = 0 \text{; ossia}$$

$$x^4 . \left(a^2x^2 + \frac{6ax}{g} + \frac{9}{g^2}\right) - 2ax^4 - \frac{6x^3}{g} + 3x + 3 = 0 \text{, cioè di nuovo sostitue}$$

x^2.

$$x\cdot\left(-ax-\frac{3}{g}\right)\cdot\left(a^2x^2+\frac{6ax}{g}+\frac{9}{g^2}\right)-2ax^2\cdot\left(-ax-\frac{3}{g}\right)+\frac{6ax^2}{g}+\frac{18x}{g^2}+3x+3=0$$

ossia

$$\left(-ax^3-\frac{3x^2}{g}\right)\cdot\left(a^2x^2+\frac{6ax}{g}+\frac{9}{g^2}\right)+2a^2x^3+\frac{12a}{g}x^2+\frac{18x}{g^2}+3x+3=0$$

la quale ridotta diviene

$$\begin{array}{l}\left({}^2x^2-\frac{3x^2}{g}+\frac{3ax}{g}\right)\cdot\left(-a^3x-\frac{3a^2}{g}+\frac{6ax}{g}+\frac{9}{g^2}\right)-2a^3x^2-\frac{6a^2x}{g}+3x+3=0\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +\frac{12a}{g}x^2\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +\frac{18x}{g^2}\end{array}$$

fatta la moltiplicazione, ed ordinata diviene

$$\begin{array}{llll} a^2x^2\ -2a^3x^2 & & & \\ +\frac{54a^2x^2}{g^2}\ -\frac{12ax^2}{g} & +\frac{3a^5x}{g} & -\frac{6a^2x}{g} & +3=0\\ -\frac{15a^4x^2}{g} & -\frac{36a^3x}{g^2} & +3x & \\ -\frac{27x^2}{g^3} & +\frac{81ax}{g^3} & +\frac{18x}{g^2} & \end{array}$$

Equazione della forma stessa di quella, che si è supposta

$$x^2+ax+\frac{3}{g}=0.$$

48. Ora per fare il confronto si moltiplichi per g l' Equazione $x^2+ax+\frac{3}{g}=0$, onde sia $gx^2+agx+3=0$, e fatto il confronto de' termini simili di questa con quei del residuo, si avranno le due Equazioni

I.ª $a^6+\frac{54a^2}{g^2}-\frac{15a^4}{g}-\frac{27}{g^3}-2a^3+\frac{2a}{g}=g$

II.ª $\frac{3a^5}{g}-\frac{36a^3}{g^2}+\frac{81a}{g^3}-\frac{6a^2}{g}+\frac{18}{g^2}+3=ag$: le quali due debbonsi verificare nello stesso tempo, e verificate daranno la soluzione della proposta Equazione. Il nostro metodo a rigore richiederebbe, che supposta $g = 3$ à cagion d'esempio, ovvero 1 (che sono i due fattori dell'ultimo termine 3 dell'Equazione), e sostituita in ambe l'Equazioni, si venisse di seguito alla determinazione della a risolvendo due Equazioni, una di 5.°, l'altra di 6.° grado. Lo che quanta pena porterebbe, lo sperimenterà chiunque volesse farne la prova. Gioverà pertanto di tenere un' altra strada.

49. Si supponga $g = 1$, ed a anche $= 1$. Si sostituiscano nel seguente modo nelle due Equazioni; onde sia

I.^{a} $1 + 54 - 15 - 27 - 2 + 12a = 1$

II.^{a} $3 - 36 + 81a - 6 + 18 + 3 = a$.

Si determinino le a tanto nella I.^{a}, che nella II.^{a} Equazione, e si avrà I.^{a} $54 - 44 + 12a = 0$; ed $a = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$.

II.^{a} $24 + 80a - 42 = 0$, ossia $a = \frac{18}{80} = \frac{9}{40} = \frac{1}{4}$ circa. Il risultato del calcolo non conviene coll'ipotesi di $g = 1$, $a = 1$.

Secondo: restando $g = 1$, si determinino le a tanto nella I.^{a}, che nella II.^{a} Equazione; così. Sia $a = 2$ nella I.^{a}, e sarà $3.8 + 54.4 - 15\,8.2 - 27 - 2.8 + 12a = 1$; cioè

$$8 + 27 - 30 - \frac{27}{8} - 2 + \frac{12}{8}a = \frac{1}{8},\ \text{ossia}\ 3.8 - 28 + 12a = 0$$

e finalmente $a = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, diversa da $a = 2$. Ma per evitare i fratti si può prendere $a = 2$. Nella II.^{a} poi si faccia $a = 2$; e si avrà

$$3.8.4 - 36.8 + 81.2 - 6.4 + 18 + 3 = a,\ \text{ossia}$$

$$3.8.4 - 36.8 + 159 = a,\ \text{vale a dire}\ 85 - 96 = \frac{a}{3},\ \text{ed}$$

$a = -33$, molto lontana dalla supposta 2. Quindi può supporsi $a = 1$ nella II.^{a} Eqnazione; e prendendo il valore medio sarà $a = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$.

50. Si cerchino i valori di g con questa nuova determina-

zione di $a = \frac{3}{2}$ nella I.^{a} e nella II.^{a} Equazione al n.° 48. Si avrà

$$\text{I.}^a\ \frac{9}{4}.\frac{9}{4}.\frac{9}{4} + 54 \cdot \frac{9}{4}.\frac{1}{g^2} - 15.\frac{9}{4}.\frac{9}{4}.\frac{1}{g} - \frac{27}{g^3} - 2.\frac{9}{4}.\frac{3}{2} + 12.\frac{3}{2g} = g$$

e facendo $g = 2$ si avrà

$$\text{I.}^a\ \frac{9}{4}.\frac{9}{4}.\frac{9}{4} + \frac{27\cdot 9}{2}.\frac{1}{4} - \frac{15.9\cdot 9}{4\cdot 4\cdot 2} - \frac{27}{4\cdot 2} - \frac{2\cdot 9\ 3}{4\cdot 2} + \frac{12.3}{2.2} = g$$

e riducendo

$$\text{I.}^a\ \frac{9\cdot 9\cdot 9}{4\cdot 4\cdot 4} + \frac{243}{8} - \frac{15.81}{4\cdot 4\cdot 2} - \frac{27}{8} - \frac{54}{8} + \frac{36}{4} = g\text{, o anche}$$

$$\frac{9\cdot 9\cdot 9}{4\cdot 4\cdot 4} + \frac{162}{8} - \frac{15\cdot 81}{4\cdot 4.2} + \frac{36}{4} = g\text{; vale a dire}$$

$$\frac{9}{4.4\cdot 4} + \frac{1}{4} - \frac{15}{4\cdot 4\cdot 2} + \frac{1}{9} = \frac{g}{81}\text{, cioè } \frac{9}{4} + \frac{16}{4} - \frac{30}{4} + \frac{16}{9} = \frac{16g}{81}$$

e finalmente $g = \frac{16}{9} \times \frac{81}{16} - \frac{5}{4} \times \frac{81}{16} = 9 - 6$ prossimamente $= 3$. Quindi si potrà prendere $g = 2$ nella I.^{a}

Nella II.^{a} poi, posto $a = \frac{3}{2}$, si avrà

$$\text{II.}^a\ \frac{3.27\cdot 9}{8\cdot 4g} - \frac{36.27}{8g^2} + \frac{81.3}{2g^3} - \frac{6.9}{4\cdot g} + \frac{18.}{g2} + 3 = \frac{3g}{2}$$

e facendo $g = 2$, come nella I.^{a}

$$\text{II.}^a\ \frac{3.9.27}{8.4.2} - \frac{36.27}{8.4} + \frac{81.3}{2.8} - \frac{54}{4.2} + \frac{18}{4} + 3 = \frac{3g}{2}$$

cioè, dividendo tutto per 27,

$$\text{II.}^a\ \frac{27}{8.4.2} - \frac{36.2}{8.4.2} + \frac{18.2}{8.4.2} - \frac{8.2}{8.4.2} + \frac{18}{4.27} + \frac{1}{9} = \frac{g}{2.9}$$

cioè riducendo

$$\text{II.}^a - \frac{25}{8.4.2} + \frac{9}{2.27} + \frac{1}{9} = \frac{g}{2\,9} \text{ e } g = -\frac{9.2.25}{8.4.2} + \frac{9\cdot 9\cdot 2}{9.3.2} + \frac{9\cdot 2}{9} =$$

$- \frac{225}{32} + 3 + 2 = - 7 + 5 = - 2$ prossimamente. Quindi l'ipotesi di $g = 2$ è lontana dal vero.

51.

51. Si faccia in seguito $g = 3$, e si sostituisca nella medesima II.^{a} Equazione, onde sia

$$\text{II.}^a\quad \frac{3\cdot27\cdot9}{8\cdot4\cdot3} - \frac{36\cdot27}{8\cdot3\cdot3} + \frac{81\cdot3}{2\cdot3\cdot3\cdot3} - \frac{6\cdot9}{4\cdot3} + \frac{18}{3\cdot3} + 3 = \frac{3g}{2},$$

e dividendo tutto per 27 sarà

$$\text{II.}^a\quad \frac{3\cdot9}{8\cdot4\cdot3} - \frac{4}{8\cdot} + \frac{3\cdot3}{2\cdot3\cdot3\cdot3} - \frac{2}{4\cdot3} + \frac{2}{3\cdot3\cdot3} + \frac{1}{3\cdot3} = \frac{g}{2\cdot9};\ \text{cioè}$$

$$\text{II.}^a\quad \frac{3\cdot3}{8\cdot4} - \frac{2}{3} + \frac{13}{2\cdot3\cdot3\cdot3} + \frac{3\cdot2}{2\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{g}{9\cdot2};\ \text{e riducendo}$$

$$\frac{3\cdot3}{8\cdot4} + \frac{19}{2\cdot3\cdot3\cdot3} - \frac{36}{2\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{g}{9\cdot2}.\ \text{Quindi}$$

$$g = \frac{3\cdot3\cdot9\cdot2}{8\cdot4} - \frac{17\cdot9\cdot2}{2\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{81}{16} - \frac{17}{3} = 5 - 6\ \text{prossimamen-}$$

te, cioè $g = -1$ per approssimazione: anch' essa diversa dalla supposta $g = 3$.

In seguito fatta $g = 4$. Sarà

$$\text{II.}^a \left(\frac{3\cdot9\cdot27}{8\cdot4}\right)\cdot\frac{1}{4} - 36\cdot\frac{27}{8}\cdot\frac{1}{4\cdot4} + 81\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4\cdot16} - 6\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{18}{4\cdot4} + 3 = \frac{3}{2}g$$

e riducendo

$$\text{II.}^a\quad \frac{3\cdot9\cdot27}{8\cdot4\cdot4} - \frac{18\cdot27}{4\cdot4\cdot4} + \frac{81\cdot3}{16\cdot4\cdot2} - \frac{6\cdot9}{4\cdot4} + \frac{18}{4\cdot4} + 3 = \frac{3}{2}g$$

e seguendo lo stesso metodo, che nelle passate soluzioni, sarà

$$\text{II.}^a\quad \frac{12}{8\cdot16} - \frac{15}{8\cdot4} + \frac{12}{81} = \frac{3g}{2\cdot81},\ \text{ossia}\ \frac{12}{81} - \frac{18}{8\cdot4} = \frac{3g}{2\cdot81};\ \text{e}$$

$$g = \frac{12}{81}\cdot\frac{81\cdot2}{3} - \frac{18}{8\cdot4}\cdot\frac{2\cdot81}{3} = \frac{24}{3} - \frac{9\cdot27}{8} = 8 - 27$$

prossimamente; vale a dire $g = -19$ molto più lontana dalla supposta $g = 4$.

52. Egli è manifesto che il valore di g è medio tra 2, e 3, e che l' ipotesi la più propria è quella di $g = 3$. Quindi

prendendo il medio valore di g, si avrà $g=\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}$. L' Equazione adunque, la quale contiene due radici prossime dell' Equazione di 8.° grado proposta a risolversi, sarà $x^2+ax+\frac{3}{g}=0$, cioè $x^2+\frac{3}{2}x+\frac{6}{5}=0$.

Volendo spingere più oltre l' approssimazione, si debbono cercare i valori di a nelle due Equazioni al n.° 48 coi nuovi valori di $g=\frac{5}{2}$; e così di seguito si determineranno con approssimazione maggiore i valori di g coi nuovi valori di a. L' Equazione di secondo grado che risulta da questa nuova combinazione de' valori di a e di g, ci darà due radici più prossime della proposta Equazione.

53. In due maniere, tralasciando le altre, potrà rendersi più breve il calcolo delle approssimazioni nella ricerca delle radici della passata Equazione, ed in quelle dell'Equazioni consimili di alto grado. La prima è di tentare i limiti, oltre a' quali non possono sortire le radici tanto nella I.^{a} quanto nella II.^{a} Equazione nel nostro esempio, per potere aver così le prossime radici in ambe l' Equazioni; farne in seguito il confronto, onde scegliere le due, che più si accostano fra loro. La seconda è di supporre sul principio una Equazione di esponente più alto, e di determinare in seguito gli esponenti supposti ignoti, seguendo lo stesso metodo, che si è adoperato nel passato esempio. L' Equazioni che risultano, seguendo questo modo di operare, sebbene siano in maggior numero, pure avranno un grado inferiore, e saranno più trattabili. Così nel nostro esempio al n.° 47, e seguenti, in vece di scegliere l' Equazione $x^2+ax+\frac{3}{g}=0$, come si è fatto, potrà scegliersi l' altra di grado più alto $x^3+ax^2+bx+\frac{3}{g}=0$. Si avranno a questo modo tre Equazioni, e tre ignote a determinarsi a, b, g; e lo stesso

artificio, che si è adoperato nel risolvere le due Equazioni al n.° 44, si adopererà nel risolvere le tre altre, che nasceranno seguendo quest' altro metodo, anche più facilmente: quantunque le tre Equazioni si potranno ridurre anche a due, le quali forse si potranno risolvere con maggior semplicità. L' industria vale molto, com' è noto, nelle materie analitiche; ed alcuni incidenti faranno determinare chi maneggia il calcolo a un mezzo a preferenza dell'altro nelle occorrenze, che si presentano.

OSSERVAZIONI

SULL' AZIONE DELL' ACQUA IDRO-SOLFORATA E DELL' ACIDO SOLFOROSO SU DI ALCUNI COLORI VEGETABILI

Di Bartolomeo Barani

Presentate da ANTONIO CAGNOLI

il dì 5 *Dicembre* 1803.

Fra le proprietà assegnate al Gas Idrogeno Solforato dagl' Illustri Chimici Berthollet (1) e Fourcroy (2), non trovo farsi parola dell' azion scolorante, che la soluzione di esso Gas nell' acqua (*Acqua Idro-Solforata*) esercita sopra alcuni colori tratti dai Vegetabili. Siffatta azione mi sembra doversi aggiugnere alle altre proprietà, che rendono l' Acqua Idro-Solforata nel modo di agire cotanto analoga agli Acidi, e che determinarono il Celebre Trommsdorf a proporre di denominarla *Acido Idrozionico* (3).

Fu nello scorso anno che mi si offrì per la prima volta questo fenomeno, nell' occasione di pubblicamente dimostrare, come l' Acqua Idro-Solforata cangi in rosso il ceruleo colore; comunicato all' Acqua dalla Laccamuffa, o dai petali delle Violette. Osservai in tale incontro che versando in detti liquori colorati una data quantità di Acqua-Idrosolforata, essi, come è già noto, acquistano il color rosso, e che una dose più liberale di essa Acqua Idro-Solforata fa sparire ogni co-

---

(1) Annal. de Chim. Observat. sur l' Hydrog. Sulphuré vol. 25. pag. 233.

(2) System. de Connaiss. Chimiq.

(3) Annal. de Chim. vol. 32. pag. 320. et Exposition des Acides, Alcales, Terres et Metaux ec.

lore come se versato vi si fosse dell'Acido Muriatico-Ossigenato (4).

Fatta quest' osservazione attesi con impazienza la bella stagion di Primavera, onde sottoporre, ad un pari cimento, le Acque colorate co' petali di altri fiori. Prescelsi fra essi quelli dell' *Iris Germanica*, dell' *Iris pallida* Lamark, e quei pure di una varietà dell' *Iris Xiphium*.

L' Acqua colorita co' summentovati petali, soggiacque ai cangiamenti osservati già nell' Acqua tinta co' petali delle Violette, e colla Laccamuffa. Se però era il liquore molto saturo di materia colorante, rimanea esso torbido, e leggiermente tinto in color giallo pallido tendente alcun poco al verde oliva.

Immergendo i petali delle sunnominate Iridi intieri, e staccati con diligenza in modo che sofferta non avessero veruna lacerazione nella lor superficie colorita, immutato rimase per buon tratto di tempo il color loro; lo stesso osservai accadere pur anche in altri petali delle medesime piante immersi in diluto Acido Muriatico-Ossigenato.

Ma facendo alcune leggierissime incisioni sull' Epidermide di tali petali, cotesti tagli invisibili all' occhio non armato di lente si rendean conspicui poco dopo la immersione de' petali nell'Acqua Idro-Solforata, od in diluto Acido Muriatico-Ossigenato. Una assai distinguibile linea bianca indicava il luogo in cui erasi fatta l' incisione.

Se con tagliente stromento spogliava alcuna parte di detti petali dell' Epidermide che li ricopre, e venia con ciò a denudar le parti, ove risiede il colore: Lo scolorimento de' petali accadeva con prontezza ne' luoghi denudati, sia che s' immergessero nell' Acqua Idro-Solforata, o nell' Acido Muriatico-Ossigenato.

---

(4) Siami permesso di quì notare uno sbaglio, che si osserva nella terza edizion Francese degli Elementi di Chimica del Celeberrimo Chaptal, sbaglio ch' io credo sia dello Stampatore, e che non è stato corretto dall' editore della Traduzione Italiana di essi Elementi. Si legge in essi che il Gas Idrogeno Solforato cangia in verde il color ceruleo del Siroppo di Viole. Per verità non ò giammai potuto osservare un tal cangiamento quantunque abbia fatte le mie sperienze or coll' Acqua colorata co' petali delle Violette, ed or col Siroppo, ò bensì notato che la prima azione dell' Acqua Idro-Solforata rende il color de' petali delle Violette più o men rosso, e che in seguito prontamente distrugge ogni colore.

Il color rosso ceruleo di cui va adorna la pagina inferiore delle foglie del *Senecio bicolor*, e della *Tredascantia discolor* sparì anch' esso, allorchè queste foglie spogliate di Epidermide, furon immerse ne' sunnominati liquori scoloranti. I petali dell' *Alcea purpurea*, e l' Acqua con essi colorata in parità di circostanze subirono mutazioni eguali.

Dagli enunciati fatti ne trassi motivo di credere, che l' Acqua Idro-Solforata possa far sparire i colori cerulei che adornano alcune parti dei Vegetabili. Ed il celere scolorimento de' petali svestiti di Epidermide, in confronto dell'assai lento loro scolorimento quando siano di essa vestiti, è argomento tale da allontanare il sospetto che un simil effetto, esser possa la conseguenza di una sovverchia diluzione dei liquori coloriti.

Per preparare l'Acqua Idro-Solforata ho fatt' uso di Acido Solforico, e di Solfuro di Ferro artificiale composto col metodo di Scheele. Si potrebbe perciò dubitare, che lo scolorimento de' liquori cerulescenti attribuir si dovesse, non al Gas Idrogeno Solforato, ma bensì all' Acido Solforoso, che d' ordinario trovasi congiunto coll' Acido Solforico del commercio. La volatilità e facile gasificazione dell' Acido Solforoso, somministrar potrebbe per avventura una favorevol prevenzione per siffatta opinione.

Per togliere questo sospetto, mi son servito alla decomposizione del Solfuro di Ferro di Acido Solforico spogliato coll' azione del fuoco di tutto l' Acido Solforoso: ho in oltre disposte le cose in modo, che il Gas Idrogeno Solforato, prima di giugnere all' Acqua in cui volea renderlo liquido, attraversar dovesse qualche quantità di pura Acqua, che con una protratta ebullizione avea spogliata dai Gas, i quali, per il contatto avuto coll' Aria Atmosferica, si fossero in essa disciolti. Praticate tutte queste cautele, ho non ostante osservato dileguarsi il color ceruleo, o si versasse nell' Acqua colorita una satura soluzione di Gas Idrogeno Solforato, o si obbligasse lo stesso Gas a disciorsi in Acqua previamente colorata.

Queste avvertenze della preparazione del Gas Idrogeno Solforato, e della di lui soluzione nell' Acqua, quantunque le credessi opportune a render probabile il mio pensiere rapporto all' azion sua scolorante, non mi sembraron però tali da escludere il sospetto di evoluzione, o di formazione di Gas Acido Solforoso, e nemmeno potea riguardarle come atte a dimostrare, che in grazia della rapida evoluzione del Gas Idrogeno Solforato, una qualche porzione di Gas Acido Solforoso ricusato non avesse di unirsi coll' Acqua destinata al di lui assorbimento.

Affine di togliere tutti cotesti dubbi, emmi sembrato di dover ricorrere all' esame dell' Acqua Idro-Solforata, e procurar di riconoscere se in essa esistesse veruna traccia di Acido Solforoso. La forte attrazione della Barite per un tale Acido, e la insolubilità del sale che risulta dalla loro unione, mi determinarono a valermi di essa, come di un mezzo il più adattato a fissare il mio giudizio.

Versai pertanto in diverse porzioni di tale Acqua delle soluzioni di Barite, e di Muriato della stessa base, ma non osservai verun intorbidamento de' liquori insieme uniti, onde poterne arguire che formato si fosse del Sulfito di Barite. Congiunsi detti reagenti con Acqua cerulea scolorita col Gas Idrogeno Solforato, ed egualmente non mi fu dato di scorgere veruna precipitazione. Volli per ultimo riconoscere, se nell' Acqua destinata a depurare il Gas Idrogeno Solforato dall' Acido Solforoso, esistesse sensibil traccia di esso, ed anche in questo caso osservar non ne potei il più picciolo indizio.

Formossi all' opposto un' abbondante precipitato, quando versai la soluzione Acquosa di Barite o quella di Muriato Baritico in liquori scoloriti coll' Acido Solforoso: osservai pure precipitazioni sensibilmente manifeste ne' liquori scoloriti coll' Acqua Idro-Solforata uniti con soluzioni Baritiche, allorchè vi aggiunsi poche stille di Acido Solforoso. Da ciò inferir si vuole, che la insolubilità del Sulfito di Barite sia tale, da permettere che si riconoscano quantità assai tenui di Acido Solforoso contenuto in un liquore.

Se poi non ostante le esposte sperienze, si volesse ritenere, e riguardare un tal reagente, come inetto a render manifeste quantità tenuissime di Acido Solforoso, non si potrebbe perciò attribuir al medesimo il tolto colore delle indicate sostanze Vegetabili. La sperienza mi à fatto comprendere che la sensibilità di questo reagente è tale da poter decisamente far conoscere quantità di Acido Solforoso inette a far sparire i colori cerulei, ed atte soltanto a modificare tai colori in rosso (1).

Siami lecito far parola di un' altra circostanza, che, se non m' inganno, servir può a convalidare le esposte osservazioni. Sappiamo, e ce lo insegna il celebre Berthollet nella di lui opera sull'arte di tingere, che il colore della Laccamuffa non è distrutto dall' Acido Solforoso, ma bensì cangiato soltanto in rosso. Questa maniera di agire dell' Acido Solforoso sulla Laccamuffa, cotanto diversa da quella dell'Acqua Idro-Solforata, non mostra essa all'evidenza l'azion scolorante del Gas Idrogeno Solforato?

---

(1) Le indagini instituite onde escludere la presenza dell' Acido Solforoso nell' Acqua Idro-Solforata saranno da' Professori di Chimica riguardate come superflue. Sanno essi che risulta dalle sperienze di Fourcroy, la Porte, e Vauquelin (Analys. de l'Eau d'Enhien. Annal. de Chim. vol. 24. pag. 245.) risulta, io dico, che il Gas Idrogeno Solforato ed Acido Solforoso, non possono stare a contatto l' uno dell' altro senza decomporsi, e che una tal decomposizione accade anche quando i detti Gas siano in forma liquida. Mi lusingo però, non ostante, che gli Amatori della Scienza, non mi faranno un demerito, di aver descritti i mezzi de' quali mi sono servito per riconoscere la purezza della mia Acqua Idro-Solforata, e per assicurarmi, nel tempo stesso, che i risultati ottenuti attribuir si debbano al solo Gas Idrogeno Solforato disciolto nell'Acqua.

Conosciuta per mezzo degli esposti replicati tentativi l' azione dell' Acqua Idro-Solforata sul ceruleo colore di alcuni Vegetabili, rimanea da osservarsi se tali materie coloranti sofferta avessero un' alterazion tale, che le rendesse insensibili all' azion di que' corpi, i quali prima modificar ne potevano il colore in rosso, od in verde.

Le sperienze con tal vista instituite mi anno dimostrato, che aggiugnendo Acido Solforico, od altro qualunque Acido al liquor scolorito col Gas Idrogeno Solforato, si rende tosto manifesto il color rosso proprio di queste sostanze modificate da un' Acido, e che gli Alcali comunicano alle medesime il color verde.

Scolorando i liquori cerulei coll'Acido Solforoso, l'aggiunta di un' Acido o di un Alcali produce effetti simili a quelli osservati ne' liquori scoloriti dall' Acqua Idro-Solforata. Cotesta somiglianza negli effetti prodotti da reagenti di composizione diversa, mi rende propenso a credere, che la modificazione cui, nelle esposte circostanze, sono soggette le tante volte nominate sostanze coloranti possa attribuirsi ad una molto analoga maniera di agire de' suddetti reagenti sui colori, azione che per molti rapporti si riscontra diversa da quella dell' Acido Muriatico-Ossigenato. I primi due reagenti dopo di aver comunicata a' liquori cerulei, co' quali siano uniti, l' attitudine di trasmettere i raggi della luce rossi, posson pure modificarli talmente che dian passaggio a tutti i colori della luce ed apparir perciò scoloriti. Ma questa modificazione può subire nuove mutazioni mediante l' azione degli Alcali e degli Acidi, i quali rendon di nuovo manifesta la materia colorante; di più la sola esposizione all' Aria Atmosferica di alcuno di questi scoloriti liquori basta per farci osservare che in grazia del perduto Gas Idrogeno Solforato, esso liquore si colora prima in rosso, e poscia in ceruleo come ò potuto osservare nell' Acqua tinta colla Laccamuffa. E se si brami di far più sollecitamente ricomparire il color della Laccamuffa, non si à che ad esporre il liquor scolorito all' ebullizione: l' azione del fuoco obbligando l' Idrogeno Solforato a nuovamente gasificarsi, ad abbandonar l' Acqua, ed a staccarsi da quella qualunque unione da esso contratta colla materia colorante, fa che questa manifesti il consueto colore.

Ben diversa dall' or descritta azione si è quella dell' Acido Muriatico-Ossigenato. Distrugge esso definitivamente in tali materie coloranti la proprietà di trasmettere parziali raggi di luce, nè la posson esse riacquistare coll' addizione di Alcali o di Acidi, i primi frà questi agenti sono unicamente atti a communicare al liquor scolorito coll' Acido Muriatico-Ossigenato una leggier tinta giallognola. Gli scolorimenti prodotti dall' Acido Muriatico-Ossigenato sono, come ne insegna Berthollet, l' opera dell' Ossigeno di cui abbonda l' Acido, il quale si combina colla materia colorante, combinazione per la quale vien alterata la proporzione de' principii che la constituivano in modo che non può più manifestarsi co' caratteri de' quali era dotata.

All' opposto ne' scolorimenti prodotti dall' Acqua Idro-Solforata, o dall'Acido solforoso, non è per tali unioni stabilmente alterata la proporzion de' principii costituenti le nominate sostanze coloranti, e quantunque mi sembri di poter supporre che sien passate ad uno stato di maggior composizione, mercè la contratta unione co' principii dell' Acido Solforoso, o del Gas Idrogeno Solforato: ciò non ostante egli è molto probabile che tuttavia sussista ancora la primitiva proporzione dei principii delle stesse materie coloranti, e che non sia punto distrutto quel vincolo che insiem li unisce.

Inoltre egli è pur probabile, che il grado di attrazione per cui la materia colorante trovasi unita co' principii costituenti l' Acido Solforoso, ed il Gas Idrogeno Solforato non sia molto forte, e che da ciò appunto derivi il poter noi render manifesta tale materia con un' attrazion più forte, che l'obblighi ad abbandonare le contratte unioni, come accade, allorquando aggiugniamo ai liquori scoloriti un' Acido, od un' Alcali, o che ne esponiamo alcuni all'azione del calorico.

Che la cosa sia così, me lo persuadono i fenomeni osservati nell'Acqua colorata colla Laccamuffa, che ò veduta or scolorita, ed or colorata in rosso ed in ceruleo dipendentemente dall' esser essa combinata o nò col Gas Idrogeno Solforato. Accordo di buon grado, che se quest' opinione fosse appoggiata soltanto ai fatti osservati nell' Acqua tinta colla Laccamuffa, d' essa non potrebbe annoverarsi fra quelle Fisiche opinioni, che devono la probabilità loro ad osservazioni quanto esatte, altrettanto variate. Dovea perciò rintracciare se altri colori fossero co' loro cangiamenti per somministrare argomenti acconci, o a confermarmi nell' idea che gli scolorimenti, soggetto di queste osservazioni sian dovuti all' unione del Gas Idrogeno Solforato colla materia colorante, od a dichiararla dubbia od insussistente.

Avendo in più occasioni lasciati per qualche tempo esposti a contatto dell' aria atmosferica i liquori ne' quali il Gas Idrogeno Solforato avea reso invisibile il color de' petali delle violette, e dell' *Alcea purpurea*, senza che osservassi in essi verun anche remoto indicio di ripristinato colore; sperar non potea di ottenere da essi con altri mezzi un risultato soddisfacente. Volli non ostante riconoscer col fatto se avverato si fosse il mio sospetto, allorchè esponessi tai liquori scoloriti coll' Acqua Idro-Solforata ad un tal grado di calorico che portasse l'Acqua all'ebullizione. In tale stato di cose osservai che i liquori scoloriti si eran bensì colorati, ma che ricomparso non era il loro color di prima, giacchè li vidi tinti in color giallo verde. Una tale circostanza poco favorevole di primo aspetto all'enunciata opinione, cesserà di sembrar tale se si consideri quanto questi colori sian facili ad alterarsi. Difatti la ebullizione dell' Acqua colorata co' petali delle

Violette, e dell'*Alcea purpurea* induce nel colore che si trae da essi mutazioni assai uniformi a quelle osservate nella ebullizione di simili Acque già prima scolorite coll' Acqua Idro-Solforata.

Questi tentativi di risultato alquanto equivoco, furon susseguiti da altre indagini, che mi persuado presentino dati molto più soddisfacenti. Il Fernambucco *Caesalpinia Brasiliensis*, ed il Campeggio *Haematoxilon campecchianum* del Linneo furon bolliti nell' Acqua per estrarne la loro materia colorante. Le Acque colorate da essi legni ottenute, trattate coll' Acqua Idro-Solforata acquistarono prima un color tendente al giallo, ed una maggior dose di liquor scolorante smarrì ogni traccia del colore di questi legni. Dalla facilità e prontezza colla quale ottenni questi scolorimenti, mi parve poterne arguire, che sottraendo da tai liquori scoloriti il Gas Idrogeno Solforato, ne rinnovarei lo smarrito colore, e difatti l' esito degl' instituiti tentativi corrispose alla mia aspettazione. Le decozioni scolorite di amendue questi legni esposte al fuoco apparver di nuovo tinte nel color proprio, colore che si manifestò in tutta l' intension sua all' atto dell' ebullizione dell'Acqua. Che più? la sola esposizione di queste Acque scolorite all' Aria Atmosferica, in una temperie dai 20 ai 24 gradi sopra il zero del Termometro di Reaumur, bastò ad esibirmele nuovamente colorate, dieci o dodici ore circa, dopo l' eseguito scolorimento coll' Acqua Idro-Solforata.

Per accertarmi sempre più, che tali scolorimenti procedan dall' unione del Gas Idrogeno Solforato colla materia colorante, conveniva tener conto di ciò, che separasi dai liquori scoloriti, allorchè si espongono al fuoco, e rintracciare se l' azione del calorico altro effetto produca, che quello di staccare da' detti liquori il Gas Idrogeno Solforato. Dalle non poche indagini con tale scopo instituite, ottenuto non ò verun risultato capace di farmi sospettare che s' innalzi, si separi da' liquori scoloriti che solo Gas Idrogeno Solforato, ed

Acqua convertita in vapori: sarà quindi lecito di conchiudere, che gli ennunciati scolorimenti sian un prodotto dell'unione del Gas Idrogeno Solforato colla materia colorante.

Dopo di aver resa assai probabile, se dir non si vuole dimostrata la maniera di agire del Gas Idrogeno Solforato su di alcune materie coloranti, tentar dovea di far lo stesso rapporto al Gas Acido Solforoso, e dimostrare che gli scolorimenti da esso prodotti sono, alcuna volta almeno, l' effetto della di lui unione colla materia de' colori.

Le prime idee di tale unione somministrate mi furono da ciò che accade alla Seta, ed alla Lana il cui imbianchimento sia stato ultimato, col vapor del Solfo in combustione. Osserva il Celebre Berthollet, ed io stesso ò più di una volta avuto campo di verificarlo, che se s' immerga questa Seta o Lana nell' Acido Solforico, od in altro Acido incapace di ossigenar il Solfo, prontamente s' innalza un forte alito di Gas Acido Solforoso, ciò che accader non potrebbe, se questo Gas non si fosse unito colle sunnominate sostanze; non si fosse, diremmo quasi, solidificato con esse.

L' indole di queste sostanze diversa da quella della materia colorante, non permette per verità di trarne la conseguenza, che gli scolorimenti prodotti dall' Acido Solforoso sian un effetto della di lui unione colla materia colorante. Contuttociò, se mal non mi appongo, una tale osservazione non è da ritenersi per inutile, d' essa ci mostra la tendenza del Gas Acido Solforoso ad unirsi con sostanze colle quali non avrem creduto sì facile il combinarlo, e ci lascia campo di sospettare possibile l' union sua colla materia colorante, ogni qual volta veggiamo liquori, o altri corpi colorati cangiar di colore, o scolorirsi del tutto sotto l' azione di questo Gas.

Cotesto sospetto acquista, io credo, una non lieve probabilità da ciò che accade, allorchè aggiugniamo un' Alcali a' liquori scoloriti coll' Acido Solforoso; come mai potrebbon essi comparir tinti in verde, trattandosi di liquori prima ce-

cerulei, o riacquistare il lor color di prima se sia Acqua tinta col Fernambucco, o col Campeggio, come mai, io dico, ciò accader potrebbe, se l' attrazione dell' Alcali per l' Acido Solforoso non lo determinasse ad abbandonare la prima unione?

Quantunque fossi alieno dal supporre di peter ottenere da' liquori scoloriti coll' Acido Solforoso, esposti al fuoco, que' risultati che ò avuti da' liquori scoloriti coll' Acqua Idro-Solforata, velli nullameno tentar la cosa qualunque esser ne potesse l'esito. Esposi pertanto ad una protratta ebullizione Acqua, nella quale avewa fatto sparire coll'Acido Solforoso il color del Fernambucco, del Campeggio, e quel delle Violette. L' Acqua che contenea la materia colorante de' sunnominati due legni, parte in grazia del gasificato Acido Solforoso, e parte per l' evaporazione acquistò una tinta gialla, simile a quella, che in essi colori inducon gli Aeidi, nè potei veder ricomparire il color proprio di essi, che quando aggiunsi un corpo, il quale unendosi coll' Acido tuttavia esistente nel liquore, permettesse alla materia colorante di manifestarsi nel suo primiero essere. L' Acqua di Violette similmente scolorita, dopo una leggier ebullizione, si manifestò colorata in rosso tendente al roseo, e questo colore proseguendo la ebullizione divenne sempre più carico, ed in fine apparve quasi composto di blò, e di rosso, cioè Paonazzo.

Convinto da questi inutili tentativi della difficoltà somma di restituire a questi liquori il color loro, mediante la sola azione del calorico, mi appigliai al partito d' indagare se vi fosse modo di distruggere l' unione contratta dall' Acido Solforoso colla materia colorante, senza che perciò fosse essa soggetta ad alterazione, e ricomparir potesse nel primiero stato suo.

Memore dell' azione che esercitano l' uno sull' altro il Gas Acido Solforoso, ed il Gas Idrogeno Solforato, mi sembrò di poter far uso dell' Acqua Idro-Solforata, nella persuasione ch' essa mi fornirebbe quel mezzo ch' io ricercava. Riflettei pe-

però, che il versare l' Acqua Idro-Solforata in liquori, che tuttavia contenessero tutto il Gas Acido Solforoso necessario a produrre il loro scolorimento, non sarebbe il metodo da seguirsi, sì per il notabile intorbidamento del liquore in grazia del Solfo che si precipita, come pure per la soverchia diluzione dello stesso liquore. Mi determinai perciò di versare l' Acqua Idro-Solforata in quel liquore tinto colle Violette, che acquistato avea il color Paonazzo: picciole ripartite dosi di Acqua Idro-Solforata mi dieder agio di ricondurlo a quella tinta, che è propria de' petali delle Violette. Simili sperienze tentate nell' Acqua che contenea la materia colorante del Fernambucco, e del Campeggio, che dopo lo scolorimento sostenuta avea l' ebullizione, non furono egualmente felici, potei però diminuire notabilmente il color giallo carico da essa acquistato durante la ebullizione.

Se in questi liquori scoloriti coll' Acido Solforoso, che sostenuta avevano una più o meno protratta ebullizione, io versava, poco a poco, una diluta soluzion di Barite, in modo di non versarne di più, di quello fosse atto a render inefficace l' Acido, vedea ricomparir il color delle Violette, e nel tempo stesso formarsi un precipitato che, verosimilmente dovrà attribuirsi all' unione della Barite coll' Acido Solforoso. Una simile precipitazione ò parimente osservata allorchè restituiva colla soluzion di Barite il color suo alla materia colorante del Fernambucco, e del Campeggio.

Vorrei lusingarmi che dalle esposte osservazioni si possa con qualche confidenza conchiudere, che gli scolorimenti prodotti dal Gas Idrogeno Solforato, e dal Gas Acido Solforoso, si debban ripetere dalla sola unione di questi Gas colla materia colorante, unione che non esercita su tali materie, come taluno pensa, un' azione opposta a quella dell' Acido Muriatico-Ossigenato; e vorrei pur trarne la conseguenza, che l' azione di cotesti Agenti non sia da porsi in confronto con quella del Carbone su di un diverso genere di corpi, resi da tal unione più grati all'occhio, e più accetti al naso, ed al palato.

E quand' anche le addotte sperienze non comprovassero quanto mi sono studiato di dimostrare, l'idea dell' azion disossidante del Gas Idrogeno Solforato, e dell' Acido Solforoso, sarebbe in senso mio soggetta a molte difficoltà, delle quali mi sia lecito l' addurne una soltanto delle più ovvie; vale a dire la necessità di ricorrere ad una seconda ipotesi, per spiegare come corpi in tutto od in parte scomposti, possan di nuovo ricomporsi, e riacquistare il perduto ossigeno in una proporzione alcuna volta forse superiore a quella di loro composizione. Senza una tal supposizione difficile sarebbe il comprendere, come i liquori scoloriti dall'Acqua Idro-Solforata, o dall' Acido Solforoso, possan coll' aggiunta degli Acidi, o degli Alcali divenir atti a trasmetter di nuovo raggi di luce colorati. E dovrem pur ricorrere a simile ipotesi, se ripeter volessimo, con uno de' più celebri odierni Chimici, gli scolorimenti dovuti all' Acido Solforoso dalla forte attrazione della materia colorante per l'ossigeno, e paragonare l' azion sua con quella dell' Acido Muriatico-Ossigenato. Niuna di queste opinioni, s' io non sono in grande errore, è comprovata dall' osservazione, e dalla sperienza, ed il favorevol loro accoglimento appo i Chimici, mi sembra principalmente derivato dalla somma celebrità degli Autori che le ànno proposte, e non dall' evidenza delle osservazioni colle quali han preteso di convalidarle.

MEMORIA

SU DIVERSI ARTICOLI SPETTANTI ALL' ANALISI

DI PIETRO FRANCHINI

Presentata da ANTONIO CAGNOLI
il dì 12. *Dicembre* 1803.

ARTICOLO I.

Nuovo metodo per completar gli integrali dell' equazioni di 1.° *grado, a coefficienti costanti, sì differenziali che a differenze finite, nel caso che l' equazione algebrica ausiliare abbia delle radici eguali.*

N.° 1.° Tutti sanno che la semplicissima formola trovata dall' immortale Lagrange, per esprimere l' integrale completo dell' equazioni lineari a coefficienti costanti, sì differenziali che a differenze finite, diviene completa, quando l' equazione algebrica ausiliare, le di cui radici hanno parte nella composizione dell' integrale stesso, comprende alcune radici eguali. Per eludere l' inconveniente di cui si tratta, sino ad ora non si è conosciuto altro ripiego, che quello insegnato dal D'Alembert, per cui si suppone che ciascuna radice uguale, cominciando dalla seconda, veng' accresciùta di una quantità indeterminata, espressa rispettivamente per k, k', k'' ec. La funzione che rappresenta la somma de' termini affetti dalla radice uguale, così viensi a cangiare in una serie ordinata per le potenze della variabile indipendente x, e per le potenze di k, k', k'' ec. secondo che le radici eguali sono due, o tre ec. Tutto si riduce a far sì che le successive potenze di k, k' ec. si adattino al bisogno del calcolatore, il quale nel caso delle radici eguali, vuole tanti termini affetti dalle rispettive costanti arbitrarie, quante sono le radici eguali e non più, per completar con essi l' integrale ottenuto colla formola generale. Per riuscire in questo, D'Alembert suppone indefinitamente piccole le quantità k, k', k'' ec.; nel caso di due radici eguali trascura le potenze di k superiori alla prima; nel caso di tre radici eguali trascura le potenze di k e di k' superiori alla seconda, e così in seguito. Questo metodo a prima vista comparisce inesatto e precario, ma penetrando ben' addentro nello spirito del medesimo si rileva, che dando ai coefficienti c, $c1$, $c2$ ec. spettanti alle radici eguali, certi valori opportunamente modificati con alcune quantità indeterminate e coll' infinito di diversi ordini, si rileva dissi, che il medesimo è sufficientemente conforme ai veri principj dell' Analisi. Non può peraltro negarsi, che in esso incontrisi un non so quale imbarazzo, derivante dalla combinazione degli infiniti e delle quantità evanescenti, e che sia inoltre alquanto indiretto. Per esempio nel caso di tre radici eguali, perchè svaniscano le potenze di k e k' superiori alla seconda, convien porre $c = f - \infty + (k-1)\infty^2$, $c1 = \infty - k\infty^2$, $c2 = \infty^2$, dove k è un' indeterminata, ed f un numero finito.

N.° 2.° Sieno infatti a, $a1$, $a2$ ec. le radici dell' equazione ausiliare, e c, $c1$, $c2$ ec. n costanti arbitrarie. L' integrale completo di un' equazione lineare dell' ordine n, essendo espresso per $y_x = ca^x + c1\,a1^x + c2\,a2^x \ldots\ldots\ldots + c(n-1)\,a\overline{(n-1)}^x \ldots$ (A), siccome $a = a1 = a2$, sarà $y = a^x(c + c1 + c2) + c3\,a3^x \ldots + c(n-1)\,a\overline{(n-1)}^x$, dove mancano due costanti arbitrarie. Pongasi $a1 = a + k$ ed $a2 = a + k'$, e siccome si ha

$$(a+k)^x = a^x(1 + mxk + nx^2k^2 + px^3k^3 \text{ ec.})$$
$$(a+k')^x = a^x(1 + m'xk' + n'x^2k'^2 + p'x^3k'^3 \text{ ec.})$$

proverrà $y_x = ca^x + c1\,a^x(1 + mxk + nx^2k^2 + px^3k^3 \text{ ec.}) + c2\,a^x(1 + m'xk' + n'x^2k'^2 + p'x^3k'^3 \text{ ec.}) + c3\,a3^x$ ec. Facciasi $c + c1 + c2 = d$; $mc1k + m'c2k' = d1$, $nc1k^2 + n'c2k'^2$

=

$= d2$, $pc1\,k^3 + p'c2\,k^3 = d3$ ec. Dando a c, $c1$, $c2$, i rispettivi valori esposti di sopra, si vede che d, $d1$, $d2$ risultano quantità finite ed arbitrarie, che risultano infinitesimi di 1°, 2° ec. ordine le successive quantità, $d3$, $d4$, ec. e che i primi tre termini dell' integrale completo, trascurando gli infinitesimi, sono $da^x + d1\,xa^x + d2\,x^2a^x$. In generale, se il num.° delle radici eguali ad a sia m, la formola (A) diviene $y_x = a^x[c + c1 + c2 \ldots + c(m-1)] + c(m)\overline{a(m)}^x \ldots + c(n-1)\overline{a(n-1)}^x$, e D' Alembert per supplire alle $m-1$ costanti arbitrarie che mancano, sostituisce
$a^x[d + d1\,x + d2\,x^2 \ldots\ldots + d(m-1)\,x^{m-1}]$ in vece di $a^x[c + c1 + c2 \ldots + c(m-1)]$, e così lo riduce alla forma completa $y_x = a^x\,[d + d1\,x + d2x^2 \ldots + d(m-1)\,x^{m-1}]$
$+ d(m)\,\overline{a\,(m)}^x \ldots + d(n-1)\,a\,\overline{(n-1)}^x \ldots$ (B)
Premesso tutto questo, noi ci proponiamo di giungere ai precedenti risultati ottenuti dal D'Alembert, con un metodo più diretto, generale, rigoroso, e libero poi del tutto dall' imbarazzante idea degli infiniti e delle quantità evanescenti, idea che nel caso attuale non ci sembra esente da qualunque ombra d' inesattezza.

N.° 3. Lemma. Trovare $\Sigma^m z_{x+n}$ espresso per gli integrali successivi $\Sigma^m z_x$, $\Sigma^{m-1} z_x$, $\Sigma^{m-2} z_x \ldots \Sigma z_x$, e per le funzioni successive z_x, z_{x+1}, $z_{x+2} \ldots z_{x+n-m}$.

Soluzione. Si sa che $\Sigma^m z_{x+1} = \Sigma^m z_x + \Sigma^{m-1} z_x$, a motivo che $z_{x+1} = z_x + \Delta z_x$. Ciò posto siccome
$\Sigma z_x = z_{x-1} + z_{x-2} + z_{x-3} \ldots + z_0$, $\Sigma z_{x+1} = z_x + z_{x-1} + z_{x-2} \ldots + z^0$,
$\Sigma z_{x+2} = z_{x+1} + z_x + z_{x-1} \ldots + z_0$, ec. si avrà
$\Sigma^2 z_{x+1} = \Sigma^2 z_x + \Sigma z_x$
$\Sigma^2 z_{x+2} = \Sigma^2 z_{x+1} + \Sigma z_{x+1} = \Sigma^1 z_{x+1} + \Sigma z_x + z_x = \Sigma^2 z_x + 2\Sigma z_x + z_x$.
$\Sigma^2 z_{x+3} = \Sigma^2 z_{x+2} + \Sigma z_{x+2} = \Sigma^2 z_x + 3\Sigma z_x + 2z_x + z_{x+2}$.
$\Sigma^2 z_{x+4} = \Sigma^2 z_{x+3} + \Sigma z_{x+3} = \Sigma^2 z_x + 4\Sigma z_x + 3z_x + 2z_{x+1} + z_{x+2}$.
$\Sigma^2 z_{x+5} = \Sigma^1 z_{x+4} + \Sigma z_{x+4} = \Sigma^2 z_x + 5\Sigma z_x + 4z_x + 3z_{x+1} + 2z_{x+2} + z_{x+3}$.
In generale
$\Sigma^2 z_{x+n} = \Sigma^2 z_{x+n-1} + \Sigma z_{x+n-1} = \Sigma^2 z_x + n\Sigma z_x + (n-1)z_x + (n-2)z_{x+1} \ldots + z_{x+n-2}$

Così . . .

$$\Sigma^3 z_{x+1} = \Sigma^3 z_x + \Sigma^2 z_x .$$
$$\Sigma^3 z_{x+2} = \Sigma^3 z_x + 2\Sigma^2 z_x + \Sigma z_x .$$
$$\Sigma^3 {}_{x+3} = \Sigma^3 z_x + 3\Sigma^2 z_x + 3\Sigma z_x + z_x .$$
$$\Sigma^3 z_{x+4} = \Sigma^3 z_x + 4\Sigma^2 z_x + 6\Sigma z_x + 3z_x + z_{x+1} .$$
$$\Sigma^3 z_{x+5} = \Sigma^3 z_x + 5\Sigma^2 z_x + 10\Sigma z_x + 6z_x + 3z_{x+1} + z_{x+2} .$$
$$\Sigma^3 z_{x+6} = \Sigma^3 z_x + 6\Sigma^2 z_x + 15\Sigma z_x + 10z_x + 6z_{x+1} + 3z_{x+2} + z_{x+3} .$$

In generale.

$$\Sigma^3 z_{x+n} = \Sigma^3 z_x + n\Sigma^2 z_x + \frac{n(n-1)}{2}\Sigma z_x + \frac{(n-1)(n-2)}{2} z_x + \frac{(n-2)(n-3)}{2} z_{x+1} + \frac{(n-3)(n-4)}{2} z_{x+2} \;.\;.\;.\;.\;.\; + z_{x+n-3} .$$

Procedendo nello stesso modo si trova

$$\Sigma^4 z_{x+1} = \Sigma^4 z_x + \Sigma^3 z_x .$$
$$\Sigma^4 z_{x+2} = \Sigma^4 z_x + 2\Sigma^3 z_x + \Sigma^2 z_x .$$
$$\Sigma^4 z_{x+3} = \Sigma^4 z + 3\Sigma^3 z_x + 3\Sigma^2 z_x + \Sigma z_x .$$
$$\Sigma^4 z_{x+4} = \Sigma^4 z_x + 4\Sigma^3 z_x + 6\Sigma^2 z_x + 4\Sigma z_x + z_x .$$
$$\Sigma^4 z_{x+5} = \Sigma^4 z_x + 5\Sigma^3 z_x + 10\Sigma^2 z_x + 10\Sigma z_x + 4z_x + z_{x+1} .$$
$$\Sigma^4 z_{x+6} = \Sigma^4 z_x + 6\Sigma\, z_x + 15\Sigma^2 z_x + 20\Sigma z_x + 10z_x + 4z_{x+1} + z_{x+2} .$$

In generale . . .

$$\Sigma^4 z_{x+n} = \Sigma^4 z_x + n\Sigma^3 z_x + \frac{n(n-1)}{2}\Sigma^2 z_x + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\Sigma z_x + \frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{2.3\,4} z_x + \frac{(n-4)\,(n-3)\,(n-2)}{2.3} z_{x+1} \;.\;.\;.\;.\;.\; + z_{x+n-4}$$

Considerando l' analogia che regna ne' risultati precedenti si concluderà che deesi avere

$$\Sigma^m z_{x+n} = \Sigma^m z_x + n\Sigma^{r-1} z_x + \frac{n(n-1)}{1.2}\Sigma^{m-2} z_x + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\Sigma^{m-3} z_x \ldots$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\ldots[n-(m-2)]}{1.2.3\ldots m(m+1)}\Sigma z_x + \frac{[n-(m-1)][n-(m-2)]\ldots(n-2)(n-1)}{1.2.3.4\ldots m(m-1)} z_x$$
$$+ \frac{(n-m)[n-(m-1)]\ldots(n-3)(n-2)}{1.2\,3\,4\ldots\ldots m(m-1)} z_{x+1} \ldots\ldots + z_{x+n-m} \ldots\ldots \text{(C)}$$

Quando $n < m$ l' esposta formola non comprende alcuna delle funzioni z_x, z_{x+1}, ec., comincia z_x ad entrarvi quando $n = m$; vi si trovano z_x, z_{x+1} quando $n = m + 1$, e così in seguito. Rapporto a' coefficienti si vede, che quelli de' termini affetti dal segno sommatorio, sono per ordine i primi m coefficienti della potenza $n.^{sima}$ del binomio ; i coefficienti de' termini z_x, z_{x+1} ec. sono i numeri figurati dell' ordine $m - 1$; computando di prim' ordine i numeri naturali, di secondo i numeri triangolari, ec. Per dedurre dalla formola (C) tutte le inferiori fino a Σz_{x+n} inclusivamente, basta fare $\Sigma^0 z_x = 0$ e prendere nelle formole che rappresentano i coefficienti di z_x, z_{x+1}, ec. tanti de' fattori $\frac{n-(m-1)}{1}$, $\frac{n-(m-2)}{1.2}$, ec. quante unità si contengono in m.

N.° 4.° Passando adesso ad esporre il metodo che ci siamo proposti d'investigare, sia per primo esempio l'equazione di terz'ordine ... $y_{x+3} + By_{x+2} + Cy_{x+1} + Dy_x = 0$ e suppongasi che l'equazione ausiliare $a^3 + Ba^2 + Ca + D = 0$ contenga due radici eguali. Facendo $y_x = a^x \Sigma^2 z_x$ ottiensi la trasformata $a^{x+3}(\Sigma^2 z_x + 3\Sigma z_x + 2z_x + z_{x+1}) + Ba^{x+2}(\Sigma^2 z_x + 2\Sigma z_x + z_x) + Ca^{x+1}(\Sigma^2 z_x \Sigma z_x) + Da^x \Sigma^2 z_x = 0$, cioè . . . . . $(a^3 + Ba^2 + Ca + D)\Sigma^2 z_x + (3a^3 + 2Ba^2 + Ca)\Sigma z_x + (2a^3 + Ba^2)z_x + a^3 z_{x+1} = 0$. Ora il coefficiente di $\Sigma^2 z_x$ posto $= 0$ equivale appunto all' equazione ausiliare, ed il coefficiente di Σz_x posto $= 0$ è la di lei equazione de' limiti ; dunque uno stesso valore di a dee verificarle ambedue, e la trasformata precedente dee ridursi a $(2a + B)z_x + az_{x+1} = 0$, equazione da cui si ritrae . . . . $z_x = -\left(\frac{2a+B}{a}\right)^x c$; dunque $y_x = -a^x \Sigma^2 \left(\frac{2a+B}{a}\right)^x c$.

Sia l'equazione di quart'ordine $y_{x+4} + By_{x+3} + Cy_{x+2} + Dy_{x+1} + E = 0$, e l'equazione ausiliare $a^4 + Ba^3 + Ca^2 + Da + E = 0$ contenga tre radici eguali. Si avrà la trasformata . . . . . . $(a^4 + Ba^3 + Ca^2 + Da + E)\Sigma^3 z_x + (4a^4 + 3Ba^3 + 2Ca^2 + Da)\Sigma^2 z_x + (6a^4 + 3Ba^3 + Ca^2)\Sigma z_x + (3a^4 + Ba^3)z_x + a^4 z_{x+1} = 0$. I coefficiencienti de' primi tre termini svaniranno per la ragione addotta di sopra, in grazia dell' equazione ausiliare stessa: rimarrà $(3a+B)z_x + az_{x+1} = 0$ e l' integrale completo della proposta sarà $y_x = -a^x\Sigma^3\left(\frac{3a+B}{a}\right)^x c$.

Sia in generale ... $y_{x+n} + By_{x+n-1} + Cy_{x+n-2} \cdots + Uy_x = 0$ ... (D), e l' equazione ausiliare $a^n + Ba^{n-1} + Ca^{n-2} \ldots\ldots + U = 0$ contenga m radici eguali. Facendo $y_x = a^x\Sigma^m z_x$ si avrà una trasformata nella quale i coefficienti de' termini sommatorj, posti eguali a zero, daranno altrettante Equazioni de' limiti dell' equazione ausiliare; e perciò si verificheranno unitamente a questa. L' equazione rimanente, cui daremo il nome di equazione *ridotta*, sarà un' equazione dell' ordine $n - m$ a coefficienti costanti, di cui si avrà l' integrale completo mediante la semplice soluzione di un' equazione algebrica del grado $n - m$. Sia (X) questo integrale, e siccome debb' egli contenere $n-m$ costanti, $y_x = a^x\Sigma^m$ (X) sarà l' integrale completo della proposta, ed (X) sarà generalmente della forma $Cb^x + C1b1^x + C2b2^x \ldots + C(n-m-1)\overline{b(n-m-1)}^x$ essendo b, $b1$, $b2$ ec. le radici dell' equazione algebrica ausiliare della ridotta, radici che sono della forma $\frac{\beta}{a}$, $\frac{\beta 1}{a}$, $\frac{\beta 2}{a}$ ec.

N.° 5.° Giova provare intanto che le radici b, $b1$, $b2$ ec. sono generalmente della forma $\frac{\beta}{a}$, $\frac{\beta 1}{a}$, $\frac{\beta 2}{a}$ ec. Proposta l' equazione $y_{x+n} + By_{x+n-1} \ldots + Uy_x = 0$ si faccia $y_x = a^x\Sigma^m z_x$. Trascurati i termini affetti da' segni sommatorj, perchè i respettivi loro coefficienti debbono svanire per ipotesi, avremo la trasformata che segue . . .

$$('z_x + C'z_{x+1} \cdots + T'z_{x+n-m-1} + z_{x+n-m}) + a^{n-1}(B''z_x + C''z_{x+1} \cdots + S''z_{x+n-m-2}$$

$$z_{x+n-m-1}) + a^{n-2}(B'''z_x + C'''z_{x+1} \ldots + R'''z_{x+n-m-3} + Cz_{x+n-m-2}) \ldots\ldots$$

$+ a^{n-p+1}\left(B^{(p)} z_x + C^{(p)} z_{x+1}\right) + a^{n-p} B^{(p+1)} z_x = 0$, dove $n - p = m$. Quindi

$$\left(a^n B' + a^{n-1} B'' + a^{n-2} B''' \ldots + a^{n-p} B^{(p+1)}\right) z_x + \left(a^n C' + a^{n-1} C'' \ldots + a^{n-p+1} C^{(p)}\right) z_{x+1}$$
$$+ \left(a^n D' + a^{n-1} D'' \ldots + a^{n-p+2} D^{(p-1)}\right) z_{x+2} \ldots + \left(a^n T' + a^{n-1} B\right) z_{x+n-m-1}$$
$$+ a^n z_{x+n-m} = 0$$ cioè . . .

$$z_{x+n-m} + \frac{aT' + B}{a} z_{x+n-m-1} \ldots + \frac{a^{n-m-2} D' + a^{n-m-3} D'' \ldots + D^{(n-m-1)}}{a^{n-m-2}} z_{x+2}$$
$$+ \frac{a^{n-m-1} C' + a^{n-m-2} C'' \ldots + C^{(n-m)}}{a^{n-m-1}} z_{x+1} + \frac{a^{n-m} B' + a^{n-m-1} B''' \ldots + B^{(n-m+1)}}{a^{n-m}} z_x$$

$= 0$, equazione la di cui ausiliare essendo . . . .

$$\alpha^{n-m} + \frac{aT' + B}{a} \alpha^{n-m-1} \ldots + \frac{a^{n-m-2} D' + a^{n-m-3} D''' \ldots + D^{(n-m-1)}}{a^{n-m-2}} \alpha^2$$
$$+ \frac{a^{n-m-1} C' + a^{n-m-2} C'' \ldots + C^{(n-m)}}{a^{n-m-1}} \alpha + \frac{a^{n-m} B' + a^{n-m-1} B'' \ldots + B^{(n-m+1)}}{a^{n-m}} = 0$$

ha le radici della forma $\frac{\beta}{a}$, $\frac{\beta 1}{a}$, $\frac{\beta 2}{a}$, ec.

N.° 6.° Ora si osservi 1.° che $\Sigma C b^x = C b^x + C_1$, $\Sigma^2 C b^x [= \Sigma (C b^x + C_1)] = C b^x + C_1 x + C_2$; $\Sigma^3 C b^x [= \Sigma (C b^x + C_1 x + C_2)] = C b^x + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$ ed in generale . . . $\Sigma^m C b^x = C b^x + C_1 x^{m-1} + C_2 x^{m-2} \ldots\ldots + C_{(m)}$.

Si osservi 2.° che gl' integrali $\Sigma^m C b^x$, $\Sigma^m C1 b1^x$, $\Sigma^m C2 b2^x$ ec. danno dei risultati analoghi e si vedrà che qualunque sia il numero de' termini componenti l' integrale (X) della ridotta, per aver l'integrale completo della proposta non si ha da far altro che prender la somma de' termini $C b^x$, $C1 b1^x$, $C2 b2^x$, ec. ed una sola volta i termini $C_1 x^{m-1}$, $C_2 x^{m-2} \ldots C_{(m)}$ e moltiplicar tutto per a^x. Dunque il risultato finale debb' essere

(E)

$$E \ldots C\beta^x + C1\beta1^x + C2\beta2^x \ldots + C(n-m-1)\overline{B(n-m-1)}^x + C_1 a^x x^{m-1} + C_2 a^x x^{m-2} \ldots + C_{(m)} a^x$$

dove β, $\beta1$, $\beta2$ ec. sono le radici dell' equazione ausiliare spettante alla ridotta, moltiplicate per a.

La formola (F) da noi trovata, equivale precisamente alla formola (B) proposta dal D' Alembert, ed è per conseguenza l'integrale completo dell'equazione (D), nell' ipotesi che la di lei equazione ausiliare comprenda m radici eguali.

Per mostrare l' identità della formola (E) *colla formola* (B) *di D' Alembert proveremo che le radici* β, $\beta1$, $\beta2$, ec. *moltiplicate per* a, *sono le radici diseguali dell' equazione ausiliare della proposta.*

Infatti dall' espressione di $\Sigma^m z_{x+n}$ *si deduce, che essendo* $a^n + Ba^{n-1} + Ca^{n-2}$ ec. $= 0$ *l' equazione ausiliare della proposta, quella della ridotta sarà, nel caso di due radici eguali ad* a,

$$b^{n-2} + \frac{2a+B}{a} b^{n-3} + \frac{3a^2+2aB+C}{a^2} b^{n-4} \ldots \text{ec.} = 0$$

nel caso di tre radici eguali ad a,

$$b^{n-3} + \frac{3a+B}{a} b^{n-4} + \frac{6a^2+3aB+C}{a^2} b^{n-5} \ldots = 0$$

nel caso di quattro radici eguali ad a,

$$b^{n-4} + \frac{4a+B}{a} b^{n-5} + \frac{10a^2+4aB+C}{a^2} b^{n-6} \ldots = 0$$

ec. ec.

E dall' osservazione de' coefficienti si scuopre tosto, che le radici di questa equazione moltiplicate per a, *sono precisamente le radici diseguali dell' equazione ausiliare della proposta.*

Ognuno è adesso in grado di confrontare il nostro metodo con quello di D' Alembert.

N.° 7.° Data un' equazione differenziale o a differenze fi-

finite, che sia di primo grado ed a coefficienti costanti, qualunque sia d' altronde il di lei ordine, data per esempio l' equazione (D), per averne l' integrale convien formare prima di tutto l' equazione ausiliare $a^n + Ba^{n-1} + Ca^{n-2} \ldots + U = 0$, convien quindi trovarne le radici a, $a1$, $a2$ ec. e sostituirle nella formola (A). Queste operazioni sono indispensabili, qualunque sia il metodo che si adopera, per completar l' integrale nel caso delle radici eguali, perchè non si può supporre di aver l' integrale di un' equazione, indipendentemente dalle operazioni che son necessarie per integrarla. Quì dunque comincia il metodo di D' Alembert e quello ch' io propongo.

ARTICOLO II.

Sull' integrale dell' equazioni di prim' ordine fra tre variabili, a differenze parziali e differenziali parziali, e dell' equazione di second' ordine.

$$a'_{x,y}\, z_{x+1,y} + b'_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x+1,y}}{dy} + p'_{x,y}$$

1.° La formola generale dell' equazioni di cui si tratta, se queste sieno affette da coefficienti variabili, è $a_{x,y}\, z_{x+1,y} + b_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} + p_{x,y} \ldots (m)$, dove $a_{x,y}$, $b_{x,y}$, $p_{x,y}$ sono funzioni date di x,y. Noi ci proponiamo sulle prime l' equazione $a_{x,y}\, z_{x+1,y} + b_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \ldots (n)$. Suppongasi $z_{x,y} = \mu_{x,y}\, \nu_{x,y}$, e la trasformata $a_{x,y}\, \mu_{x+1,y}\, \nu_{x+1,y} + b_{x,y}\, \mu_{x,y}\, \nu_{x,y} = \mu_{x,y} \frac{d\nu_{x,y}}{dy} + \nu_{x,y} \frac{d\mu_{x,y}}{dy}$ si divida nelle due

$$a_{x,y}\mu_{x+1,y}\,\nu_{x+1,y} = \mu_{x,y}\frac{d\nu_{x,y}}{dy}\cdots(1)\;;\; b_{x,y}\mu_{x,y} = \frac{d\mu_{x,y}}{dy}\cdots(2).$$

Dalla seconda si deduce $\mu_{x,y} = e^{\int b_{x,y}dy+\varphi(x)}$; quindi la prima diviene $a\,e^{\int b_{x+1,y}dy+\varphi(x+1)}\,\nu_{x+1,y} = e^{\int b_{x,y}dy+\varphi(x)}\,\dfrac{d\nu_{x,y}}{dy}$ e facendo $a_{x,y}\,e^{\int(b_{x+1,y}-b_{x,y})dy+\varphi(x+1)-\varphi(x)}\left\{= a_{x,y}\,e^{\int\Delta_x b_{x,y}dy+\Delta\varphi(x)}\right\} = a1_{x,y}$, dove Δ_x indica la differenza per rapporto ad x, tutto si riduce ad integrare $a1_{x,y}\,\nu_{x+1,y} = \dfrac{d\nu_{x,y}}{dy}\ldots(n1)$, che è l'equazione in cui si cangia la formola (m), quando $b_{x,y}=0$ e $p_{x,y}=0$.

Si ponga $x-1$ per x onde avere $a1_{x-1,y}\,\nu_{x,y} = \dfrac{d\nu_{x-1,y}}{dy}$ e si dedurrà $\nu_{x,y} = \dfrac{d\nu_{x-1,y}}{a1_{x-1,y}\,dy}$. Si ponga di nuovo $x-1$ per x, e differenziando si avrà $\dfrac{d\nu_{x-1,y}}{dy} = \dfrac{d}{dy}\left\{\dfrac{d\nu_{x-2,y}}{a1_{x-2,y}\,dy}\right\}$ (*): ma si è trovato $\dfrac{d\nu_{x-1,y}}{dy} = a1_{x-1,y}\,\nu_{x,y}$, dunque $\nu_{x,y} = \dfrac{1}{a1_{x-1,y}}$

$$\frac{d}{dy}$$

(*) Scriviamo $\dfrac{d}{dy}\cdot\varphi$ in vece di $\dfrac{d\varphi}{dy}$;

$\frac{d}{dy}\left\{\frac{dv_{x-2,y}}{a1_{x-2,y}\,dy}\right\}$; ora $\frac{dv_{x-2,y}}{dy} = \frac{d}{dy}\left\{\frac{dv_{x-3,y}}{a1_{x-3,y}\,dy}\right\}$: dunque $v_{x,y} = \frac{1}{a1_{x-1,y}}\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a1_{x-2,y}}\frac{d}{dy}\left\{\frac{dv_{x-3,y}}{a1_{x-3,y}\,dy}\right\}\right\}$. In generale si avrà . . . .

$$v_{x,y} = \frac{1}{a1_{x-1,y}}\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a1_{x-2,y}}\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a1_{x-3,y}}\frac{d}{dy}\left\{\dots\dots\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left\{\frac{1}{a1_{1,y}}\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a1v_{0,y}}\frac{d}{dy}v_{0,y}\right\}\right\}\dots\right\}\right\}\right\}\dots\dots \quad (\theta)$$

dove $v_{0,y} = \Psi y$. È questo l' integrale completo dell' equazione $(n1)$. Dunque si dee avere $z_{x,y} = e^{\int b_{x,y}dy+\varphi(x)}(\vartheta)$ cioè . . .

$$z_{x,y} = e^{\int b_{x,y}dy+\varphi(x)}\left\{\frac{1}{a_{x-1,y}\,e^{\int\Delta_x b_{x-1,y}dy+\Delta\varphi(x-1)}}\frac{d}{dy}\right.$$

$$\left\{\frac{1}{a_{x-2,y}\,e^{\int\Delta_x b_{x-2,y}dy+\Delta\varphi(x-2)}}\frac{d}{dy}\left\{\dots\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a_{0,y}\,e^{\int\Delta_x b_{0,y}dy}}\frac{d}{dy}\Psi y\right\}\right\}\dots\right.$$

Ma tirando fuori successivamente i fattori $\frac{1}{e^{\Delta\varphi(x-1)}}$, $\frac{1}{e^{\Delta\varphi(x-2)}}$, ec. si trova $e^{\varphi(x)}\frac{1}{e^{\Delta\varphi(x-1)}} = e^{\varphi(x)}.\frac{1}{e^{\varphi(x)-\varphi(x-1)}}$ $= e^{\varphi(x-1)}$; $e^{\varphi(x-1)}.\frac{1}{e^{\Delta\varphi(x-2)}} = e^{\varphi(x-1)}.\frac{1}{e^{\varphi(x-1)-\varphi(x-2)}}$ $= e$

$e^{\varphi(x-1)} \cdot \frac{1}{e^{\varphi(x-1)-\varphi(x-2)}} = e^{\varphi(x-2)}$; ec. ec. Dunque

$$\frac{e^{\varphi(x)}}{e^{\Delta\varphi(x-1)} \cdot e^{\Delta\varphi(x-2)} \cdot e^{\Delta\varphi(x-3)} \ldots e^{0}} = e^{\varphi(1)} = C$$

: inoltre si ha $e^{\int \Delta_x b_{0,y} dy} = e^{0} = 1$; dunque l' integrale completo dell' equazione (n) è finalmente . . . .

$$z_{x,y} = e^{\int b_{x,y} dy} \left\{ \frac{1}{a_{x-1} e^{\int \Delta_x b_{x-1,y} dy}} \frac{d}{dy} \left\{ \frac{1}{a_{x-2} e^{\int \Delta_x b_{x-2,y}}} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \frac{d}{dy} \left\{ \cdots \frac{d}{dy} \left\{ \frac{1}{a_{0,y}} \frac{d\,\Psi_y}{dy} \right\} \cdots \right\} \right\} \right\} \ldots (\theta 1) .$$

L' integrale completo dell'equazioni a differenze parziali e differenziali parziali di prim' ordine fra due variabili indipendenti, esige dunque una sola funzione arbitraria, e questa composta della sola variabile indipendente, rapporto a cui si ha nella proposta il differenziale parziale.

2.° Non v' è dubbio, come ha rilevato anche il Ch. Prof. Venturoli in una sua compitissima lettera a me diretta, *che la formola* (θ 1), *essendo l' integrale dell' equazione* (n), *dedotto con giusto e legittimo calcolo, comprenda e rappresenti gli integrali de' varj casi particolari compresi in detta equazione:* non ostante non sarà fuori di proposito il mostrare, con qual facilità in tutti i casi particolari, si deducano dalla formola (θ 1) i respettivi integrali.

Sia $a_{x,y} = a_x$. Si avrà $z_{x,y} = \frac{e^{\int b_{x,y} dy}}{[a_{x-1}]^x} \left\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-1,y} dy}} \times \right.$

$$\left. \frac{d}{dy} \left\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-2,y} dy}} \frac{d}{dy} \left\{ \cdots \cdots \left\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{0,y} dy}} \frac{d}{dy} \frac{d\Psi_y}{dy} \right\} \cdots \right\} \right\} \right\} .$$

Sia $a_{x,y}=a_x$ e $b_{x,y}=b_y$. Risulterà $z_{x,y}=\frac{e^{\int b_y dy}}{[a_{x-1}]^x}\,\frac{d^x\Psi y}{dy^x}=$ $e^{\int b_y dy-\Sigma\log.a_x}\cdot\frac{d^x\Psi y}{dy^x}$. Restando $a_{x,y}=a_x$ suppongasi $b_{x,y}=b_x$.

Siccome l' equazione $(n1)$ si riduce ad . . . . $a_x\,e^{y\Delta b_x}v_{x+1,y}$ $=\frac{dv_{x,y}}{dy}$ . . . $(n2)$, si dedurrà $v_{x,y}=\frac{dv_{x-1,y}}{a_{x-1}e^{y\Delta b_{x-1}}.dy}$; quindi $\frac{dv_{x-1,y}}{dy}=\frac{d}{dy}\left\{\frac{dv_{x-2,y}}{a_{x-2}e^{y\Delta b_{x-2}}.dy}\right\}$ e però $v_{x,y}=\frac{1}{a_{x-1}e^{y\Delta b_{x-1}}}\times$ $\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a_{x-2}e^{y\Delta b_{x-2}}}\,\frac{d}{dy}\left\{\frac{dv_{x-3,y}}{a_{x-3}\,ey\Delta b_{x-3}.dy}\right\}\right\}$. In generale...

$$v_{x,y}=\frac{1}{a_{x-1}e^{y\Delta b_{x-1}}}\,\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a_{x-2}e^{y-b_{x-2}}}\,\frac{d}{dy}\left\{\frac{1}{a_{x-3}e^{y\Delta b_{x-3}}}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{d}{dy}\left\{\ldots\frac{d}{dy}\left\{\frac{d\Psi y}{a_0e^{y\Delta b_0}.dy}\right\}\ldots\ldots\right\}\right\}\right\}=$$

$$e^{-\Sigma\log.a_x-y\Delta b_{x-1}}\cdot\frac{d}{dy}\left\{e^{-y\Delta b_{x-2}}\cdot\frac{d}{dy}\left\{e^{-y\Delta b_{x-3}}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{d}{dy}\left\{\ldots\frac{d}{dy}\left\{\frac{d\Psi_y}{dy}\right\}\ldots\ldots\right\}\right\}\right\}\ldots\ldots\ldots(k).$$

Dunque $z_{x,y}=e^{b_y y}\,(k)$ è l' integrale completo dell'equazione $a_xz_{x+1,y}+b_xz_{x,y}=\frac{dz_{x,y}}{dy}$. Se $a_{x,y}=a_y$ qualunque sia $b_{x,y}$, è

mol-

y

a_{x-}

a

a_x

a_{x-}

$\frac{1}{\quad}$

$_{-1,y}$

$y - \Sigma \log$

$\frac{e^{\int b_y dy}}{a^x}$

$\frac{e^{by}}{a^x}$

$-x \quad d^x$

TAVOLA

$$a_{x,y} z_{x+1,y} + b_{x,y} z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{\int b_{x,y} dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-1,y} e^{\int \Delta_x b_{x-1,y} dy}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-2,y} e^{\int \Delta_x b_{x-2,y} dy}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_{x,y} z_{x+1,y} + b_x z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{b_x y} \Big\{ \frac{1}{a_{x-1,y} e^{y \Delta b_{x-1}}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-2,y} e^{y \Delta b_{x-2}}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{a_{0,y} dy} \Big\} \cdots\cdots, \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_{x,y} z_{x+1,y} + b_y z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{\int b_y dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-1,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-2,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{a_{0,y} dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_{x,y} z_{x+1,y} + b z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{by} \Big\{ \frac{1}{a_{x-1,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-2,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{a_{0,y} dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_{x,y} z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = \frac{1}{a_{x-1,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{a_{x-2,y}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{a_{0,y} dy} \Big\} \cdots\cdots, \cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_x z_{x+1,y} + b_{x,y} z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{\int b_{x,y} dy - \Sigma \log . a_x} \Big\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-1,y} dy}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-2,y} dy}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_x z_{x+1,y} + b_x z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{y b_x - \Sigma \log . a_x} \Big\{ \frac{1}{e^{y \Delta b_{x-1}}} \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{e^{y \Delta b_{x-2}}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a_x z_{x+1,y} + b_y z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{\int b_y dy - \Sigma \log . a_x} \cdot \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

$$a_x z_{x+1,y} + b z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{by - \Sigma \log . a_x} . \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

$$a_x z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = e^{-\Sigma \log . a_x} \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

$$a z_{x+1,y} + b_{x,y} z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = \frac{e^{\int b_{x,y} dy}}{a^x} \Big\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-1,y} dy}} \cdot \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{e^{\int \Delta b_{x-2,y} dy}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{dy} \Big\} \cdots\cdots \Big\} \Big\} . \Big\}$$

$$a z_{x+1,y} + b_x z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = \frac{e^{y b_x}}{a^x} \Big\{ \frac{1}{e^{y \Delta b_{x-1}}} \cdot \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{e^{y \Delta b_{x-2}}} \cdot \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{1}{e^{y \Delta b_{x-3}}} \frac{d}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \frac{d}{dy} \Big\{ \frac{d\Psi y}{dy} \Big\{ \cdots\cdots \Big\} \Big\} \Big\}$$

$$a z_{x+1,y} + b_y z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = \frac{e^{\int b_y dy}}{a^x} \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

$$a z_{x+1,y} + b z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = \frac{e^{by}}{a^x} \cdot \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

$$a z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} \Big\} z_{x,y} = a^{-x} \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$$

molto facile dedurre dalla formola (θ1) l' espressione degli integrali corrispondenti. Sia dunque $a_{x,y} = a$ ed il rispettivo integrale completo sarà . . .

$$z_{x,y} = \frac{e^{\int b_{x,y}dy}}{a^x} \left\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-1,y}dy}} \times \frac{d}{dy} \left\{ \frac{1}{e^{\int \Delta_x b_{x-2,y}dy}} \frac{d}{dy} \left\{ \cdots \frac{d}{dy} \left\{ \frac{d\Psi_y}{dy} \right\} \cdots \right\} \right\} \right\}$$

dove per $b_{x,y}$ potrà mettersi successivamente b_x, b_y, b, 0. Per esempio quando $b_{x,y}=0$, si ha $z_{x,y} = a^{-x} \frac{d^x\Psi_y}{dy^x}$. Nell' ipotesi di $a_{x,y} = 1$ e di $b_{x,y}=0$, si avrebbe $z_{x,y} = \frac{d^x\Psi}{dy^x}$, integrale completo dell' equazione . . . $z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$. Distribuendo per ordine i casi precedentemente considerati, ed aggiungendo quei che mancano, si vedrà che possono tutti riunirsi sotto quattro classi nella maniera seguente. Posto 1.° Che il coefficiente del primo termine sia $a_{x,y}$, quello del secondo può avere una di queste espressioni, $b_{x,y}$, b_x, b_y, b, 0. 2.° Ciascuna ipotesi relativa al coefficiente del secondo termine può coesistere coll' ipotesi che sia $a_{x,y} = a_x$. 3.° Può coesistere coll' ipotesi che sia $a_{x,y} = a_y$. 4.° Può coesistere coll' ipotesi che sia $a_{x,y} = a$. Ecco una tavola in cui trovasi alla destra d' ogni equazione il respettivo integrale.

Gli integrali che si riferiscono all' ipotesi di $a_{x,y} = a_y$ sono manifestamente compresi e rappresentati dalla formola ($\theta 1$).

3.° Eccoci ad integrare la formola generalissima (m) cioè

$$a_{x,y}\, z_{x+1,y} + b_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy} + p_{x,y} \ldots (m)$$

Pongasi $z_{x,y} = \mu_{x,y}\,\nu_{x,y}$ come al n.° 1.°, e la trasformata

$$a_{x,y}\mu_{x+1,y}\,\nu_{x+1,y} + b_{x,y}\,\mu_{x,y}\,\nu_{x,y} = \nu_{x,y}\frac{d\mu_{x,y}}{dy} + \nu_{x,y}\frac{d\nu_{x,y}}{dy} + p_{x,y}$$

si divida nelle due

$$b_{x,y}\,\nu_{x,y} = \frac{d\,\nu_{x,y}}{dy} \ldots (1); \; a_{x,y}\,\mu_{x+1,y}\,\nu_{x+1,y} = \nu_{x,y}\frac{d\nu_{x,y}}{dy} + p_{x,y} \ldots (2)$$

Limitandoci a soddisfare alla prima, giacchè abbiamo veduto (n.° 1.°) che è superfluo integrarla completamente, troviamo $\nu_{x,y} = e^{\int b_{x,y}dy}$; quindi l'equazione (2) diviene . . .

$$a_{x,y}\, e^{\int b_{x+1,y}dy}\,\mu_{x+1,y} = e^{\int b_{x,y}}\frac{d\mu_{x,y}}{dy} + p_{x,y}.$$

Facciasi . .

$$a_{x,y}e^{\int\left(b_{x+1,y} - b_{x,y}\right)dy}\left(= a_{x,y}e^{\int\Delta_x b_{x,y}dy}\right) = a1_{x,y},$$

$$p_{x,y} - e^{\int b_{x,y}dy} = p1_{x,y}$$

e l' equazione da integrarsi sarà

$$a1_{x,y}\,\mu_{x+1,y} = \frac{d\mu_{x,y}}{dy} + p1_{x,y} \ldots (m1).$$

Noi dedurremo successivamente . . . .

$$\mu_{x+1,y} = \left(\frac{d\mu_{x,y}}{dy} + p1_{x,y}\right) : a1_{x,y}; \; \mu_{x,y} = \left(\frac{d\mu_{x-1,y}}{dy} + p1_{x-1,y}\right) : a1_{x-1,y};$$

$$\mu_{x-1,y} = \left(\frac{d\mu_{x-2,y}}{dy} + p1_{x-2,y}\right) : a1_{x-2,y}; \; \frac{d\mu_{x-1,y}}{dy} = \frac{d}{dy}\left(\frac{\frac{d\mu_{x-2,y}}{dy} + p_{1\,x-2,y}}{a1_{x-2,y}}\right)$$

$\mu_{x,y}$

$$\mu_{x,y}=\left\{\frac{d}{dy}\left\{\frac{\frac{d\mu_{x-2,y}}{dy}+p1_{x-2,y}}{a1_{x-2,y}}\right\}+p1_{x-1,y}\right\}:a1_{x-1,y};$$

ma $\frac{d\mu_{x-2,y}}{dy}=\frac{d}{dy}\left\{\frac{\frac{d\mu_{x-3,y}}{dy}+p1_{x-3,y}}{a1_{x-3,y}}\right\}$; dunque

$$\mu_{x,y}=\left\{\frac{d}{dy}\left\{\frac{\frac{d}{dy}\left\{\frac{\frac{d\mu_{x-3,y}}{dy}+p1_{x-3,y}}{a1_{x-3,y}}\right\}+p1_{x-2,y}}{a1_{x-2,y}}\right\}+p1_{x-1,y}\right\}:a1_{x-2,y}.$$

In generale $\mu_{x,y}=\frac{d}{dy}\left(\frac{d}{dy}\left(\frac{d}{dy}\left(\ldots\frac{d}{dy}\left(\frac{d\Psi y}{dy}+p1_{0,y}\right):\right.\right.\right.\right.$ $\left.a1_{0,y}+p_{1,y}\right):a1_{1,y}\ldots\left.\right):a1_{x-3}+p1_{x-2,y}\left.\right):a1_{x-2,y}+p1_{x-1,y}\left.\right):a1_{x-1,y}\ldots(k1)$;

Dunque $z_{x,y}=e^{\int b_{x,y}dy(k1)(k2)}$ è l'integrale completo dell' equazione (m).

N.° 4.° Per ottener l'integrale in tutti i casi particolari basta far successivamente le ipotesi che seguono. Supposto 1.° che il coefficiente del primo termine sia $a_{x,y}$, si ponga successivamente $b_{x,y}$, b_x, b_y, b, o per $b_{x,y}$; e $p_{x,y}$, p_x, p_y, p, o, per $p_{x,y}$. Ripetansi le stesse ipotesi nella supposizione che abbiasi a_x od a_y, od a, o zero per $a_{x,y}$. Per non diſſonderci soverchiamente ci occuperemo soltanto di alcuni casi.

Sia $a_{x,y}=a_x$, $b_{x,y}=b_x$ e però $a1_{x,y}=a1_x$. Si avrà

$$\mu_{x,y}=e^{-\Sigma\log.a1_x}\frac{d^x\Psi_y}{dy^x}+e^{-\Sigma\log.a1_x}\frac{d^{x-1}p1_{0,y}}{dy^{x-1}}+$$

e^{-}

$$e^{-\Sigma\log.a1_{x-1}}\cdot\frac{d^{x-2}p1_{1,y}}{dy^{x-2}}+e^{-\Sigma\log.a1_{x-2}}\cdot\frac{d^{x-3}p1_{2,y}}{dy^{x-3}}\cdots\cdots$$

$$+\,e^{-\Sigma\log.a1_{x-(x-2)}}\cdot\frac{dp1_{x-2,y}}{dy}+e^{-\Sigma\log.a1_{x-x-1}}\,\frac{d^0p1_{x-1,y}}{dy^0}\cdots(p),$$

dove, $p1_{x,y}=\frac{p_{x,y}}{e^{b_xy}}$. Dunque $z_{x,y}\left(=\mu_{x,y}\nu_{x,y}\right)=e^{b_xy}\,\mu_{x,y}=e^{b_xy}\,(p)$

è l' integrale completo dell' equazione . . . .

$$a_x\;z_{x+1,y}+b_x\;z_{x,y}=\frac{dz_{x,y}}{dy}+p_{x,y}.$$

Se $a_{x,y}=1$, e $b_{x,y}=b_y$, risulta $a1_{x,y}=1$ e si ha

$$\mu_{x,y}=\frac{d^x\,\Psi_y}{dy^x}+\frac{d^{x-1}p1_{0,y}}{dy^{x-1}}\cdots+p1_{x-1,y};$$ quindi . . ,

$$z_{x,y}=e^{\int b_ydy}\left[\frac{d^x\Psi_y}{dy^x}+\frac{d^{x-1}\;p1_{0,y}}{dy^{x-1}}\cdots+p1_{x-1,y}\right]$$ è l'integrale completo dell' equazione . . . .

$$z_{x+1,y}+b_yz_{x,y}=\frac{dz_{x,y}}{dy}+p_{x,y}.$$

Se $a_{x,y}=1$, e $b_{x,y}=0$, si trova $z_{x,y}=\frac{d^x\Psi_y}{dy^x}+\frac{d^{x-1}p_{0,y}}{dy^{x-1}}\cdots+p_{x-1,y}$ integrale completo dell' equazione $z_{x+1,y}=\frac{dz_{x,y}}{dy}+p_{x,y}$.

Questo integrale può mettersi anche sotto la forma seguente:

$$z_{x,y}=\frac{d^x\Psi_y}{dy^x}+\sum\frac{d^u p_{x-u-1}}{dy^u};$$ purchè si prenda l' integrale finito fra i limiti $u=0$ ed $u=x-1$.

Il risultato precedente combina con quello che il Ch. Professor Paoli ha trovato con un ingegnoso artifizio (Soc. Ital. t. cit.)

N.° 5.° Vediamo come s' integrino le formole (n), (m), nell' ipotesi che sia $\Delta x = -1$.

Siccome la formola (n) conduce all' equazione ausiliare

$$a1_{x,y}\, v_{x-1,y} = \frac{dv_{x,y}}{dy}\text{, dove } a1_{x,y} = a_{x,y}\, e^{\int (b_{x-1,y} - b_{x,y})\, dy},$$

equazione che corrisponde all' equazione ($n2$), si può dedurre successivamente

$$\left.\begin{array}{l}
v_{x,y} = \int a1_{x,y}\, v_{x-1,y}\, dy + \varphi(x) \\
v_{x-1,y} = \int a1_{x-1,y}\, v_{x-2,y}\, dy + \varphi(x-1) \\
v_{x-2,y} = \int a1_{x-2,y}\, v_{x-3,y}\, dy + \varphi(x-2) \\
v_{x-3,y} = \int a1_{x-3,y}\, v_{x-4,y}\, dy + \varphi(x-3) \\
\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\
v_{1,y} = \int a1_{1,y}\, v_{0,y}\, dy + \varphi(1)
\end{array}\right\} \cdots\cdots (A)$$

Dunque $v_{x,y} = \int a1_{x,y} \int a1_{x-1,y} \int a1_{x-2,} \cdots \int a1_{1,y}\, \Psi_y\, dy^x +$
$+ \varphi(1) \int a1_{x,y} \int a1_{x-1,y} \cdots \int a1_{2,y}\, dy^{x-1} + \varphi(2) \int a1_{x,y} \int a1_{x-1,y}$
$\cdots \int a1_{3,y}\, dy^{x-2} \cdots + \varphi(x-2) \int a1_{x,y} \int a1_{x-1,y}\, dy^2 +$
$\varphi(x-1) \int a1_{x,y}\, dy + \varphi(1) \cdots (q)$, e però $z_{x,y} = e^{\int b_{x,y}\, dy}$ (q'):

Se $a1_{x,y} = a1_x$ si ha . . . .

$v_{x,y} = [a1_x]^x \int^x \Psi_y \, dy^x + \varphi(1) [a1_x]^{x-1} \int^{x-1} dy^{x-1}$ $+ \varphi(2) [a1_x]^{x-2} \int^{x-2} dy^{x-2} \ldots\ldots + \varphi(x-3) [a1_x]^3 \int^3 dy^3$ $+ \varphi(x-2) [a1_x]^2 \int^2 dy^2 + \varphi(x-1) [a1_x]^1 \int dy + \varphi(x)$; ovvero, mutando l' ordine de' termini ed effettuando le integrazioni . . . $v_{x,y} = [a1_x]^x \int^x \Psi_y dy^x + \varphi(x) + \varphi(x-1) [a1_x]^1 y +$ $\varphi(x-2) [a1_x]^2 \frac{y^2}{2} + \varphi(x-3) [a1_x]^3 \frac{y^3}{2 \cdot 3} \ldots\ldots\ldots$ $+ \varphi(1) [a1_x]^{x-1} \frac{y^{x-1}}{2 \cdot 3 \ldots (x-1)}$ . . . (r) formola che quando $a1_x = 1$ diviene . . . $v_{x-y} = \int^x \Psi_y \, dy^x + \varphi(x) + \varphi(x-1) y$ $+ \varphi(x-2) \frac{y^2}{2} + \varphi(x-3) \frac{y^3}{2 \cdot 3} \ldots + \varphi(1) \frac{y^{x-1}}{2 \cdot 3 \ldots (x-1)} \ldots$ (s) integrale completo dell' equazione $v_{x-1,y} = d_{x,y}$ e però si ha $z_{x,y} = e^{\int b_y dy}$ (s) per l' integrale completo dell' equazione $z_{x-1,y} + b_y z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$.

N.° 6.° Negli integrali precedenti abbiamo soppressa la funzione arbitraria d' x che ha parte nell' espressione di $\mu_{x,y}$, perchè due funzioni arbitrarie sono sufficienti per completare l' integrale cercato. La ragione poi per cui l' integrale dell' equazione (n) nell' ipotesi di $\Delta x = -1$ esige due funzioni arbitrarie, deriva dalla natura stessa dell' equazione proposta. Infatti ella non è altro che un caso particolare della formola, che rappresenta generalmente l' equazioni a differenze parziali e differenziali parziali di second' ordine, cioè della formola

$a_{x,y}\, z_{x+2,y} + b_{x,y}\, z_{x+1,y} + c_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x+1,y}}{dy} + d_{x,y} \frac{dz_{x,y}}{dy}$ $+ e_{x,y} \frac{d^2 z_{x,y}}{dy^2}$, dove basta fare $a_{x,y} = 0$, $d_{x,y} = 0$ ed $e_{x,y} = 0$ per avere . . . . . $b_{x,y}\, z_{x+1,y} + c_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x+1,y}}{dy}$ cioè $c'_{x,y}\, z_{x-1,y} + b'_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ che è la formola (n) quando $\Delta x = -1$.

Ecco una difficoltà fattaci da un valoroso Geometra il quale persuaso che l'equazioni $z_{x\pm1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ sieno dello stess' ordine, vorrebbe che anche l'integrale completo di $z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ esigesse due funzioni arbitrarie. Si riduca, dic' egli, l' equazione $z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ alla forma $z_{x,y} = \frac{dz_{x-1,y}}{dy}$: integrando si avrà $z_{x-1,y} = \int z_{x,y}\, dy + \varphi(x)$, e prendendo l'integrale finito s' introdurrà una funzione arbitraria d'y; dunque ec. Oltre di questo egli aggiunge: io veggo che $z_{x,y} = \frac{d^x \Psi y}{dy^x} + \varphi(x) + y\varphi(x+1) + \frac{y^2}{2}\varphi(x+2) \ldots + \frac{y^x}{2.3\ldots x}\varphi(1)$ soddisfa esattamente all' equazione proposta.

Rispondiamo 1.° che il calcolo da noi fatto per ottener l'integrale della formola (n), prova a giudizio nostro il contrario (n.° 1.°) 2.° che $\int z_{x,y}\, dy = z1_{x,y}$ essendo una funzione diversa da $z_{x,y}$, l' equazione $z_{x-1,y} = \int z_{x,y}\, dy + \varphi(x)$ non è un'equazione a differenze finite, e non sembra lasciar luogo alla conclusione sopra esposta. 3.° Volendo dedurre l' espressione di $z_{x,y}$ dall' equazione $z_{x-1,y} = \int z_{x,y}\, dy + \varphi(x)$, si

ponga successivamente $x = 1 = 2 = 3$ ec. e siccome risulta $z_{0,y} = \int z_{1,y}\, dy + \varphi(1)$; $z_{1,y} = \int z_{2,y}\, dy + \varphi(2)$; $z_{2,y} = \int z_{3,y}\, dy + \varphi(3)$, si avrà . . . . .
$z_{0,y} = \int^2 z_{2,y}\, dy^2 + \varphi(2) \int dy + \varphi(1)$; $z_{0,y} = \int^3 z_{3,y}\, dy^3 + \varphi(3) \int^2 dy^2 + \varphi(2) \int dy + \varphi(1)$, ec. ec., ed in generale $z_{0,y}$ ovvero $\Psi y = \int^x z_{x,y}\, dy^x + \varphi(x) \int^{x-1} dy^{x-1} + \varphi(x-1) \int^{x-2} dy^{x-2} \ldots\ldots + \varphi(2) \int dy + \varphi(1)$. Si differenzi x volte per rapporto ad y, e dividendo per dy^x si dedurrà $z_{x,y} = \frac{d^x \Psi y}{dy^x}$ come al n.° 2.°.

Rispondiamo 4.° che dal discorso del Professore prelodato, ne seguirebbe che il numero delle funzioni arbitrarie competenti all' integrale completo della proposta, esser dovesse $= n$, giacchè può ella trasformarsi egualmente in $z_{x+n,y} = \frac{d^n z_{x,y}}{dy^n}$, il di cui integrale completo esige n differenti funzioni arbitrarie d'x. Per vedere come $z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ si trasformi in $z_{x+n,y} = \frac{d^n z_{x,y}}{dy^n}$, basta osservare che da $z_{x+1,y} = \frac{dz_{x,y}}{dy}$ si deduce successivamente $\frac{dz_{x+n-1}}{dy} = z_{x+n,y}$, $\frac{dz_{x+n-1,y}}{dy} = \frac{d^2 z_{x+n-2,y}}{dy^2} \ldots \frac{d^{n-2} z_{x+2,y}}{dy^{n-2}} = \frac{d^{n-1} z_{x+1,y}}{dy^{n-1}}$, $\frac{d^{n-1} z_{x+1,y}}{dy^{n-1}} = \frac{d^n z_{x,y}}{dy^n}$.

N.° 8.° Trattandosi della formola (m), l' equazione ausiliare nell' ipotesi di $\Delta x = -1$ è $a1_{x,y}\, \mu_{x-1,y} = \frac{d\mu_{x,y}}{dy} + p1_{x,y} \ldots (m3)$, e corrisponde all' equazione ($m2$) del n.° 4.°. In questo caso si ha

$\mu_{x,y}$

$$\left.\begin{array}{l}
\mu_{x,y} = \int\left(a^{1}_{x,y}\mu_{x-1,y} - p^{1}_{x,y}\right)dy + \varphi(x) \\
\mu_{x-1,y} = \int\left(a^{1}_{x-1,y}\mu_{x-2,y} - p^{1}_{x-1,y}\right)dy + \varphi(x-1) \\
\mu_{x-2,y} = \int\left(a^{1}_{x-2,y}\mu_{x-3,y} - p^{1}_{x-2,y}\right)dy + \varphi(x-2) \\
\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\
\mu_{1,y} = \int\left(a^{1}_{1,y}\mu_{0,y} - p^{1}_{1,y}\right)dy + \varphi(1)
\end{array}\right]$$

e si deduce successivamente

$$\mu_{x,y} = \int\Big(a^{1}_{x,y}\Big(\int a^{1}_{x-1,y}\mu_{x-2,y} - p^{1}_{x-1,y}\Big)\,dy + \varphi(x-1)\Big)$$

$$- p^{1}_{x,y}\Big)\,dy + \varphi(x)$$

$$\mu_{x,y} = \int\Big(a^{1}_{x,y}\Big(\int a^{1}_{x-1,y}\int a^{1}_{x-2,y}\mu_{x-3,y} - p^{1}_{x-2,y}\Big)\,dy + \varphi(x-2)\Big)$$

$$- p^{1}_{x-1,y}\Big)\,dy + \varphi(x-1)\Big) - p^{1}_{x,y}\Big)\,dy + \varphi(x)$$

$$\mu_{x,y} = \int\Big(a^{1}_{x,y}\Big(\int a^{1}_{x-1,y}\Big(\int a^{1}_{x-2,y}\Big(\int a^{1}_{x-3,y}\mu_{x-4,y} - p^{1}_{x-3,y}\Big)\,dy$$

$$+\varphi(x-3)\Big) - p^{1}_{x-2,y}\Big)dy + \varphi(x-2)\Big) - p^{1}_{x-1,y}\Big)dy + \varphi(x-1)\Big) - p^{1}_{x,y}\Big)\,dy + \varphi(x)$$

ed in generale . . . . . . (σ) . . . .

$$\mu_{x,y} = \int\Big(a^{1}_{x,y}\Big(\int a^{1}_{x-1,y}\Big(\int a^{1}_{x-2,y}\cdots\Big(\int a^{1}_{1,y}\mu_{0,y} - p^{1}_{1,y}\Big)dy + \varphi(1)\Big)\ldots -$$

$$p^{1}_{x-2,y}\Big)dy + \varphi(x-2)\Big) - p^{1}_{x-1,y}\Big)dy + \varphi(x-1)\Big) - p^{1}_{x,y}\Big)dy + \varphi(x)$$

Quindi $z_{x,y} = e^{\int b_{x,y}\,dy}\;(\sigma)$.

Se $a^{1}_{x,y} = a^{1}_{x}$, lo che succede quando $b_{x,y} = b_{y}$, ed $a_{x,y} = a_{x}$, la formola (σ) si cangia in

$$\mu_{x,y} = \left[a1_x\right]^x \int^x \Psi_y \, dy^x + \varphi(x) + \varphi(x-1)\left[a1_x\right]^1 \int dy - \left[a1_x\right]^1 \int p1_{x,y}\, dy$$
$$+ \varphi(x-2)\left[a1_x\right]^2 \int^2 dy^2 - \left[a1_x\right]^2 \int^2 p1_{x-1,y}\, dy^2 \ldots\ldots$$
$$+ \varphi(1)\left[a1_x\right]^{x-1} \int^{x-1} dy^{x-2} - \left[a1_x\right]^{x-1} \int^{x-1} p1_{2,y}\, dy^{x-2} - \left[a1_x\right]^{x-1} \int^x p1_{1,y}\, d$$
$$\ldots (\sigma 1)$$

e si ha $z_{x,y} = e^{\int b_y \, dy}$ (σ1): In questo caso il prelodato Professore con porre $z_{x,y} = \mu_{x,y} \int^x dy^x \, \nu_{x,y}$ ha trovato questa elegante formola . . . .

$$z_{x,y} = e^{\Sigma \log . a_{x+1} + \int b_y \, dy} \left\{ \int^x dy^x \, \Psi_y - \int^x dy^x \sum e^{-\Sigma \log . a_{x+2}} \frac{d^x e^{-\int b_y dy} p1_{x+1,y}}{dy^x} + \varphi(x) + \varphi(x-1)\, y + \varphi(x-2)\frac{y^2}{2} \right.$$
$$\left. + \varphi(1) \cdot \frac{y^{x-1}}{2 \, . \, 3 \ldots (x-1)} \right\}.$$

Noi osserveremo che la formola (σ1) in pratica è sempre limitata, perchè in ogni caso particolare, nella serie a cui si riferisce l' equazione proposta, convien fare x eguale ad un numero determinato, d' altronde le operazioni ch' essa esige sono molto semplici. Se nella formola (σ1) si fa $p1_{x,y} = 0$ si ritrova, come dee succedere, la formola (r) del numero 5.°

La sostituzione di $\mu_{x,y}\, \nu_{x,y}$ per $z_{x,y}$ serve dunque assai vantaggiosamente per ottenere l' integrale completo di tutte l' equazioni a differenze parziali e differenziali parziali di prim' ordine fra due variabili indipendenti, ed inoltre serve per integrare l' equazioni di second' ordine, comprese nella formola $a'_{x,y}\, z_{x+1,y} + b'_{x,y}\, z_{x,y} = \frac{dz_{x+1,y}}{dy} + p'_{x,y}$. L' u-

L' uniformità del metodo da noi tenuto ci è sembrata degna di qualche considerazione, ed abbiamo creduto che i risultati $(\theta 1)$, $(k2)$, malgrado la singolarità della loro forma, non dovessero rigettarsi, specialmente perchè si prestano con tanta semplicità alla derivazione di tutti gli integrali sino ad ora noti, e di cui l'Analisi è debitrice all' insigne geometra Pietro Paoli . Pronti a ricrederci se c' inganniamo, sottoponiamo i piccioli nostri tentativi al profondo giudizio di chi può decidere in queste sfuggevoli ed astruse materie.

ARTICOLO III.

Sull' integrazione dell' equazioni differenziali esatte, i di cui coefficienti sieno funzioni delle sole variabili comprese nell' equazioni stesse.

N.° 10. Per supplire ad alcuni difetti della mia Memoria *Sur l'intégration des équations*, stampata tre anni sono in Parigi da *Duprat* , difetti che provennero dall' omissione tipografica di alcune postille essenziali, presento in ristretto il metodo che allora intesi di pubblicare sull' articolo quì sopra divisato. Questo articolo abbraccia un estesissimo ramo di equazioni differenziali, e merita tutta la considerazione de' geometri.

N.° 1.° Sia $Qdx^2+Rdxdy+Sdy^2+Td^2y=0$ l'equazione generale di 2.° ordine, nella supposizione da noi fatta. Paragonando il differenziale del suo integrale ipotetico $Adx+Bdy=cdx$, si deduce $Q=\frac{dA}{dx}$, $R=\frac{dA}{dy}+\frac{dT}{dx}$, $S=\frac{dT}{dy}$, $T=B$. Dalle due prime $A=\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dT}{dx}\right)dy\right]$; ma $\frac{dR}{dx}=\frac{dQ}{dy}+\frac{d^2T}{dx^2}$ in virtù delle condizioni d' integrabilità; dunque $\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dT}{dx}\right)dy\right]$ è un' espressione esatta, e

$dx\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dT}{dx}\right)dy\right]+Tdy=cdx$ è l'integrale primo completo della proposta.

N.° 2.° Per l'equazioni a tre variabili, la di cui formola è ... $Qdx^2+Rdxdy+Sdxdz+Tdy^2+Vdydz+Zd^2y+Ydz^2+P(1)d^2z=0$ si ha $B=Z$, $C=P(1)$, $Q=\frac{dA}{dx}$, $R=\frac{dA}{dy}+\frac{dZ}{dx}$, $S=\frac{dA}{dz}+\frac{dP(1)}{dx}$, $T=\frac{dZ}{dy}$, $V=\frac{dZ}{dz}+\frac{dP(1)}{dy}$, $Y=\frac{dP(1)}{dz}$; Dunque $A=\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dZ}{dx}\right)dy+\left(S-\frac{dP(1)}{dx}\right)dz\right]$, integrale sempre possibile in termini esatti, perchè in virtù delle condizioni d'integrabilità, si sa essere $\frac{dQ}{dy}=\frac{dR}{dx}-\frac{d^2Z}{dx^2}$, $\frac{dQ}{dz}=\frac{dS}{dx}-\frac{d^2P(1)}{dx^2}$, e queste equazioni danno $\frac{dR}{dz}-\frac{d^2Z}{dxdz}=\frac{dS}{dy}-\frac{d^2P(1)}{dxdy}$. Dunque l' integrale primo completo della proposta è

$$dx\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dZ}{dx}\right)dy+\left(S-\frac{dP(1)}{dx}\right)dz\right]+Ydy-P(1)dz=cdx.$$

N.° 3.° Data l' equazione generale a quattro variabili $Qdx^2+Rdxdy+Sdxdz+Tdxdu+Vdy^2+Zdydz+Ydydu+P(1)d^2y+Q(1)dz^2+R(1)d^2z+S(1)dzdu+T(1)du^2+V(1)d^2u=0$ si trova collo stesso metodo il suo integrale primo completo sotto la forma ..... $dx\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dP(1)}{dx}\right)dy+\left(S-\frac{dP(1)}{dx}\right)dz+\left(T-\frac{dV(1)}{dx}\right)du\right]+P(1)dy+R(1)dz+V(1)du=cdx$, dove il coefficiente di dx è sempre una funzione finita.

N.° 4.° In generale sia R il coefficiente del rettangolo $dxdy$, R_1 il coefficiente del rettangolo $dxdz$, R_2 il coefficiente del rettangolo $dxdu$ . . . . R_{n-2} il coefficiente del rettangolo $dxd\varphi$, φ essendo la variabile n^{sima} . Sia Z il coefficiente di d^2y, Z_1 il coefficiente di d^2z , Z_2 il coefficiente di d^2u . . . . Z_{n-2} il coefficiente di $d^2\varphi$; e trattandosi di un' equazione di 2.° ordine fra n variabili , si avrà l' integrale primo completo sotto la forma seguente . . . . .

$$dx\int\left[Qdx+\left(R-\frac{dZ}{dx}\right)dy+\left(R_1-\frac{dZ_1}{dx}\right)dz+\left(R_2-\frac{dZ_2}{dx}\right)du\ldots\right.$$

$$\left.+\left(R_{n-2}-\frac{dZ_{n-2}}{dx}\right)d\varphi\right]+Zdy+Z_2dz+Z_2du\ldots+Z_{n-2}d\varphi=cdx\ .$$

N.° 5.° Passando all' equazioni di 3.° ordine , la formola generale di quelle che sono fra due variabili è $Qdx^3+Rdx^2dy+Sdxd^2y+Tdxdy^2+Vdyd^2y+Zdy^3+Yd^3y=0$. Suppongo che il suo integrale primo completo sia . . . . $Adx^2+Bdxdy+Cdy^2+Dd^2y=cdx^2$, A , B , C, D essendo funzioni d' x , y , ec. costanti , ed ottengo

$$Q=\frac{dA}{dx}\ ,\ R=\frac{dA}{dy}+\frac{dB}{dx}\ ,\ S=B+\frac{dD}{dx}\ ,\ T=\frac{dB}{dy}+\frac{dC}{dx},$$

$V=2C+\dfrac{dD}{dy}$, $Z=\dfrac{dC}{dy}$, $Y=D$. Dunque $D=Y$, $C=\dfrac{1}{2}\left(V-\dfrac{dY}{dy}\right)$, $B=S-\dfrac{dY}{dx}$, $A=\displaystyle\int\left[Qdx+\left(R-d\left(S-\frac{\;\frac{dY}{dy}\;}{dx}\right)\right)dy\right]$,

espressione finita perchè le condizioni d' integrabilità danno . . . $\dfrac{dR}{dx}=\dfrac{dQ}{dy}+d^2\left(S-\dfrac{\;\frac{dY}{dx}\;}{dx^2}\right)$; perciò l' integrale primo completo risulta . . . $dx^2\displaystyle\int\left[Qdx+\left[R-d\left(S-\frac{\;\frac{dY}{dx}\;}{dx}\right)\right]dy+\right.$

[S —

$$\left[S-\frac{dY}{dx}\right]dxdy+\frac{1}{2}\left(V-\frac{dY}{dy}\right)dy^2+Yd^2y=cdx^2.$$

N.° 6.° Proposta l' equazione generale a tre variabili . . . $Qdx^3+Rdx^2dy+Sdx^2dz+Tdxd^2y+Vdxd^2z+Zdxdy^2+Ydxdz^2+P(1)dxdydz+Q(1)dyd^2y+R(1)dyd^2z+S(1)dy^3+T(1)dydz^2+V(1)dy^2dz+Z(1)d^2ydz+Y(1)d^3y+P(2\,dz^3+Q(2)dzd^2z+R(2)d^3z=0$, si rappresenti il suo integrale primo completo per $Adx^2+Bdxdy+Cdxdz+Ddy^2+Edydz+Fd^2y+Gdz^2+Hd^2z=cdx^2$. Formati i respettivi rapporti, ne risultano per li coefficienti A , B ec. l' espressioni seguenti

$$A=\int\left[Qdx+\left[R-\frac{d\left(T-\frac{dY(1)}{dx}\right)}{dx}\right]dy+\left[S-\frac{d\left(V+\frac{dR(2)}{dx}\right)}{dx}\right]dz\right]$$

$$B=T-\frac{dY(1)}{dx},\ C=V-\frac{dR(2)}{dx},\ D=\frac{1}{2}\left(Q(1)-\frac{dY(1)}{dy}\right),$$

$$E=Z(1)-\frac{dY(1)}{dz},\ F=Y(1),\ G=\frac{1}{2}\left(Q(2)-\frac{dR(2)}{dz}\right),$$

$H=R(2)$. Siccome l' espressione di A è generalmente finita, perchè dalle condizioni d' integrabilità risulta

$$\frac{dR}{dx}=\frac{dQ}{dy}+\frac{d^2\left(T-\frac{dY(1)}{dx}\right)}{dx^2},\ \frac{dS}{dx}=\frac{dQ}{dz}+\frac{d^2\left(V-\frac{dR(2)}{dx}\right)}{dx^2}$$

ne segue che l' integrale primo completo della proposta sia ...

$$dx^2\int\left[Qdx+\left[R-\frac{d\left(T-\frac{dY(1)}{dx}\right)}{dx}\right]dy+\left[S-\frac{d\left(V-\frac{dR(2)}{dx}\right)}{dx}\right]dz\right]+$$

$$\left[T-\frac{dY(1)}{dx}\right]dxdy+\left[V-\frac{dR(2)}{dx}\right]dxdz+\frac{1}{2}\left[Q(1)-\frac{dY(1)}{dy}\right]dy^2$$

$$+\left[Z(1)-\frac{dY(1)}{dz}\right]dydz+Y(1)d^2y+\frac{1}{2}\left[Q(2)-\frac{dR(2)}{dz}\right]dz^2+$$

$$R(2)d^2z=cdx^2.$$

N.° 7.° Sia la formola generale dell' equazioni di 3.° ordine fra quattro variabili $Qdx^3 + Rdx^2dy + Sdx^2dz + Tdx^2du + Vdxd^2y + Zdxd^2z + Ydxd^2u + P(1)dxdy^2 + Q(1)dxdz^2 + R(1)dxdu^2 + S(1)dxdydz + T(1)dxdydu + V(1)dxdudz + Z(1)dyd^2y + Y(1)dyd^2z + P(2)dyd^2u + Q(2)dy^3 + R(2)dydz^2 + S(2)dydu^2 + T(2)dydudz + V(2)dy^2dz + Z(2)dy^2du + Y(2)d^2ydz + P(3)d^2ydu + Q(3)d^3y + R(3)dzd^2z + S(3)dzd^2u + T(3)d^2zdu + V(3)dz^2du + Z(3)dzdu^2 + Y(3)dz^3 + P(4)d^3z + Q(4)dud^2u + R(4)du^3 + S(4)d^3u = 0$ e posto che il suo integrale primo completo sia $Adx^2 + Bdxdy + Cd\ dz + Ddxdu + Edy^2 + Fdydz + Gdydu + Hd^2y + Idz^2 + Ld^2z + Mdudz + Ndu^2 + Od^2u = cdx^2$. Differenziando e paragonando i termini simili si deduce

$$B = V - \frac{dQ(3)}{dx},\ C = Z - \frac{dP(4)}{dx},\ D = Y - \frac{dS(4)}{dx},\ Q = \frac{dA}{dx},\ R = \frac{dA}{dy} + \frac{dB}{dx}$$

$S = \frac{dA}{dz} + \frac{dC}{dx}$, $T = \frac{dA}{du} + \frac{dD}{dx}$ e però . . . .

$$A = \int\left[Qdx + \left[R - \frac{d\left(V - \frac{dQ(3)}{dx}\right)}{dx}\right]dy + \left[S - \frac{d\left(Z - \frac{dP(4)}{dx}\right)}{dx}\right]dz\right.$$

$$\left.\left[T - \frac{d\left(Y - \frac{dS(4)}{dx}\right)}{dx}\right]du\right]$$ espressione esatta, perchè dalle condizioni d' integrabilità risulta

$$\frac{dR}{dx} = \frac{dQ}{dy} + \frac{d^2\left(V - \frac{dQ(3)}{dx}\right)}{dx^2},\quad \frac{dS}{dx} = \frac{dQ}{dz} + \frac{d^2\left(Z - \frac{dP(4)}{dx}\right)}{dx^2},$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dQ}{du} + \frac{d^2\left(Y - \frac{dS(4)}{dx}\right)}{dx^2}.$$

In seguito si trova $E = \frac{1}{2}\left(Z(1) - \frac{dQ(3)}{dy}\right)$, $F = Y(1) - \frac{dP(4)}{dy}$, $G = P(2) - \frac{dS(4)}{dy}$, $H = Q(3)$, $I = \frac{1}{2}\left(R(3)d - \frac{P(4)}{dz}\right)$, $L = P(4)$,

$M = S(3) - \frac{dS(4)}{dz}$, $N = \frac{1}{2}\left(Q(4) - \frac{dS(4)}{du}\right)$, $O = S(4)$. Dunque l'integrale richiesto è

$$dx^2 \int\!\!\int \Bigg[Q\,dx + \left[R - \frac{d\left(V - \frac{dQ(3)}{dx}\right)}{dx}\right] dy + \left[S - \frac{d\left(Z - \frac{dP(4)}{dx}\right)}{dx}\right] dz + \left[T - \frac{d\left(Y - \frac{dS(4)}{dx}\right)}{dx}\right] du \Bigg] +$$

$$\left[V - \frac{dQ(3)}{dx}\right] dxdy + \left[Z - \frac{dP(4)}{dx}\right] dxdz + \left[Y - \frac{dS(4)}{dx}\right] dxdu +$$

$$\frac{1}{2}\left[Z(1) - \frac{dQ(3)}{dy}\right] dy^2 + \left[Y1 - \frac{dP(4)}{dy}\right] dydz + \left[P(2) - \frac{dS(4)}{dy}\right] dydu$$

$$+ Q(3)d^2y + \frac{1}{2}\left[R(3) - \frac{dP(4)}{dz}\right] dz^2 + P(4)d^2z + \left[S(3) - \frac{dS(4)}{dz}\right] dudz$$

$$+ \frac{1}{2}\left[Q(4) - \frac{dS(4)}{du}\right] du^2 + S(4)d^2u = c\,dx^2 .$$

N.° 8.° Per avere una formola generale ch' estendasi all' equazioni di 3.° ordine fra n variabili, sia R il coefficiente di dx^2dy, R_1 il coefficiente di dx^2dz, R_2 il coefficiente di dx^2du ... R_{n-2} il coefficiente di $dx^2d\varphi$.

Sia V il coefficiente di dxd^2y, V_1 il coefficiente di dxd^2z, V_2 il coefficiente di dxd^2u . . . . . . V_{n-2} il coefficiente di $dxd\varphi$:

Sia $Q(3)$ il coefficiente di d^3y, $Q(3)_1$ il coefficiente di d^3z, $Q(3)_2$ il coefficiente di d^3u . . . . $Q(3)_{n-2}$ il coefficiente di $d^3\varphi$.

Sia $Y(1)$ il coefficiente di dyd^2z, $Y(1)_1$ il coefficiente di dyd^2u . . . $Y(1)_{n-3}$ il coefficiente di $dyd^2\varphi$.

Sia $S(3)$ il coefficiente di dzd^2y, $S(3)_1$ il coefficiente di dzd^2u . . . . $S(3)_{n-3}$ il coefficiente di $dzd^2\varphi$.

. . . .

Sia finalmente $Z(1)$ il coefficiente di dyd^2y, $Z(1)_1$ il coeffificiente di dzd^2z, $Z(1)_2$ il coefficiente di dud^2u . . . $Z(1)_{n-2}$ il coefficiente di $d\varphi d^2\varphi$.

Si osservi che la parte negativa del coefficiente di $d\varphi$ nell' espressione di A, è il coefficiente di $dxd\varphi$ nell' integrale primo, φ essendo una variabile n^{sima} qualunque, e si vedrà che la formola generale cercata è . . . . .

$$dx^2 \int\Big[Q dx + \Big[R - \frac{d\left(V - \frac{dQ(3)}{dx}\right)}{dx}\Big]dy + \Big[R_1 - \frac{d\left(V - \frac{dQ(3)_1}{dx}\right)}{dx}\Big]dz +$$

$$\Big[R_2 - \frac{d\left(V_2 - \frac{dQ(3)_2}{dx}\right)}{dx}\Big]du \ldots + \Big[R_{n-2} - \frac{d\left(V_{n-2} - \frac{dQ(3)_{n-2}}{dx}\right)}{dx}\Big]d\varphi\Big] +$$

$$\Big[V - \frac{dQ(3)}{dx}\Big]dxdy + \Big[V_1 - \frac{dQ(3)_1}{dx}\Big]dxdz + \Big[V_2 - \frac{dQ(3)_2}{dx}\Big]dxdu \ldots$$

$$+ \Big[V_{n-2} - \frac{dQ(3)_{n-2}}{dx}\Big]dxd\varphi + \Big[Y(1) - \frac{dQ(3)_1}{dy}\Big]dydz +$$

$$\Big[Y(1)_1 - \frac{dQ(3)_2}{dy}\Big]dydu \ldots + \Big[Y(1)_{n-3} - \frac{dQ(3)}{dy}\Big]dyd\varphi +$$

$$\Big[S(3) - \frac{dQ(3)_2}{dx}\Big]dzdu + \Big[S(3)_1 - \frac{dQ(3)_3}{dx}\Big]dzdt \ldots\ldots +$$

$$\Big[S(3)_{n-4} - \frac{dQ(3)_{n-2}}{dx}\Big]dzdy + \frac{1}{2}\Big[Z(1) - \frac{dQ(3)}{dy}\Big]dy^2 +$$

$$\frac{1}{2}\Big[Z(1)_1 - \frac{dQ(3)_1}{dz}\Big]dz^2 + \frac{1}{2}\Big[Z(1)_2 - \frac{dQ(3)_2}{du}\Big]du^2 \ldots +$$

$$\frac{1}{2}\Big[Z(1)_{n-2} - \frac{dQ(3)_{n-2}}{d\varphi}\Big]d\varphi^2 + Q(3)d^2y + Q(3)_1 d^2z + Q(3)_2 d^2u$$

$$\ldots + Q(3)_{n-2}d^2\varphi = cdx^2.$$

In pratica basta fare le sostituzioni respettive nelle serie seguenti R, $R1$, $R2$ . . . R_{n-2}; V, V_1, V_2 . . . V_{n-2}; $Z(1)$, $Z(1)_1$, $Z(1)_2$ . . . $Z(1)_{n-2}$; $Y(1)$, $Y(1)_1$, $Y(1)_2$ . . $Y(1)_{n-3}$; $Q(3)$, $Q(3)_1$, $Q(3)_2$ . . . . $Q(3)_{n-2}$; $S(3)$, $S(3)_1$, $S(3)_2$ . . . $S(3)_{n-2}$; ec. Il metodo è generale, e puossi estendere all' equazioni di qualunque ordine.

SUL-

SULLE
ACQUE MINERALI
DELLA
PROVINCIA BERGAMASCA
MEMORIA

Di Giovanni Maironi da Ponte

Riccvuta il dì 15 *Decembre* 1803.

Nelle Acque Minerali, che in varie regioni della terra scaturiscono, la Natura ha riposto de' soccorsi specifici nelle malattie, a cui l' umanità nostra va soggetta.

Ma assai scarso e incerto sussidio ella avrebbe da questa benefica sorgente, se l' arte, accorsa in ajuto della Natura, non avesse fatti intimamente conoscere i veri principj, che spesso diversi nelle diverse Fonti esistono. Sul pieno conoscimento de' quali può la Medicina regolare poi l' applicazione e l' uso delle medesime ai casi e ai bisogni differenti.

E' la Chimica, quest' arte rischiaratrice, a cui nói dobbiamo aver buon grado de' mezzi di conoscere e di classificare siffatti principj ospitanti nelle sorgenti Minerali, ed è dessa quella, che a' nostri giorni diè soggetto e comparsa a tanti Trattati preziosissimi, che di siffatte rarità naturali parlano, e le mettono a profitto reale dell' uomo. Gli Atti delle scientifiche Accademie, i Giornali Fisici e Medici, e moltissime opere di valentissimi Filosofi e Professori, riportano di queste utili operazioni della Chimica moderna.

Guidato io stesso dal desiderio di rendere sempre più note e frequentate le Acque Minerali della Patria, sebbene sopra tre di esse ci abbia data già un' opera compitissima e per ogni conto pregievole il rinomatissimo nostro Sig. Giuseppe Pasta, ho pensato di pubblicare estesamente l'analisi, che di esse avea io fatta, già molti anni prima, e cui ho replicata recentemente colla stessa uniformità di risultati.

La mia sarà una descrizione Fisica e Chimica piuttostochè medica delle nostre Fonti Minerali; e chi amasse di conoscerle perfettamente anche sul punto delle loro virtù medicinali, potrà dalle poche mie tracce passare alla lettura della prelodata Opera Classica, che ha per titolo: *Delle Acque Minerali del Bergamasco del Dott. Giuseppe Pasta* 1796.

Tre sono le Fonti Minerali primarie, che abbiamo in Bergamasca note anche fuori di patria per le loro virtù medicinali. A queste ne va aggiunta una quarta, scoperta or ora, e ch' io spero farassi prestamente, di esse non meno, nota e frequentata.

I.

La più celebre è quella di Trescore, e oggidì gode anche di una maggiore frequenza. Questo grosso ed ameno Villaggio, a cui conviene meglio il nome di Borgata, resta a levante, ed in distanza di dieci miglia dalla città, in una vaga e spaziosa pianura, intersecata dal fiume Cherio, e attorniata all' *est* e al *nord* da variate montagnuole calcari, vestite di boschi e di vigneti, e che appartengono alle grandi giogaje costituenti le valli Cavallina e di Calepio. Ridentissima è questa situazione, coronata di piacevolissime vicinanze e di deliziose villette.

La Fonte di cui parliamo, vi resta in una specie di bassura, sul margine occidentale appunto del Cherio: proveduta oggidì di un competente caseggiato ad alloggio di chi vi concorre; ed il quale, se adempimento avranno pienamente le generose e sagge deliberazioni del nostro Consiglio

Comunale, e le beneficenze, che vi vanno predisponendo gli altri nostri Corpi Amministrativi, giova sperare si convertirà sollecitamente in uno de' più ampj e ben agiati Edificj che si veggano a questo pubblico uso.

Noi siamo debitori a' Francesi del primo rinvenimento o almeno della celebrità di questi Bagni. Vogliono gli Scrittori nostri che ciò succedesse sotto Carlo Magno nel secolo VIII, quando la nostra Patria soggiacque al dominio Gallo. Ma essendo oramai distrutta dal tempo la Fabbrica, vennero ristorati nel 1470 dal rinomatissimo nostro concittadino Bartolomeo Colleoni.

Furono poi ridotti presso che alla forma presente da Silvano Capello Podestà di Bergamo nel 1580, che in seguito li diè in proprietà e tutela della Città.

E' stato recentemente migliorato, e anche ingrandito il caseggiato dalla beneficenza del fu Co. Giambatista Bresciani; il quale molto più avrebbe fatto, se morte non ce lo avesse rapito in età ancor fresca.

Varj nostri Scrittori parlarono de' Bagni di Trescore, come l' Albano, lo Zamaglia, il Carrara, il Suardi, il Quadrio, il Sig. Andrea Pasta e il Sig. Mazzi Milanese (*). Ma quello che ne diè un trattato completo è il prelodato nostro vivente Sig. Giuseppe Pasta; il quale nell' analisi chimica di questa e delle altre due Fonti seguenti si prevalse della mano espertissima del celebre Professor Brugnatelli nostro Socio.

Io penso di dar quì semplicemente una succinta descrizione di questa sorgente Minerale, in relazione ad un' analisi che molto prima ne avea fatta io sotto la scorta dell' impareggiabile mio Maestro il fu rinomatissimo Prof. Scopoli, e

---

(*) Può vedersi anche la mia Dissertazione prima sulla Storia Naturale della Provincia Bergamasca. Bergamo 1782.

e che ho posteriormente per ben due volte replicata. L'acqua di questa Fonte è perenne ed abbondante più che non lo sia in qualche altra scaturigine Minerale vicina, la quale quindi è poco meno che sconosciuta e negletta.

Essa viene cavata da un antichissimo pozzo con secchio; ma più col mezzo di una tromba attraente, e si trasmette per canali posticci a riscaldarsi nelle caldaje, donde si fa passare nelle tre belle caldarie inservienti ai Bagni medesimi. E questa è la parte dell'Edificio divisata, da ampliarsi la prima con un buon numero di camerini a bagno solitario.

Appena tratta dal pozzo può dirsi assolutamente limpida; ma non di rado avviene che entro vi si veggano pensili e nuotanti, a guisa di sottili piumette, certe particelle aggrovigliate nericce, che rassomigliano a quello di un antrace bituminoso disciolto, e che io richiamerei da questo principio, che ragionevolmente si può supporre non lontano dalla concentrata sorgente di quest' acqua, se le osservazioni de' prelodati valenti Professori non tendessero a farcele piuttosto credere derivative da altra accidentale estranea combinazione.

L' odore di quest' acqua è decisamente di Zolfo; e fassi sentire più eminentemente in certe ore e in certe giornate della fervida stagione.

Il sapore ne è fra l' amaro e lo stitico, ma più comunemente nauseoso: producendo in altri anche diversa sensazione; e molle e viscidetta al tatto trovasi da tutti.

La temperatura di quest' acqua tratta appena dal pozzo è assolutamente al disotto di quella dell' Atmosfera. Il dì 28 Luglio 1791, e il dì 26 Luglio 1803, ne' quali vi replicai le mie osservazioni, allo stesso Termometro di Reaumur era di quindici gradi (nel primo caso), mentre quella dell' Atmosfera ascendeva ai diciannove e mezzo, e il calore dell' acqua del Cherio e de' vicini ruscelli era ai diciassette. E notossi (nel secondo) l' acqua della Fonte ai gradi quindici e mezzo di calore, mentre quello dell' Atmosfera montava ai venti e mezzo, e le acque del Cherio e di essi ruscelli comparivano calde oltre i diciotto .

Anche il peso specifico di quest'acqua è minore di quelle di tutte le altre , in confronto pure della distillata .

Conservata quest' acqua minerale in vasi di cristallo, segnatamente se vi si lasci libero l'ingresso dell' aria, vi fa de' lievi depositi cenerognoli oscuri, i quali trovansi altro non essere che lo Zolfo, che si scioglie dall' acqua nella scomposizione operatavi dall' aria .

I pannolini che si adoprano nelle funzioni de' bagni, o che altrimenti s' immergono in quelle acque, si rodono e consumano con prestezza .

Miste cól latte, non danno alcun fenomeno, solo che al palato di alcuni riescono più grate, e forse per essi più sollecite al passaggio per orina.

Esposte per avventura al sole in un vaso, si trova che se ne staccano dal fondo alla superficie certe picciolissime bullulette , che raccolte co' soliti apparati si trovano essere di Acido Carbonico, ossia *aria fissa* , come si è chiamata sino a quest' ultimi tempi .

Esige quest' acqua per la ebullizione assai più di calorico che la comune. E in tale operazione si separa da essa lo Zolfo e va parte ad attaccarsi alle pareti del vaso, e parte a nuotare sulla di lei superficie : venendo in tal guisa decomposto il Gas Epatico, ossia il Gas Idrogeno solforato ; il quale trovasi ospitare in essa in ragione di un pollice e d' un settantesimo per libbra .

Se all' acqua di Trescore si frammischi la tintura d' Alcea, questa perde il suo color vivo rossiccio, e ne riassume un fosco ed oscuro .

La tintura di Turnesole punto non vi si ammortizza . E resiste quest' acqua ad ogni impressione per parte della soluzione di Galla, del Prusiato di Calce, e di Potassa; sicchè si può francamente asserire che nessuna parte di Ferro esista nella nostra Fonte .

Un pezzo di terso Argento lasciato per qualche tratto immerso in quest'acqua prestamente si annerisce. E il Rame in lamine vi perde subito la sua tinta vivace, e di una patina si ricopre giallognola-oscura, facendo perdere alle acque stesse porzione del loro odore.

L'acqua di calce, frammischiata con quella della nostra Fonte, s' intorbida sensibilmente, e somministra un sedimento calcareo, ossia di calce, in ragione di quattro grani per libbra.

La calce dell' Arsenico abbandonata per alcune ore all' azione di quest' acque zulfuree, addiviene giallognola, e fassi un orpimento, non togliendo ad esse l' odor epatico.

Diversamente succede, se vi si impieghi l' Ossido del Piombo. Esso si annerisce sollecitamente, e del suo odor epatico rimane spogliata l' acqua.

Questo viene dissipato, non però con tanta prestezza, anche se all' acqua della nostra Fonte si unisca l' ossido nero di Manganese. E gli altri ossidi metallici, nella stessa guisa adoperati, nulla somministrano di rimarchevole.

Al risultato dalle operazioni cogli ossidi metallici furono analoghi quelli, che io ottenni dall' impiego, che nell' analisi io feci di varie delle soluzioni, ossia Nitrati metallici. Potei però osservare riguardo a questi ultimi, che quelli del Mercurio, del Piombo, e dell' Argento venivano decomposti dall'acqua nostra Minerale, e convertiti in precipitati; i quali sperimentati, si trovarono altro non essere nella massima parte che Sali muriati.

Essa è combinabile col sapone, siccome tutte le altre acque comuni del vicinato. E nessun sensibile cangiamento io vi riconobbi dall' applicazione degli Alcali puri o dei loro stessi Carbonati.

Ho accennato pocanzi che la nostra Fonte contenea dell' Acido Carbonico. Procurai quindi coll' ajuto de' soliti apparati di riconoscerne precisamente la quantità; e diffatti da ogni libbra ne ottenni un quarto di pollice.

Trattata finalmente quest' acqua anche cogli altri mezzi e confronti, che somministra la Fisica e la Chimica, od una esatta analisi, siccome in vero ha fatto anche il prelodato Prof. Brugnatelli, mi risultò evidentemente in tutti gli sperimenti replicati, che le sostanze Minerali in questa Fonte sono le surriportate, e di più quindici grani di Salmarino ossia Muriato di Soda.

Non per detrarre punto dalla ragionata analisi di quel prestantissimo Chimico, soggiungerò che a me ne risultò in un eguale volume d' acqua anche quasi un grano e mezzo di Sal di Glaubero (Solfato di Soda de' Chimici moderni). Riassunti quì dunque tutti questi risultati possiamo dire, che l' Acqua Minerale di Trescore contiene per ogni libbra

Gas Idrogeno Solforoso pol. cub. $1\frac{1}{70}$

Gas Acido Carbonico — — — — $\frac{1}{4}$

Carbonato di Calce grani — 4. —

Muriato di Soda grani — — 15. —

Solfato di Soda grani — — — — — $\frac{1}{2}$

Ed è probabilmente alla presenza de' suddetti due Gas che noi dobbiamo attribuire l' ingombro di testa, che spesso provar suole chi si fa a bere quest' acqua, e sopra tutto chi vi si attuffa: incomodo però affatto istantaneo e passaggiero.

In fianco al suddetto pozzo, ed entro il recinto del medesimo caseggiato trovansi anche i Fanghi. Consistono questi in una pozzanghera nericcia minerale circoscritta da bassa muraglia; e la quale a prima giunta sembra mista di polvere di Carbone artificiale, tramandando un gravissimo odor di Zolfo a considerabile distanza.

Il Fango è soverchiato dall' acqua, la quale parimente è minerale e colà zampillante non visibilmente. Quando questa è quieta, si vede ricoperta di una certa pellicola di varianti colori, e spesso imitante quello che si riflette dal rame piritoso.

Diseccato il fango di questa pozzanghera, arde sulle brage quasi come lo zolfo. E soventemente sì esso che l' acqua superiore verdeggiano in certa maniera, come osservò anche il sullodato Professore, dai vegetabili, che vi si disciolgono, fra i quali segnatamente la *Conferva rivularis Linnaei*.

Le altre erbe nascenti all' intorno della pozzanghera sono *Poa annua*, *Triticum repens*, *Equiserum arvense*, *Soncus oleraceus*, *Paretaria vulgaris*, *Convolvulus sepium*, *Cicorium sylvestre*, *Potentilla reptans*, *Liches saxatilis*, *Trifolium pratense*, *Primula veris officinalis*, *Sedum acre*, *Verbena officinalis*, *Antirichinum cymbalar*, *plantago lanceolata* ec. ec.

Questo fango appena tratto dalla pozzanghera, ha un color nero lucente, somigliante alla pece liquida, il quale sempre più si ammortizza, quanto più la terra s' accosta al suo diseccamento.

E' pochissimo dissolubile nell'acqua, alla quale egli non imprime che un picciolissimo sapor dolcigno, passata che sia per il feltro.

Trattato co' diversi Acidi Minerali, come il Nitroso, il Nitrico, e il Muriatico, fa grande effervescenza, venendone sviluppato un Gas di un odor epatico penetrantissimo.

Un' oncia di questo medesimo fango diseccato lentamente al fuoco, col solito Chimico Apparato, dà tanto del suddetto Gas, quanto basta per riempire una caraffa capace di diciotto once d' acqua, il quale trovasi essere un miscuglio di Gas Idrogeno solforoso, e di Gas Carbonico.

Da tutti questi dati, costantemente analoghi nelle diverse e replicate mie osservazioni, risulta che ne' fanghi Minerali di Trescore esiste un Fegato di Zolfo Calcareo, con Muriato di Soda simile a quello incontrato nelle acque della Fonte. E come in essa, riscontrai anche quivi alcuni pochi grani di Zolfato di Soda.

Non è messe mia parlare dell' uso di questa Fonte Minerale nelle umane malattie. I nostri Medici impiegano queste acque, ed esternamente applicano i Fanghi, per risolvere tumori indolenti, e cagionati da un umor viscido e freddo, nelle paralisie, e nella debolezza de' membri, ne' dolori reumatici e artritici, e in somma ovunque sia bisogno di ravvivare la oscillazione de' vasi minimi, e di rimettere in circolo le materie viscide e tenaci, che impainate ristagnano.

Le acque prese in bevanda sono atte a ripulire lo stomaco e gli intestini, purgando piacevolmente: e quindi servono ai Medici per curare tutte le malattie, che da imbarazzo di visceri e da oppilazione dipendono. Arrestano il vomito, eccitano l' appetito, e giovano mirabilmente.

Questi Bagni oggidì sono incomparabilmente divenuti più noti e frequentati. E a ciò cooperò non meno la prelodata opera insigne del nostro Sig. Giuseppe Pasta, che le guarigioni veramente stupende che vi vanno succedendo continuamente, e che gli hanno portati in vero al grado di celebrità.

II.

Un' altra Sorgente zolfurea è quella, detta di S. Omobuono, nella nostra Vallimagna, dal Villaggio, che vi si trova sotto la invocazione di questo Santo.

Essa è manifestamente tale, come vedremo dalle analoghe sue proprietà. La Comune di S. Omobuono resta a dodici miglia dalla Città, cammin facendo per essa valle tra il *Nord*, e il *Nordouest*.

La fonte poi si ha ad un mezzo miglio circa dal Villaggio, sul medesimo verso. Essa resta nell' imo della valle immediatamente alla sponda destra del fiumicello, che la stessa valle innaffia. E dicesi questo sito Valbettola.

Sebbene tali acque non sieno note fuori di patria, che da quarant' anni o poco più, nullameno si vede che lo erano benissimo agli abitatori di quc' contorni dal denominar che fecero *Fontanino della Rogna* questa scaturigine, appunto dal di lei uso in tale malattia.

La bocca d'onde zampilla l'acqua, è affatto rude, e del diametro di un'oncia circa in guisa di fessura in un banco calcareo screpoloso, che forma la base a quasi tutto il letto del fiumicello, e fors' anche alle stesse montagnole terziarie che quivi rinserrano la vallata, la quale d' altronde a questo punto sarebbe assai spaziosa, come rappresentano le geologiche mie osservazioni riportate nella precitata Dissertazione sulla Storia Naturale della nostra Provincia.

Convien osservare altresì che tutte le vicinanze abbondano, a preferenza d'ogn' altro luogo, di uno Schisto cenericcio-nero lucido fragilissimo, e molle al tatto (*Schistus pinguis Wall.* spec. 159. *a.*), e che questo massimamente non molto lungi dalla Fonte vedesi strisciato di emanazione zolfurea. Anzi la pietra stessa conformante detta scaturigine, e gli altri sassi in vicinanza, sono coperti frequentemente di un sedimento granulare aderente zolforoso, il quale vuolsi prodotto da certi tenuissimi fiocchetti biancastri di essa sostanza, che vengono portati fuori dall' acqua medesima, ed ivi depositati.

Quante volte visitai questa scaturigine, mi riuscì sempre di poter raccogliere un poco di siffatta posatura; la quale diseccata e messa poscia sulle brage, si vide sempre ardere rapidamente, siccome il perfettissimo zolfo.

L' odore di questo minerale annuncia la presenza della fonte a varie centinaja di passi di distanza, segnatamente nella calda stagione, e nella combinazione favorevole che le acque del vicino fiumicello non soverchino quelle della sorgente.

Ne' vasi, quanto sono questi meglio custoditi, tanto è più sensibile in esse l' odore di zolfo. Per altro allontanate dalla fonte, esalano, e s' indeboliscono nella energia, siccome succede di quelle stesse di Trescore, e di tutte l' altre di simile carattere.

Quello che di singolare hanno queste, è che si possono conservare per più e più mesi in vasi chiusi, senza che facciaciano il minimo sedimento; ciò che prova che lo zolfo di cui son pregne, è attenuatissimo e sottilissimo.

Nell' ultima visita che vi praticai in giugno dell' anno scorso, quando fui in Vallimagna per qualche osservazione sopra due fontane intermittenti, che quindi non lungi si trovano, potei estendere le mie indagini ed esperienze anche sopra due altre scaturigini zolfuree, che si veggono in vicinanza a quella, che fa il principal soggetto del presente discorso.

L' acqua è perenne in tutte e tre, non però di volume eguale; sembrandomi che la più copiosa sia quella attualmente in uso, sebbene forse la meno facile a preservarsi, perchè, come abbiam veduto, in una situazione da essere soverchiata dalle acque del fiumicello in ogni di lui più piccola piena.

Le succennate secondarie due polle sino ad ora non sono adoperate, sebbene sieno della stessissima attività, e in una di esse si abbiano anche i fanghi.

Non sono spiacevoli al palato queste acque. E nell' assaggiarle sentesi un sapore dolcigno, acidetto, simile a quello che risulta dalla combinazione del Gas Idrogeno Solforoso e Carbonico coll' acqua pura.

Sono limpide a vedersi e freschissime a bersi. Ed ho in esse sempre trovata la stessa temperatura che in quelle di Trescore essendo costantemente due gradi meno calde delle acque pure del vicinato; poichè l' Atmosfera essendo nell' ultima mia visita a gradi 19, superava di gradi due il calor di queste ultime; ma malgrado di tanta freschezza non si congelano giammai.

L' acqua di S. Omobuono, comecchè zolfurea, pur quanto ai principj, e alla dose loro, non è perfettamente conforme con quella di Trescore. L' analisi che anche di questa ho rifatta più d' una volta impiegandovi tutte le solite chimiche combinazioni, e tutti i consueti reagenti, mi vi fece scoprire costantemente della differenza fra l' una e l' altra. In quella per esempio gli Ossidi d' Arsenico, e di Piombo si alterano di colore più che in questa, quando tutto all' opposto succede se vi si immerga un pezzo d' Argento e di Rame.

Oltre di che nell' acqua minerale di Vallimagna la sostanza salina è tutta zolfato di soda, ossia sal di Glaubero, quando nelle prime è nella massima parte Muriato di Soda ossia Salmarino. Dalle mie sperienze dunque, reiterate anche sulla norma di quelle del prelodato Sig. Brugnatelli, parmi essere autorizzato a poter dire, che nelle acque di S. Omobuono per ogni libbra esistano

di Gas Epatico, ossia Gas Idrogeno Solforoso	pol.	$1\frac{1}{15}$
di Acido Carbonico ossia Aria fissa		$\frac{11}{15}$
di Carbonato di Calce o Terra calcare	gr.	$2\frac{1}{9}$
di Zolfato di Soda, ossia Sal di Glaubero	gr.	$11\frac{1}{3}$

Le erbe più copiose che formano tappeto al margine delle suddette tre Minerali scaturigini, sono *l' Hedera helix*, *Listrum salicarium*, *Adiantum capillus veneris*, *Triticum repens*, *Convolvulus sepium*, *Cicorium sylvestre*, *Lichen plicatus* & *Lichen saxatilis*, *Mentha sylvestris*, *Folipodium felix* ec.

I boschi poi circostanti a questo sito sono quasi tutti di *Fagus sylvestris*, di *Carpanus betulus*, di *Fagus castanea*, di *Corilus avellana*, di *Viburnum ebulus* ec.

L' uso di quest' acqua si è ora fatto notissimo e frequente, e se ne contano delle guarigioni mirabili, sia ella adoperata esteriormente, o sia internamente usata a norma del bisogno.

La ragione e l' analogia la ha additata a' Medici opportunissima per molte malattie, e le sperienze, che da essi se ne vanno facendo, la confermano sempre più nel suo credito e nella crescente sua fama.

Ne' mali cutanei di qualunque razza viene adoperata con molto buon successo, sicchè quasi si stabilisce che sia dessa specifica.

Nelle infermità poi interne, ove sieno delle suppurazioni, delle ulcere, delle ostruzioni, delle contratture ed offese de' nervi, dei calcoli, e degli altri incomodi di vasi urinarj, i Medici la trovano commendabile.

L' uso attuale di quest' acqua è riservato, siccome accade di quella di Trescore, ai tre mesi estivi, quando la sete suol essere maggiore, e più aperti i canali del corpo; ma se ci stringe il bisogno, e l' indugiare sino a quel tempo possa essere di danno, si potrà usarla in ogni stagione, giacchè essa in ogni stagione ritiene la medesima limpidezza e quasi il medesimo odore e sapore. „ Può ella (dice l' illustre Sig. Giuseppe Pasta nella precitata sua opera) praticar„ si con sicurezza, sì ne' fanciulli, che ne' vecchj. Non „ ha prodotto il minimo sconcerto in più donne gravide; e „ si può credere con molta probabilità che, tanto le donne „ facili a sconciarsi, quanto le sterili per inorganico vizio, „ possano ritrarne uno specifico ajuto „.

Pare che anche circa questa Fonte cotanto salutifera ed utile s' incominci a pensare a qualche provvedimento, onde liberarla almeno dall' inconveniente d' essere non di rado soverchiata e confusa dalle piene del vicino torrente fiumicello.

Frattanto nel portarsi al Villaggio di questa sorgente incominciasi a godere del vantaggio di una strada per lungo tratto molto migliorata; e hassi ragion di sperare che presto si potrà dire altrettanto del resto.

Varcata dall' imo della Vallimagna la giogaja che la conforma dalla parte dell' *est*, s' arriva col cammino di due ore o poco più in Valbrembilla, valle così detta dal fiumicello di tal nome che la bagna. Poco lungi dalla sinistra sponda di questo, presso il villaggio denominato pur egli Brambilla, trovasi scaturire un' altra polla zolfurea; la quale dicesi perfettamente simile all' anzidescritta di S. Omobuono, e per i suoi effetti corrispondenti del tutto sui sensi, e per le guarigioni orora riuscite di analoghe malattie.

Come la stagione me lo permetterà, mi porterò sul luogo per praticarne una formale analisi, e per farvi gli occorrenti confronti.

III.

Le acque di S. Pellegrino, così dette dal nome del Villaggio, in cui hanno la sorgente, sino a' nostri dì restarono neglette, e quasi sconosciute; anzi da alcuni nostri Scrittori furono erroneamente dichiarate micidiali e nocive. Le operazioni però e le sperienze, che sul sito da qualche tempo si sono fatte, ne hanno dimostrata la innocenza e la utilità. Le stupende guarigioni poi che se ne contano, le hanno rese ora celebri ed assai frequentate.

Questo villaggio, che è uno de' più considerabili, che veggansi in Valbrembana, giace sulla sponda occidentale del Brembo, in distanza dalla Città dieci miglia circa.

La di lui situazione è ridente, sebbene racchiusa fra le due eccelse giogaje, che la grande vallata costituiscono. Resta quasi sul centro di una picciola pianura, tutta attorniata da eminenze, ora di piacevole, ora di spaventosa sembianza, appartenente alle giogaje medesime, che formano una prospettiva di amenità e di orridezza la più interessante.

Le sponde stesse del fiume presentano un misto di cose il più dilettevole e sorprendente. Quì abitazioni signorili abbellite e maestose, alternate da rustici casolari, da giardinetti e da orticelli: là verdeggianti praterie, intersecate da ruscelli, e corredate da filoni d' alberi: quì annosi folti boschetti invitano a grati passeggi: là ombrosi recessi, ed orridi spechi danno comodo seggio e filosofico ritiro. In somma tutto quì corrisponde a rendervi il soggiorno assai piacevole e gradito.

La Fonte minerale, la quale scaturisce divisa in due polle vicine, sta a qualche distanza dal corpo della villa, sopra la declività di un praticello, dove sin l' anno scorso non esistè, che una stanzuola, in cui restava chiusa una delle polle, e radunavansi le persone a berne. Ora una sociecietà di alcuni cittadini vi ha costrutto un comodo fabbricato. Consiste questo in uno spazioso atrio, fornito di due belle vasche, nelle quali dall' alto si fa cadere l' acqua minerale ad uso di bibita sul luogo.

Dietro al medesimo atrio sullo stesso piano sonovi varj camerini con gli agj necessarj, e con vasche di marmo a bagno individuale, nelle quali si fa per tubi murati passare l' acqua minerale riscaldata artificialmente.

In fianco dell' atrio sonovi le stanze da trattenimento e di rinfresco, a comodo di chi vuol usare di quest' acque alla sorgente.

Questo fabbricato è divisato ad un maggior ampliamento, e la di lui situazione è già sì piacevole ed amena, che pare che la natura stessa abbia fatto tutto per renderla vaga ed interessante.

Sì l' una che l' altra delle polle è perenne ed imperturbabile per qualunque eventualità. Quella poi che può dirsi quasi copiosissima è la prima, la quale è la ora racchiusa nel suddetto fabbricato, lasciato lo zampillo dell' altra a beneficio della povertà.

Le erbe, che restano innaffiate da esse acque, sembrano resistere più al venire della fresca stagione, e d' altronde rivivono più presto in primavera. Tali erbe sono: *Lichen plicatus*, *Triticum repens*, *Adiantum capillus veneris*, *Listrum salicarium*, *Hedera helix*, *Leontodon taraxacum*, *Gleocoma oleraceus*, *Mentha aquatica*, *Mentha sylvestris*, *Veronica becabunga*, *Viola martia*, *Sisymbrium narturtium*, *Malva sylvestris*, *Oxalis acetosella*, *Potentilla reptans* *ec.*

Quest' acqua trovasi costantemente più calda dell' Atmosfera; e difatto nel replicar che feci, di colà passando, più volte le mie osservazioni, io la trovai sempre dai due ai tre gradi di superior temperatura.

Essa è limpidissima e ridondante di bollicine visibili anche ad occhio nudo di un Gas sottilissimo, che se ne sprigiona con impeto sino a cagionare de' leggieri spruzzi.

A ta-

A tale sprigionamento e scoppio di Gas attribuir si deve la frequente crepatura delle bocce di vetro, se sieno elleno affatto empiute di quest' acqua minerale, ed ermeticamente chiuse. Quindi essa lasciata lungamente all' aperto perde i suoi Gas che sono il miglior suo principio. Questo è il Gas Carbonico, ossia Aria fissa, come l' hanno chiamato sino a' nostri dì.

L' odor dell' acqua di S. Pellegrino non è sensibile che appena tratta dalla fonte, e fors' anche a stento. Sembra quel tenuissimo del Gas Carbonico.

Il sapore è leggermente piccante, e per certuni quasi insensibile o tendente al liscivoso e saponaceo.

Il suo peso specifico è di $\frac{3}{1150}$ minore di quello dell' acqua distillata, e tiene la mentovata temperatura in ogni stagione.

Il passaggio di quest' acqua per orina copioso e pronto, si è il di lei più ordinario effetto. Sono tollerate dal ventricolo in guisa stupenda, poichè si è veduto qualcuno berne sino oltre le trecent' once per mattina, e durare in questa grande dose per varj giorni, senza risentirne il menomo sconcerto, anzi con lodarsene non solamente quanto alla sollecita passata, ma eziandio pel buon successo ne' mali.

Frammischiata l' acqua della nostra Fonte colla tintura d' Acea, trovasi che il color di questa si ravviva alquanto, sicchè sembra più rossigna.

Usai di varj ossidi metallici, e principalmente di quelli di Piombo e di Argento; e nessun fenomeno mi presentarono rimarchevole o decisivo.

Aggiunsi a quest' acqua un poco di limatura di Ferro. Nessun altro cangiamento vi produsse che quello d' imprimere dopo lungo tratto alla medesima il sapore stitico ed austero, che prima non avea.

Vi frammischiai del prussiato di Calce, e di Potassa, onde meglio riconoscere se vi esistesse del Ferro combinato;

ma nessun risultato venne a favorire il mio dubbio. E lo stesso successe, venendole applicata la tintura di Galla.

Abbiamo veduto che copioso ospita in queste acque il Gas Carbonico; il che viemaggiormente si mette in chiaro, se lodevolmente combinar le si può il calorico. Difatti con questo mezzo e coll' apparato Idro-pneumatico ho potuto con successo certissimo replicare le sperienze, che prima avea per cagion di mancanza d' istromenti eseguite con assai più laborioso stento; e da esse costantemente mi risultò, che per ogni libbra l' acqua di S. Pellegrino contiene due pollici d'Acido Carbonico.

Proseguita l' analisi sopra il residuo terroso di quest' acqua, privata che sia del suddetto Gas Carbonico, trovai altro non essere egli che un Carbonato di Calce, e corrispondere nel peso a poco meno di un quarto di grano.

Bramoso poi di riconoscere gli altri principj fissi, che in questa sorgente esistono, versai alcune goccie di Nitrato di Barita sopra una libbra della stessa acqua raccolta di fresco in un vase di vetro, e n' ebbi un precipitato che era un vero Solfato di Barita. Tentai questo medesimo sedimento coll' Acetito Baritico; e tali ne furono le risultanze da non dubitare che questo non fosse un vero Solfato di Soda ossia Alcali minerale, ed in ragione di un grano ed un trentesimo. Vi va unita una tenuissima parte anche di Selenite, che aggiunta alla quantità già notata di Carbonato di Calce, si può valutare insieme quello e questa un quarto di grano per ogni libbra. L' acqua di S. Pellegrino contiene dunque per ogni libbra di peso.

Gas Carbonico	pol.	2. —
Carbonato di Calce ec.	grani	— $\frac{1}{4}$
Solfato di Soda	grani	1. $\frac{1}{30}$

Con questa mia analisi coincidono quasi tutte le risultanze di quella, che sul luogo praticò nel 1793 il prelodato to Professore Brugnatelli, coll' ajuto del bravo nostro Medico e Botanico Professore Facheris. Non v' ha che una poco valutabile differenza sul punto del Solfato di Soda: ingrediente forse il meno interessante la virtù medica della sorgente, giacchè ciò che maggiormente è da pregiarsi in tale acqua, vuolsi essere da' Medici il Gas Carbonico.

La osservabile temperatura poi di questa sorgente, costantemente superiore a quella dell' Atmosfera, ha dato argomento a diverse teorie, onde spiegare un fenomeno che non è il più comune.

Io, omesse le altre spiegazioni, inclinerei a derivare, piuttosto che da ogni altra cagione, la combinazione del calorico in queste acque, da quella, da cui suolsi massimamente richiamare il riscaldamento delle Fonti Termali.

Concentratissima debb' essere la prima sorgente della nostra Fontana, siccome la fa supporre la stessa costanza del suo volume, e la stessa sua imperturbabilità. E chi sa che anche nella nostra Sorgente non abbia influenza qualche fuoco sotterraneo? Chi sa che essa in origine non sorga che dal condensamento degli umori in qualche caverna sul centro della vicina gran montagna, là dove appunto si faccia sentire qualche fuoco sotterraneo e si feltrino le acque piovane? Chi sa che nel lunghissimo loro viaggio le acque non passino sopra alcuno strato piritoso, il cui calorico venga combinato con esse, e che incontrato poi qualch' altro strato di Soda, con questa resti incorporato l' acido Solforico, che per avventura, dalle piriti, insieme col calorico, devono aver elleno divelto? Ed ecco in questo caso l' origine anche del poco Solfato di Soda, che in questa Fonte si trova.

Anche il tante volte lodato Sig. G. Pasta propone ingegnosissime conghietture sopra questa particolarità della nostra Fonte: nel mentre che sulla base dell' analisi del Sig. Brugnatelli si fa egli da Medico suo pari a ragionare sopra queste acque e sopra il loro uso salutifero.

La loro indole piacevole e innocente fa che ne sieno ca-

capaci le persone più deboli e malaticcie, purchè le bevano ne' debiti modi.

Per i calcoli delle reni, e della vessica, per le renelle ed altre affezioni renali, i Medici le vogliono specifiche. Giovano pure alle cachessie scorbutiche e malinconiche, ed a' dolori, che da essa procedono. E sopra tutto sono eccellenti per guarire tutte le affezioni cutanee dipendenti da salsedine e da acrimonie d' umori.

IV.

Descritte le tre Fonti minerali primarie e più celebri della Provincia Bergamasca, passerò a quell' altra nella classe delle secondarie che a ragione, fra esse può dirsi la più meritevole d' illustrazione.

Quest' è la Fontana Marziale sul Tener di Gandellino, non ignota allo stesso Sig. Giuseppe Pasta (*), ventisette miglia distante dalla Città, immediatamente al dissopra di Gromo in Valseriana, e che vedesi scaturire a due polle separate.

Passato il Serio sul ponticello Peza, che resta ad un quarto d' ora incirca dal detto picciolo borgo di Gromo, si trova subito la ripida Falda occidentale della grande giogaja, che dal *nord* al *sud* costeggia la Valseriana.

Da questo punto obbliquamente salendo verso mezzodì lungo un viottolo, che conduce a Boario, ad un quarto d'ora dall' imo della valle, in un bosco chiamato i *Xoveri* incominciasi a trovare la prima di esse polle minerali; ed altrettanto ci vuole per giungere alla seconda, che scaturisce ad alcuni piedi sotto il viottolo medesimo.

Tutta la gran Falda è di uno schisto granitoso micaceo (*les*

(*) Ne fa un breve cenno nella prefazione del preaccennato di lui Trattato, pag. XXI.

(*les roches feuilletées del Sig. Saussure*) a massi confusi, vorticosi, e rovesciati quasi dapertutto investito d'Acido Zolforico; il quale si può dire manifestarvisi evidentemente.

Il dorso della Falda, dove non è coperto di terra e di vegetabili, presta un facile mezzo a siffatta osservazione. Anzi a pochi passi dal detto praticello, ma verso settentrione, vedesi una gran valle rovinosa, solcata nel pendìo del monte, tutta coperta di rottami compenetrati dall' Acido medesimo, derivante dalla pirite ferrea in istato di scomposizione.

Quivi appunto esistono le vestigia di un antico edificio, rimesso non ha guari, e non ha guari novamente rovinato per la fabbrica del Vitriolo, vedendosi ivi abbandonato anche un gran cumulo di minerale preparato a quest' uopo.

E' da osservarsi altresì che poco inferiormente alla suddetta prima polla trovansi evidenti segnali, che altra volta vi si cavasse del Ferro. E di questo metallo veggonsi non dubbie impressioni in molti altri luoghi della Falda.

Premessi questi lontani rimarchi passiamo a descrivere più davvicino questa Fonte, conosciuta quivi rispettivamente a tutte due le polle, sotto la denominazione di Fontana del Vitriolo.

I dì 21, 22, 23, 24 dello scorso Settembre furono quelli, in cui per la seconda volta visitai e potei fare osservazioni ed esperienze locali sopra questa Fonte (*).

Non vi riconobbi mai la minima differenza o alterazione, sebbene più d' una fiata si mutasse lo stato dell' Atmosfera, e vi succedesse qualche dirotta pioggia.

So-

(*) Sono obbligato de' mezzi di eseguire sul luogo la nuova mia analisi al Sig. Gio. Battista Franzina singolar mio amico, abitante in Gromo il più dell' anno, dove egli co' lumi suoi particolari nella mineralogia e nella metallurgia ha portata la fabbrica dell' Acciajo nostro ad una perfezione da pareggiare quello pregiatissimo d' Inghilterra.

Sono stato assicurato che quest'acqua è perenne in ambidue le polle per siccità che avvenga. E' sempre limpidissima, ma di un color brillante, come quello di un imbrunito Acciajo.

Il dì 22, immersa nell'acqua della prima polla, immediatamente alla scaturigine, la palla di un esattissimo Termometro di Reaumur, nel quale il calor dell'Atmosfera era marcato ai 15 gradi e mezzo sopra la congelazione, discese il mercurio ai gradi 9 e mezzo.

Fatto altrettanto rispetto alla seconda polla, il mercurio discese agli 8: nel mentre che le scarse acque di una picciolissima sorgente non minerale, intermedia tra questa e la prima polla, non poterono farlo discendere che alli 10 e mezzo; e tale fu il risultato anche dell' immersione dell' istromento nelle acque del Serio.

La qualche disparità però, da me notata, di temperatura nelle due polle, potrebbesi attribuire alla differenza del volume nelle loro scaturigini, sicchè il maggior corpo d'acqua nella seconda concorra a ritenere la natural freschezza di sortita a preferenza della prima.

Questa in un quarto d'ora somministra trenta libbre grosse e quindici once d'acqua, nel mentre che la seconda in ugual tempo ne dà sessantacinque e più.

La nostra acqua minerale nel peso supera di un millesimo la distillata. E il di lei sapore trovasi acidulo da qualcuno; stitico e decisamente austero da tutti; tale in somma qual suol essere quello delle sostanze, in cui sciolto sia il Ferro.

Sono freschissime a bere, assai facili a passare, e non mortifere agli insetti acquatici, de' quali taluno ne ho vedute ne' piccioli stagni della Fonte: anzi vi ho sperimentato vivere non brevemente infusi gli stessi lombrici.

L'erbe, che formano tappeto all' intorno delle due scaturigini, sono di una tinta vivissima verdecarica. E non altra impressione ricevono da quest'acqua, che quella dell' ossido di ferro, che essa vi depone nel suo decorso, sicchè per lungo tratto, erbe, radici, foglie, pietre, e terra, tutti sono ingombri di una sostanza giallo-rossiccia, quale la vera ocra ferrea.

Il margine poi e il contorno della Fontana, tanto in un sito quanto nell' altro, è coperto delle seguenti erbe principalmente: *Lichen plicatus*, *Lichen saxatilis*, *Adiantum capillus veneris*, *Hedera helix*, *Listrum salicarium*, *Mentha sylvestris*, *Potentilla reptans*, *Veronica montana*, *Chrysanthemum alpinum*; *Teucrium montanum*, *Polipodium selis*, *Tuxilago alpina*: osservabile essendo, rispetto a quest' ultima, che il rovescio della di lei foglia è tutto petecchiato di rosso giallo, siccome l' ocra stessa.

Vegeta prosperamente, non lungi da questa Fontana, la *Circea alpina*, il *Fagus sylvestris*, l' *Asarum europeum*, la *Betula alba*, il *Carpanus betulus*, il *Pinus picea*, il *Pinus abies*, il *Pinus mugus*, il *Pinus larix*, l' *Acer pseudo-platanus*, il *Viburnum obolus*, il *Corilus avellana ec.* La denominazione dunque di Fontana del Vitriolo invalsa quivi rispetto a quell' acqua, e la compenetrazione di tutta questa falda da un apparente Acido zolforico, siccome abbiam veduto, mi hanno fatto da principio riguardare l' acqua minerale di Gandellino, come di carattere decisamente vitriolico; quindi nel divisamento di tentarne l' analisi colla possibile precisione, ho creduto di dover prendere a guida delle mie sperienze le *Osservazioni Fisiche sull' acqua di Recoaro*, con tanta maestria istituite dal fu insigne Matematico Anton-Mario Lorgna.

Io le riporterò con quello stesso ordine e metodo, con cui le ho praticate.

Quest' acqua si unisce al sapone con molta facilità, in confronto dell' altre del vicinato, e di quella stessa del fiumicello Golio; la quale nella purità uguaglia quasi la distillata.

Lo stesso succede unendola al latte. E questa infusione incomincia a rappigliarsi, soltanto dopo che le si uniscono alcuni grani di vitriolo di commercio.

Le carni stesse lasciatevi in infusione non accrescono il loro color sanguigno, se non dopo l' aggiunta del vitriolo suddetto.

Quest' acqua, se in essa infusa venga la tintura di Turnesole; prende perfettamente il colorito della stessa; nè in essa ravvisasi alcuna alterazione. Assume il color di rubino, soltanto allorchè aggiunti le vengono alcuni grani di esso vitriolo.

Le Rose secche lasciate in quest' acqua lungamente infuse, non fanno che ravvivare il natural loro colorito. Lo alterano subito e progressivamente s' anneriscono, se ad essa s' aggiunga come sopra del vitriolo.

Trattata colla tintura di Galla, l' acqua ingiallisce, nè cangia mai in nero l' assunto colore, se non se quando anche in questo sesto sperimento abbia luogo la suddetta aggiunta.

Il medesimo risultato io ho avuto dalla sperienza fatta sopra quest' acqua colla tintura d' Alcoa.

Lasciata una lamina di purissimo Argento lungamente nell' acqua minerale di Gandellino, non ha mai perduto della sua lucidezza.

Infusa in quest' acqua un' altra lamina di terso Acciajo, il lustro si annebbia subito e prestamente si ricopre di una ben colorita ocra; la quale comparata con quella tratta dalla Fonte, si trova avere tutte le stesse qualità.

Preparai con un poco di Vitriolo di Cipro un picciol vaso d' acqua distillata, e un altro di quella della nostra Fonte. La più picciola differenza non potei in esse osservare. In ambidue i vasi infusa lasciai rispettivamente una lamina di terso Acciajo. Ed un' altra ne infusi contemporaneamente in un vaso d' acqua minerale di Gandellino. Quest' ultima ir-

irrugginì semplicemente, siccome era successo nell' antecedente sperimento: le altre due senza la minima differenza fra loro presero un color di Rame perfetto.

Scelsi dell' acqua di Calce recentemente fatta, e vi infusi dell' Azzurro di Berlino, per cui essa ingiallì. Versai di questa infusione nella nostra acqua minerale: e il risultato conservò lo stesso color giallognolo. Misi della stessa infusione anche in un picciol vaso d' acqua distillata, e precisamente simile ne fu il risultato. Aggiunti poi in un vaso e nell' altro alcuni grani di Vitriolo di commercio, l' acqua si cangiò di colore in ambidue e si fe verd' oscura.

Le sin quì riportate sperienze mi sono sembrate bastanti a provare, che l' acqua di Gandellino non contiene Acido Solforico, ossia Vitriolico, almeno in quantità sensibile; e che poi, se pur una qualche minima dose ne contenesse, questa certamente sarebbe marziale, giammai di quello di Rame.

Ritenuto che quest' acque non fossero vitrioliche per le prove sopra riportate, tentai di scoprire di quali altri principj minerali esse fossero pregne, usando all' uopo altre infusioni.

Versato nelle stesse un poco di Acido marino, non vi si sono punto intorbidate; nella stessa guisa che successe facendo sperimento sopra l' acqua distillata.

Altrettanto mi è risultato infondendovi dell' Acido nitroso fumante.

Nessuna alterazione o effervescenza ho osservato in quest' acqua, versandovi il Carbonato di potassa sciolto nell' acqua distillata. E lo stesso è avvenuto dall' infusione in esse dell' Acido Solforico.

Versato nell' acqua di Gandellino il nitrato di mercurio, fatto a freddo, vi succede subito un annuvolamento, ed una pronta precipitazione di una sostanza di color giallo-arancio smorto. Esso è l' ossido del medesimo mercurio, e mi risultò in ragione di sei grani per ogni libbra d' acqua.

Dalla decomposizione poi del Nitrato di mercurio, fatto a freddo, rimarcata sì copiosa nella suddetta acqua, come nell' antecedente sperienza, risulta che in esse esiste certamente un altro principio, atto a combinarsi coll' Acido che entra nella formazione del Sale, e quindi liberare l' ossido del mercurio. Questo principio non può essere che il Ferro, il quale d' altronde esistervi si comprova con tante altre sperienze.

Tentai quest' acqua anche col mezzo della svaporazione. Messe quattro libbre di essa in un vaso aperto, vi applicai un lento fuoco, per il quale in meno di tre ore tutta svaporò. Raccolsi dal fondo del vaso quattro grani di un sedimento verdognuolo tenuissimo, senza sapore, che posto sul fuoco punto non si alterava.

Lo assoggettai all' azione degli Acidi, nè mai fece effervescenza; e trovai essere una vera terra selenitosa, e in ragione di un decimo di grano per ogni libbra d' acqua.

Raccolto il sedimento, che mi lasciarono quest' acque, dopo lungo tempo, sulle pareti, e sopra tutto sul fondo di un vaso aperto, lo sottomisi all' azione de' solidi reattivi. E questa posatura, che era bruno-cinerina, fu trovata evidentemente per la massima parte carbonato di ferro. Difatti coll' Acido Solforico fece effervescenza e si sciolse. E la soluzione, trattata dappoi col Prussiato di Potassa, diede un bell' azzurro di Berlino. Questo Carbonato di Ferro mi risultò esistere nella Sorgente di Gandellino in ragione di un grano e mezzo in circa per ogni libbra d' acqua.

Nel fare e nel rifare le suddette sperienze, tanto presso la Fonte, quanto sopra l' acqua trasportata altrove, io avea osservato che dal fondo del vaso, in cui era raccolta, s' alzavano alcune bollicine, le quali giunte alla superficie, subito scomparivano: ciò poi vieppiù accrescendosi, quanto maggiormente si agitava il vaso.

Sospettai quindi che in questa Fonte fosse ospitante qualche Gas, siccome in quasi tutte le acque di simil carattere, e coe come ho pur osservato rispetto segnatamente a quelle di S. Pellegrino.

Notai però essere in questa molto men copiose e vibrate siffatte bollicine, e non avere energia da formare scoppio a pelo d' acqua, come succede in quella, nè alcuna esplosione o tentativo contro il turacciolo delle bocce.

Privo in quel punto d' ogn' altro apparato, dovetti appigliarmi, per poter raccogliere e conoscere questo gas, all' espediente usato dal Sig. Lorgna rispetto alle acque di Recoaro.

Col mezzo dunque di vessiche preparate raccolsi da quattro libbre grosse d' acqua minerale quasi un quarto di pollice di Gas.

E assoggettato esso agli sperimenti e ai tentativi indicati dal prelodato Autore, mi risultò essere non già Gas Solforico, come avea sospettato dapprima, ma Gas Carbonico generato (convien dire) dall' Acido di questo nome, che in natura è il più comune e frequente mineralizzatore del Ferro.

Ciò posto oserei congbietturare, che due diverse modificazioni quivi dalla natura subisca questo metallo nelle due separate situazioni della montagna; l' una di mineralizzazione coll' Acido solforico, vale a dire di Solfato di Ferro, siccome vedesi laddove si trova tutt' ora il Vitriolo in efflorescenza; l' altra di mineralizzamento coll' Acido Carbonico, cioè a dire, di Carbonato di Ferro.

In siffatta guisa, parlando della nostra fonte Minerale, la sostanza Ferrea, che le acque sviscerano dalla più concentrica parte della montagna, di mano in mano che essa si mette in contatto coll' aria atmosferica, resta svincolata dal Gas Carbonico, da cui essa era investita, ed addiviene ossido; e sorte in tale stato liberamente coll' acqua stessa, come lo dimostrano le deposizioni d' Ocra sulla terra per non picciol tratto lungo il decorso di queste polle, siccome abbiam veduto.

Questa teoria viene confermata da quanto si osserva di quest'

quest' acqua lasciata in vasi aperti e quieta, deponendo essa in tale stato sulle pareti una specie di sottilissimo ossido di Ferro, ciò che non succede qualora essa resti in vasi chiusi.

Da ciò hassi ragion di conchiudere, che quanto più si sprigiona dall' acqua di Gandellino il suo Gas, tanto meno ne è difficile e sollecita la scomposizione, e quindi la risultanza dell' ossido; e che all' opposto, quanto meno se ne lascia sprigionare il principio spiritoso, tanto più se ne ritarda lo scomponimento.

Copiosissima abbiamo dunque veduto essere l' ocra di Ferro che trovasi spontaneamente deporre questa Fonte alle due sue scaturigini, e deporerne altresì con facilità ne' vasi aperti. Sicchè parmi poter io pronunciare come cosa fuori d' ogni dubbio, che il principio predominante, anzi direi quasi l' unico valutabile in essa, sia il Ferro: in guisa da diffinirsi l' Acqua Minerale di Gandellino assolutamente marziale.

Ma ammessa di questa Fonte la classificazione adottata saggiamente dal prelodato nostro Dott. Pasta ed espressa ne' pochissimi cenni, che ne fa nella prefazione del citato suo Trattato, non saprei poi francamente decidermi a quale de' due ordini d' Acque ferruginose sia questa da assegnare: giacchè l' Acido Carbonico, che vi ospita, è così scarso da non potersene quasi accorgere col palato; almeno per quanto è a me accaduto.

E d' altronde il sapore stitico ed austero vi è così deciso ed eminente da potervelo chicchessia riconoscere facilmente.

Avendo chiesto sul luogo, se note già fossero quivi queste due scaturigini d' Acqua Minerale per qualche medica virtù, io riseppi, che, provata recentemente da certuni, anche per consiglio de' Medici, nelle malattie massime provenienti da debilitazione di ventricolo, e da sfiancamento de' vasi orinanarj, si sono trovate utilissime, e che quindi specialmente per questo conto hanno acquistato non poco credito in tutto il vicinato, ed incominciano ad aver già qualche frequenza.

ESPERIENZE ED OSSERVAZIONI PER DIMOSTRARE CHE LE PIANTE ASSORBISCONO IL CARBONIO

MEMORIA

Di Gioacchino Carradori

Presentata da ANTONIO CAGNOLI

Il dì 20 *Dicembre* 1803.

Una proposizione di Senebier ha dato motivo a queste mie ricerche. Egli nella sua Fisiologia Vegetabile sostiene, appoggiato a degli esperimenti, che il *Carbonio in stato semplice* non è assorbito dalle piante. L'autorità del Fisiologo dei vegetabili fermò la mia attenzione, e mi feci lecito, non ad oggetto di orgogliosamente rigettare la sua proposizione con dei ragionamenti più speciosi che solidi, ma per ritrovare la verità, d' interrogare a forza di diligenti e variati esperimenti, l' imparziale e veridico Oracolo della natura.

Si credea comunemente, che il Carbonio sciolto comunque nell' acqua, e forse anche sospeso, fosse assorbito dalle piante. Ora non sembra probabile a Senebier, che il *Carbonio* entri nei vegetabili tale quale, o sia nella forma naturale di semplice elemento, a causa dell' estrema piccolezza dei vasi, per i quali deve passare. Molto meno il *Carbone* sospeso nell' acqua può essere ricevuto dalle piante a causa del troppo stretto calibro dei loro vasi. Si è creduto, dice Egli, che l' acqua di letame fosse una dissoluzione di Carbone, e che ella fertilizzasse la terra per il Carbonio sciolto che ella contiene; ma Egli è d' avviso, che la si deve riguardare, non come un' infusione di Carbonio, ma come un liquore capace di fermentare, e fermentando somministrare molto acido carbonico. Il carbonio, a suo parere, egli è indissolubile nell'

nell' acqua, onde non vi è mezzo per introdurlo nei vegetabili, se non in istato di *combinazione salina*, cioè unito all' ossigeno in forma di acido carbonico. L' acido carbonico, che si scioglie sì agevolmente nell' acqua, e si introduce sì bene in circolazione nelle piante, è quello, che somministra tutto il carbonio ai vegetabili.

Egli ha osservato sovente, che ciò che turba la trasparenza dell' acqua diviene un ostacolo all' assorbimento delle piante. Una leggiera tintura di Cocciniglia è capace di ritardare il succhiamento di esse. Le piante assorbiscono poco o nulla dell' acqua di letame, e l' acqua comune diventa meno propria ad esser succhiata, quando si mescola, anco in una picciolissima dose, con la precedente. Una decozione acquosa di terra di Giardino non potè esser succhiata da delle piante, come l' acqua comune. I seguenti esperimenti formano la base del suo raziocinio.

Egli mise dei rami di *Lampone Framboisier* (Rubus Idaeus) in delle Fiale a collo lungo e stretto, uno nell'acqua di letame pura, uno nell' acqua comune, e un altro in una mescolanza di queste due acque, e furono tutti esposti al sole. Quello che era nell' acqua di letame pura, dopo 4 ore appassì, e succhiò pochissima acqua, che sarà stata circa a' 20 grani; l' altro che era nell' acqua di letame temperata con acqua pura appassì dopo un giorno, e succhiò da 40 grani d' acqua, e il terzo, che era nell'acqua comune, succhiò da 800 grani d' acqua, e si mantenne sempre fresco.

Dopo, ripetè su dei rami simili l' esperienza in altra maniera. Mescolò un decimo d' acqua di letame con nove decimi d' acqua comune, ed ebbe nel primo giorno 100 grani d' acqua succhiata, nel secondo giorno 10 grani, e nell' acqua comune, un ramo simile il primo giorno succhiò 650 grani d' acqua, il secondo 548 grani; in fine mescolò un centesimo d' acqua di letame con acqua comune, il ramo immerso in questa mescolanza succhiò meno acqua che nell' acqua comune, ed appassì più presto.

Dunque, se l' acqua di letame è una dissoluzione di *Carbone*, o *Carbonio*, non favorisce la vegetazione delle piante, poichè si vede, che quelle, che vi sono immerse, cioè, che vi sono state poste dentro con il loro gambo, ne assorbiscono assai meno, che dell' acqua pura, e alla fine vi periscono.

Io presi dell' acqua di letame, cioè di quell' estratto acquoso, che scola dopo le piogge dalle masse di Concio (*a*) esposto all' aria, che era del colore, e trasparenza dell' infusione di Caffè, e la tenni dei giorni in riposo. Essa non fece nessun deposito, nè turbò mai la sua trasparenza, onde mi parve a tutti i caratteri una vera *soluzione di letame*. In questa dunque posi a vegetare, in una camera ben luminosa, e non molto fredda, ove il Termometro di Reaumur non scese mai in tutta l' invernata ai 5 gr. sopra il gelo, in diversi vasi, ma di uguale capacità ed apertura, ai primi di Febbrajo, differenti piante, cioè una pianta del Titimalo (Euphorbia Latyris), di Mercorella (Mercurialis annua), di Senecio (Senecio vulgaris), di Veccia (Vicia Satia), tutte con le loro barbe; come pure dei rami senza barbe d' Amorino d' Egitto (Reseda odorata); e in alcuni altri vasi misi delle radici tuberose di patate germoglianti (Solanum tuberosum); e poi messi altrettante piante dell' istessa specie, e per quanto era possibile uguali, in dei vasi simili con acqua pura, nell' istessa stanza, e nell' istessa esposizione rapporto all' aria, e alla luce, perchè mi servissero di confronto; e segnai in tutt' i vasi l' altezza del fluido, per riscontrare quanto ne era assorbito. In capo a dei giorni osservai, che tanto quelle, che vegetavano nell'acqua comune,

---

(*a*) Per *Concio* intendo dei letti di stalle, o sia degli escrementi animali misti a sostanze vegetabili ammucchiati, e che hanno sofferto un certo grado di putrefazione. Presso di noi alcuni hanno la cattiva usanza di tenere a putrefarsi queste masse all' aria scoperta.

che nell' acqua di letame, erano ugualmente fresche, e non vi potei scorgere, sì nel colore, che nel vigore, nessuna differenza; se non che quelle dell' acqua pura aveano succhiato più, che quelle dall' acqua di letame. Io provai a far passare dall' acqua pura nell' acqua di letame una pianta di Mercorella, e non mostrò segni d' aver sentito questo cambiamento. Un giorno esposi al sole tutti questi vasetti con le loro piante, ma avendo osservato, che per l' azione del sole erano alquanto appassite, le levai, e le rimessi all' ombra nel solito posto, e si riebbero perfettamente; bensì alcune delle piante, che erano nell' acqua di letame, stentarono un poco più a riaversi.

E tutte queste piante si conservarono così ben vegete, sì nell' acqua di letame, che nell' acqua pura per più d' un mese. Più volte dovei rifondere dell' acqua di letame, come dell' acqua pura, nei vasi loro respettivi, per riparare al consumo fattone da esse piante; onde bisogna dire, che l' acqua di letame fosse da loro assorbita. Ai rami d' Amorino usai la diligenza di tagliare ogni tanto tempo una porzione del gambo, che tuffava nel fluido, perchè a lungo andare restava macerato dall' acqua.

Ma fra queste i Rami d' Amorino, che erano nell' acqua di letame, mi parvero più vegete dell' altre, e mi parve, che avessero preso una tinta verde più carica, di quegli dell' acqua pura. L' istesso osservai sulla pianta di Titimalo, che era nell' acqua di letame: comparvemi più rigogliosa, e con le foglie più verdi di quella, che era stata sempre nutrita d' acqua pura.

Le radici tuberose di patate tenute nell' acqua di letame, proseguirono bensì la germinazione, e gettarono delle radici, e dei rami al certo più robusti, e più verdi, che quelle che erano state allevate nell' acqua pura. Queste le conservai nell'acqua di letame sempre prospere per due mesi in circa, e le avrei potute conservar di più, se non mi fossi stancato a tener loro dietro.

E perchè non si potesse objettare, che venendo riguardata l' acqua di letame una dissoluzione di Carbone, o Carbonio, nei miei esperimenti, la parte acquosa rimaneva soltanto assorbita, e rimaneva indietro il Carbone, o Carbonio, sciolto, o sospeso in essa, io ebbi l' avvertenza di confrontare il residuo dell' acqua di letame, ove avea vegetato per del tempo qualcuna di dette piante, e che in conseguenza avea in parte succhiato, con altr' acqua di letame intatta, di quella medesima, che raccolsi in principio per far l' esperimento, e che avea conservata in un vaso ben turato a tale oggetto, e riscontrai, che non vi era fra esse nessuna differenza. L' occhio non ravvisava diversità, nè nel colore, nè nella trasparenza, dall' una all' altra. Il colore castagno, o caffè di quella, che avea servito alla nutrizion delle piante era dell' istesso tono, o intensità di quella, che non era stata mai adoprata, ed era nell' istesso modo diafana; onde bisogna inferire, che non era stato lasciato indietro dal succhiamento delle piante il carbone, o carbonio sciolto in essa; poichè se ciò fosse accaduto, l' acqua di letame servita alla nutrizion delle piante, avrebbe dovuto diventare d' un color castagno più cupo e meno trasparente, perchè scemato il veicolo acquoso, sarebbe rimasta più carica di carbone, o carbonio, che è quello che dà il colore, e l' opacità all' acqua di letame.

Dunque le piante tenute a vegetare nell' acqua di letame, succhiano assieme col veicolo acquoso, il carbone, o carbonio sciolto, o sospeso in essa, e forse qualche altro principio, che lo rende solubile. E poi se fosse stato scartato il carbone, o carbonio, a lungo andare la vegetazione delle piante nell' acqua di letame dovea languire, perchè sottratta la maggior parte dell' acqua, non dovea alla fine rimanere che un fluido sopraccarico di carbone, o carbonio, e in conseguenza nocivo alla vegetabile economia per difetto di veicolo acquoso.

Per estendere le mie esperienze ad altre sorti di piante, po-

posi alla fine di Febbrajo in dei vasi uguali, altri pieni d' acqua pura, ed altri d' acqua di letame, delle cipolle di Giacinto (Hyacinthum). Queste germogliarono bene tanto nell' una, che nell' altra acqua. Io colsi dei fiori di Viola Mammola (Viola odorata), e gli messi nell' acqua di letame; si mantennero freschi, ed odorosi, come nell' acqua pura; così dei fiori di Muschia-greci (Hyacinthus Muscari). Dei rami, e delle piante intiere con le loro barbe d' Ortica (Urtica urens) vissero ugualmente bene nell' acqua di letame, come nell' acqua pura.

Presi delle foglie di Borrana (Borrago officinalis), e a forza di contusioni produssi una notabile lacerazione nel loro gambo, o *peziolo*, e per questa parte così maltrattata alcune ne immersi nell'acqua di letame, ed altre nell' acqua pura: dopo parecchi giorni osservai, che le prime si mantennero vegete, come le seconde.

Io avrei creduto, che l' acqua di letame dovesse esser nociva a delle foglie così preparate, perchè applicata all' interna delicata struttura dalla parenchimatosa sostanza del peziolo di esse foglie, che era stata scoperta mediante le ferite e lacerazioni, mi sembrava un troppo forte stimolo, e in conseguenza capace d' offenderle inducendovi una morbosa alterazione.

Ma a lungo andare qualche volta l'acqua di letame mi è parsa infesta alle foglie di Borrana, sì lacerate nel loro peziolo, che intiere, perchè ne ho viste dopo del tempo perire, mentre quelle, che erano nell' acqua pura, hanno seguitato a vegetare. Al contrario delle pianticelle di Borrana tutte intiere, cioè anco con le loro barbe, poste nella medesima acqua di letame, si sono mantenute quanto nell'acqua pura.

Questo esperimento porta a credere, che se mai l'acqua di letame è pregiudiciale alle foglie, o rami delle piante messevi a vegetare, per essere un alimento troppo pungente, e grossolano per i delicati e teneri vasi di queste parti, non lo è per quegli delle radici. Diffatti le radici hanno i pori più grandi, e più dilatati, che il resto della pianta, e quindi probabilmente ancora i vasi assorbenti di maggior calibro; onde se le radici, che si possono considerare, come il primo organo digestivo, o le prime vie alimentari delle piante, trovano nell' acqua di letame un alimento lor conveniente, può esser benissimo, che non lo sia per la delicata struttura vascolare delle altre parti, che richiedono un alimento non così grossolano ed indigesto, ma più leggiero, sottile, ed acquoso.

Che dunque proverebbe mai l' esperienza di Senebier? Null' altro, se non, che l' acqua di letame, o sia il carbone, o carbonio, non è a proposito a far vegetare i rami delle piante, perchè alimento troppo grossolano per la troppo sottile struttura dei loro vasi; ma non si potrebbe estendere già la conclusione alle piante vegetanti nella terra, e che si nutriscono per mezzo delle radici. Per altro questa non è la conclusione, a cui tendono l' esperienze, che ho esposto, e le seguenti.

Ai primi di Marzo colsi delle tenere foglie di malva (Malva Sylvestris) e d' Erba S. Maria (Danacetum balsamita), e ne messi a vegetare nell' acqua pura, e nell' acqua di letame; talune appassirono sì nell' una, che nell' altra acqua; ma queste foglie erano tenerissime, e la stagione era piuttosto calda, ed asciutta. Ripetei l'esperimento in tempo fresco, ed umido, e si mantennero ugualmente vegete in tutte le acque.

Ai 12 Marzo, essendo il Barometro a 27 poll. $\frac{1}{2}$ in circa, e il Termometro con la scala di Reaumur divisa in 100 gradi, ai 13. gr. e $\frac{1}{2}$ in circa sopra il gelo, collocai due piante di Senecio, per quanto fu possibile all' occhio, uguali in grandezza di foglie, di rami, e di radici, in due boccettine compagne a collo lungo e stretto, l' una piena d' acqua di letame, e l' altra d' acqua pura. Le piante erano freschissime, poichè erano state svelte dal terreno con tutta la diligenza, e le radici erano state ben conservate, e lavate con acqua, perchè non si avesse ad introdurre della terra nei vasetti. La stagione era piuttosto umida, ma incostante. Collocate che furono nei vasetti, ebbi l'avvertenza subito di segnare con tutta l' esattezza nel collo di ciascun vasetto l'altezza del fluido contenutovi, acciò mi fosse agevole poi riscontrare quanto da ciascuna pianta ne fosse assorbito. Così preparate le situai l' una a canto all' altra in una camera ben ventilata, e ben dominata dalla luce. In capo a 24 ore visitatele, riscontrai, che tutte due aveano succhiato del fluido, in cui posavano, ma più dell' acqua pura, che dell' acqua di letame. In capo a 48 ore le visitai di nuovo, e trovai che quella dell' acqua pura avea succhiato in tutto questo tempo due terzi in circa di più di quella dell' acqua di letame.

Così alcune foglie, che posi in seguito a vegetare per il loro gambo nelle due acque, sì di Malva, che di Borrana, in dei vasi, nei quali aveva segnata l' altezza del fluido, succhiarono sempre molto più dell' acqua pura, che dell' acqua di letame, e ciò da principio fino ad ultimo; e nell' istessa maniera si diportarono alcuni rami di Senecio, di Titimalo, e alcune piante di Malva, e di Borrana, e l' istesso ho riscontrato in tutte l' esperienze, che ho fatte con tutte le sorte di piante, sì al sole, che all' ombra, ed in stagioni diverse.

Questi fatti confermano l' osservazione di Senebier, cioè che le piante succhiano assai più dell' acqua pura, che dell' acqua di letame; ma però non portano a tirar con lui la conseguenza, che l' acqua di letame pregiudichi al succhiamento, o nutrizione delle piante, e che in conseguenza sia succhiata malvolentieri da esse. Siccome d' altronde abbiamo visto, e vedremo, che le piante vegetano molto bene nell' acqua di letame, contro l' asserzione di Senebier, mi par piuttosto, che da ciò si deva rilevare, che se le piante succhiano più d' acqua pura, che d'acqua di letame, lo fanno, perchè non trovano nell' acqua pura quel nutrimento, che esse trovano nell' acqua di letame; onde per saziarsi i volumi delle due specie d' acqua succhiati devono stare, in parità di circostanze, in ragione inversa della facoltà nutritiva delle due acque.

Ai 14 Marzo svelsi due piante di Senecio uguali, e in due fiale compagne, una piena d' acqua comune, e l' altra d' acqua di letame, con l' altezza del fluido segnata nel loro collo, le esposi al sole dopo mezzo giorno, ove il Termometro centigrado segnava 15 gradi sopra il gelo, e ve le tenni fino alle 4 e $\frac{1}{2}$. Le piante erano notabilmente appassite, ma aveano succhiato assai, per altro sempre più quella dell' acqua pura, che quella dell' acqua di letame: l' istesso accadde ad alcune foglie di Malva, e di Erba S. Maria, che aveva io contemporaneamente esposte al sole nel medesimo luogo; ma fra queste mi parvero più appassite quelle che erano nell' acqua di letame. Ripetuto più volte con varie piante erbacee l' istesso esperimento ebbe l' istesso successo.

Non si può per altro attribuire ad un cattivo ufizio dell' acqua di letame, se le piante messevi a vegetare, ed esposte al Sole appassiscono, quando che succede l' istesso alle piante messe a vegetare nell' acqua pura; ma soltanto all' azione della luce solare. Se le piante in tutti due i casi appassiscono, egli è chiaro, che l' economia vegetabile soffre in quelle circostanze. Qual dunque ne è la cagione?

Siccome la luce del Sole accelera la traspirazione delle piante, egli è necessario, che la nutrizione di esse sia in questo caso proporzionata alla perdita fatta per traspirazione. Or questo non può succedere nelle piante svelte dal suolo, o nelle foglie delle piante staccate dal tronco, o dallo stelo, e messo a vegetare altrove ; benchè in circostanze quanto mai favorevoli, come v. g. nell' acqua pura. L' economia vegetabile non può non risentire nel sistema de' vasi assorbenti, che in questo caso è il più danneggiato, e specialmente delle radici, lo sconcerto della trapiantazione, benchè fatta con tutte le diligenze : onde in questo stato le piante non saranno in grado di riparare con una proporzionata energia per succhiamento, la perdita d' umori, che in loro produce la traspirazione aumentata dall' azione della luce del Sole : quindi è che dovranno appassire esposte al Sole. Difatti non è ella una cosa comune il vedere languire, ed appassire le piante traslocate, ancora da uno in un altro quanto mai ben preparato terreno, specialmente quando le investe la luce del Sole ? E poi vi sono delle foglie di piante erbacee, così tenere, e delicate, che ad un gagliardo Sole ancor sull' istessa pianta appassiscono.

Bensì può essere, che siccome l' acqua di letame appresta alle piante un nutrimento meno sottile dell' acqua pura, e di cui succhiano meno, può essere, dico, che più facilmente appassiscano le piante messe a vegetare in questa, che nell' acqua pura, quando vengano esposte al Sole, perchè sono in circostanze di riparare per succhiamento le perdite dell' aumentata traspirazione più nell' acqua pura, che nell' acqua di letame.

Ma le due piante di Senecio, e l' altre piante ancora, e foglie di piante, che erano appassite per essere state al Sole, la mattina di poi le ritrovai ravvivate e lussureggianti, e tutte avevano succhiato assai del fluido, in cui posavano ; riprova evidente, per quelle che erano nell' acqua di letame, che da essa non aveano niente sofferto neppur con la luce solare.

Non ostante, che tante esperienze avessero contrariato l' opinione di Senebier, volli vedere quale era il risultato di un' esperienza simile a quella, che vien da esso descritta (*).

Non

(*) Phisiologie Vegetal. Tom. III. pag. 261.

Non mi era possibile avere dei rami di Rampone Framboisier (Rubus idaeus); onde presi due rami d'una pianta consimile, cioè d'un Rovo a noi comune (Rubus fruticosus); e gli esposi al Sole circa alla fin di Marzo in due fiale compagne, una piena d'acqua pura, e l'altra d'acqua di letame. Il termometro centigrado parimente al Sole nel medesimo posto segnava 17 gr. sopra il gelo. Tutti due i rami aveano delle foglie vecchie, cioè della stagione passata, non cadute nell'inverno, e un nuovo getto, o germoglio con tenere foglie. Contemporaneamente vi esposi due rami tutti di nuovo getto, cioè con foglie rimesse e tenere, di Rosa di Giardino (Rosa centifolia), parimente in due fiale compagne, una piena d'acqua pura, l'altra di acqua di letame. I rami tanto del Rovo, che della Rosa, collocati nell'acqua pura, ne succhiarono molto più, che dell'acqua di letame, ma appassirono ugualmente, o almeno senza una notabile differenza; per altro nei rami del Rovo non appassirono che le foglie tenere; le foglie vecchie non parve che soffrissero in queste circostanze.

Non è egli probabile, sull'esempio dell'enunciato esperimento, che quel ramo di Lampone (Rubus idaeus) che a Senebier non appassì nell'acqua pura, benchè esposto alla luce del Sole per più di 4 ore, fosse un ramo vecchio, o adulto, e l'altro, che appassì nell'istesso luogo nell'acqua di letame, fosse un ramo più giovane dell'altro, o sia con le foglie più tenere, o sia di nuovo getto, e in conseguenza più delicate? Ma quando ciò non si voglia concedere; domando adesso, come si può accordare con il fatto di Senebier il risultato delle mie osservazioni?

Dopo 4 ore in circa, levai dal Sole i due rami di Rovo, e di Rosa, e gli riposi nella mia Camera, ove rimasero tutta la notte: la mattina di poi esaminatigli ben bene riscontrai, che quei di Rosa non erano più appassiti, ma in buona vegetazione, eccettuate alcune foglie più grandi, che erano rimaste come abbruciate dal Sole. I due rami poi di Rovo si erano rimessi nello stato di prima, nè mostrarono di aver sofferto nulla, e gli conservai così sempre in buono stato nella mia Camera per parecchi giorni. Tutti assorbirono del fluido, in cui posavano, ma sempre più dell' acqua pura, che dell' acqua di letame.

Non contento di questo, rifeci più volte simili esperimenti, ed ho sempre riscontrato, che le piante erbacee, e con le foglie tenere, e i nuovi getti degli alberi appassiscono, benchè nell' acqua pura, quando si tengono al Sole; laddove le piante di foglia sempre verde, o che hanno le foglie dure, o consistenti, non appassiscono ovunque siano collocate, o nell' acqua pura, o nell' acqua di letame. Così v. g. un ramo d' Ulivo (Olea Europea), un ramo di Bussolo (Buxus semper virens) di Dittamo (Origanum Dictamnus) e di Robbia Salvatica (Rubia Sylvestris) ec., ec. non soffersero cangiamento nessuno benchè tenuti al Sole per dell' ore parecchie alla fin di Marzo, nell' acqua di letame. Forse questo succede perchè le piante con le foglie sempre verdi, cioè, che non si spogliano nell' inverno, e le piante non erbacee, e che hanno le foglie più resistenti, assorbiscono, e traspiran meno delle piante erbacee, e che perdono la foglia; onde non vi è tanto sbilancio nelle loro funzioni, del succhiamento, e traspirazione, dall' ombra al Sole, e forse anche perchè, a cagione della tessitura, o struttura delle loro foglie meno delicate, risentono meno dell' impressione della luce del Sole.

Fra gli altri feci questo esperimento. Esposi al Sole nell' acqua pura un nuovo getto, o piccolo ramo di Rovo, e n' esposi un altro, ma con le foglie tutte vecchie, cioè che non erano cadute nell' inverno, ma sempre verdi, nell' acqua di letame, e ve gli tenni per quattro ore. Il primo appassì, e l' altro si mantenne sempre fresco, benchè avesse succhiato dell' acqua di letame. Lo ripetei anche ad un Sole più caldo in Aprile con l' istesso successo.

Dunque resta sempre più confermato, che non all' acqua

qua di letame, ma a qualche particolarità della pianta immersavi, si deve attribuire la mutazione osservata da Senebier nel ramo di Rampone esposto al Sole.

Rapporto all'altre esperienze, delle quali fa menzione il celebre Fisico di Ginevra per provare il suo sentimento, io posso opporgliene altrettante, le quali tutte, come si è visto, provano, che qualunque sorta di Piante nutrita d'acqua di letame vegeta bene, e lungo tempo, come nell' acqua pura; e ne succhia continuamente, benchè sempre meno, che dell'acqua pura. Qual riprova più sicura, che l'acqua di letame non nuoce alla vegetazione, che l' avere di essa sola nutrito delle piante per lungo tempo? Se appassirono a Senebier dopo pochi giorni dei rami di piante tenuti nell' acqua di letame, può essere, che nella detta acqua vi fossero delle qualità micidiali, che non si trovarono nella mia acqua di letame. Non vi ha dubbio, un' acqua di letame troppo carica può uccidere le piante messevi a vegetare; ma questo non prova niente in favore della sua opinione: ell' è cosa notissima, che ancora i letami, o governi troppo forti, o non ben putrefatti, uccidono le piante, in cambio di fertilizzarle; è per questo che se ne può dedurre un' obiezione contro l' utilità dei governi?

Ma perchè non rimanesse dubbio rapporto alla idoneità dell'acqua di letame ad esser succhiata dalle piante, benchè con dell' antecedenti prove l' avessi dimostrato bastantemente, mi feci un dovere di spingere la cosa all' ultima evidenza, o sia dimostrarla con uno scrupoloso rigore, per mezzo dei seguenti esperimenti.

Io collocai circa a mezzo Aprile una pianta di Frumento (Triticum) con tutte le sue barbe ben pulite e nette, in una boccettina a collo lungo e stretto piena d' acqua di letame, e poi vi versai sopra una piccola porzione d' olio, acciò ricuoprendo la superficie di detta acqua elevata fino alla sommità del collo della boccetta, le impedisse l' assorbimento di qualunque gas dall' atmosfera, e l' evaporazione della parte acquosa del fluido sottoposto contenuto nel vaso. In questo stato si mantenne la pianta, benchè circondata dall' olio , per parecchi giorni prospera , e succhiò moltissima acqua di letame ; ed il residuo misto con acqua pura divenne d' un color marone molto diluto ; riscontro sicuro , che la pianta avea succhiato assieme col fluido acquoso il carbone , o carbonio sciolto in essa .

Quest' esperienza, oltre a ciò , mi provò , contro il sentimento di Senebier , che non è l' acido carbonico sviluppatosi per mezzo della fermentazione quello , che porta alla terra la fertilità propria dei governi, o letami . Benchè a tutte l' ore osservassi attentamente , se dalla mia acqua di letame confinata nella piccola boccetta si sviluppassero delle bolle di gas , o acido carbonico , io non ve ne potei scorgere neppur una. Eppure dovea esser cosa facile il vederle , se vi si formavano, in tanto tempo . La trasparenza delle pareti della boccetta di vetro non potea occultarle , e lo strato d' olio soprapposto dovea trattenerle con la sua viscidità , se sviluppatesi si fossero inalzate alla superficie dell' acqua . D'altronde, se il carbonio fosse somministrato alle piante soltanto per mezzo dell' acido carbonico , come avrebbero potuto in queste circostanze abbeverarsene , se non potea l' acqua assorbirne dall' atmosfera ?

E poi vi sono alcune mie esperienze nella mia Memoria sull'acqua di neve (*a*), le quali portano, che le piante messe nell' acqua di neve sciolte d' allora , e che in conseguenza non contiene nessuna sorte di gas , nè fisso , nè libero , o sia in stato di soluzione, e con tutte le precauzioni , perchè non ne potesse assorbire , vi vegetano lungo tempo prosperamente ; il che dimostra , che l' acido carbonico non è tanto

---

(*a*) Journ. de Phisiq. de Paris, e poi nel Gior. Agrario di Napoli , ed Ann. di Chimica di Pavia .

to necessario quanto si pensa per la nutrizione delle piante, per la parte delle radici .

Svelsi inoltre una pianta di Senecio ben vegeta, e con di belle barbe, che le resi ben pulite lavandole replicatamente, e la ficcai con esse in una boccettina simile a collo lungo e stretto, per ovviare all' evaporazione, piena d' acqua di letame, e la collocai nella mia camera in una felice esposizione; questo benchè in un angusto spazio, vegetava, e succhiava del fluido, in cui erano immerse le sue radici; e quando vedevo, che il fluido era scemato di soverchio, vi supplivo di mano in mano con acqua pura . Continuò così lungo tempo a vegetare, e con questo metodo, con infondere cioè sempre nuova acqua nel residuo del fluido del vasetto, venni in ultimo a renderlo senza colore; di modo che non vi era da dubitare, che tutto il carbone, o carbonio contenuto in quella porzione d' acqua di letame fosse stato assorbito dalla pianta confinatavi, poichè non potea essere sottratto per altro mezzo .

Che più ! Le semplici foglie delle piante si possono impunemente nutrire d' acqua di letame, e mantengonvisi senza altro ajuto fresche, e verdi per del tempo . Tanto è vero, che l' acqua di letame non è contraria alla vegetazione, come disse Senebier . Scelsi delle più belle foglie di più e di diverse piante, e le applicai per la superficie inferiore, cioè per quella parte, che guarda la terra, alla superficie dell' acqua di letame, dalla qual parte, si sa per l' esperienze di Bonnet, che succhiano più, che dalla superiore . Altrettante dell' istessa specie ne applicai nell' istesso modo alla superficie dell' acqua pura . Tanto l' une, che l' altre si conservarono fresche per lungo tempo, e non potei scorgere differenza nessuna fra quelle, che si nutrirono d'acqua di letame, e quelle, che si nutrirono d' acqua pura . Dunque il carbone, o carbonio dell' acqua di letame dee poter penetrare e circolare anche nei più sottili vasi delle foglie . Volli in ultimo sperimentare anco se l' acqua di letame pregiudicava alla germinazione delle semenze. Messi da prima dei semi, o granelli di grano (Triticum), e d' orzo (Hordeum vulgare) nell' acqua di letame, e dopo 24 ore gli levai, e gli messi nell' acqua pura; germogliarono tutti felicemente, e non mostrarono di aver sofferto dal soggiorno nell' acqua di letame. Messi parimente dei semi, o granelli di grano in un acqua di letame assai carica, e alcuni contemporaneamente in un vaso simile all'acqua pura; siccome la stagione cominciava a riscaldare, e si evaporava l' acqua di letame con prontezza, perchè le semenze non rimanessero troppo in secco, o sia in un' acqua di letame troppo concentrata, vi versava ogni tanto qualche poco d'acqua pura. Tanto gli uni, che gli altri germogliarono; ma più prontamente quegli dell' acqua pura, e le pianticelle germogliate nell' acqua di letame erano poi stentate; le piccole radici non vi si prolungarono come nell' acqua pura, e il fusto loro era rimasto corto e sottile, e di color giallognolo.

L' acqua di letame dunque non favorisce la germinazione. Ma ciò, secondo me, egli è indifferente alla discussione del nostro soggetto, cioè non fa nè prò, nè contro a nessuna delle due opinioni. Se la germinazione non è altro, che uno sviluppo dell' embrione, o piccola pianta ripiegata, e rinchiusa nella semenza, egli è naturale, che per svilupparla non vi ha bisogno, che d' un fluido sottile ed acquoso, capace soltanto di ammollire, e distendere le minute e delicate parti, che la compongono; e non vi ha luogo nessun fluido sostanzioso e nutritivo, che apporti robustezza e rigidità, poichè allora contrarierebbe le vedute della natura.

Tanto è vero ciò, che le semenze dopo che hanno germogliato nell' acqua pura, se si trasportino nell' acqua di letame, vi crescono felicemente. Feci quest' esperimento sopra delle semenze di grano, e d' orzo. Alcune ne messi nell' acqua di le-

letame, ed altre le lasciai nell'acqua pura, ove aveano germogliato. Le pianticelle allevate nell' acqua pura crebbero più presto, ma vennero più floscie, più sottili, e scolorite; e quelle, che erano state allevate nell'acqua di letame vennero più robuste, e d' un verde più cupo.

Ma non ostante che la germinazione si faccia meno bene nell' acqua di letame, che nell' acqua comune, pure ho fondamento di credere, che la detta acqua di letame sia capace di introdursi con qualche elemento nel delicatissimo sistema vascolare del tenero Embrione, o pianta in miniatura, rinchiusa nella semenza, e nutrirla anche nella prima infanzia; poichè avendo messo a germogliare dei granelli di grano al bujo, alcuni nell'acqua di letame, ed altri nell'acqua pura, tiratigli fuori dopo che aveano germogliato, riscontrai, che le pianticelle di quegli, che eransi sviluppati nell' acqua di letame, erano non tanto scolorite, o sia cachettiche *Etiolée*, quanto quelle dei granelli sviluppatisi nell' acqua pura; segno, che si era impiegato nella nutrizione di esse alcun poco del carbonio contenuto nell' acqua di letame, a cui secondo le più accreditate teorie si deve il color verde delle piante.

Dunque se l' acqua di letame è una soluzione di carbone, o carbonio, resta da tutte queste esperienze provato, che il carbonio viene assorbito dalle piante. Che l' acqua di letame contenga di quell' elemento, di cui abbonda il carbone, e che combinato con l' osssigeno forma l' acido carbonico, il quale i Chimici moderni hanno chiamato *Carbonio*, non par che se ne possa dubitare, poichè l' estratto secco, e pulverulento dell' acqua di letame misto con del nitro, e gettato in un crogiolo rovente detona quasi come il carbone. Se poi il Carbonio vi si trovi isolato, o legato in una dose di carbone, e se questo, e quello si trovino sciolti, o sospesi nella detta acqua, lo lascio decidere ad altri. A me basta avere sciolta la questione che mi ero proposta, e di aver dileguato un dubbio, che rimasto senza schiarimento potea far alterare le più rilevanti dottrine della Fisiologia vegetabile (*a*).

SO-

(*a*) Vedansi le mie idee sulla nutrizion delle piante sparse nella mia Memoria sulla fertilità della terra.

SOPRA IL GAZ MOLTO OSSIGENATO

CHE SI OTTIENE DAL CARBONE MESSO NELL'ACQUA ESPOSTA AI RAGGI DEL SOLE, CON ALCUNE ALTRE SPERIENZE

MEMORIA

Di Carlo Lodovico Morozzo

Ricevuta il dì 10 *del* 1804.

Già da molti anni si fece la scoperta, che esponendo al sole dell' acqua messa in vasi di Cristallo capovolti, che si conservino attuffati nella medesima; questa somministra del gaz ossigeno.

Pryestley, Hingen, Hans, Fontana ed altri celebri Fisici cercarono di spiegare le ragioni di questo fenomeno; chi l' attribuì a quella materia verde, che si forma nel fondo del vaso, che molti credono della natura delle tremelle, chi l' attribuì alla sola luce solare, chi a minutissimi impercettibili insetti, chi ad altre cause anche singolarissime.

Molti anni addietro mi sono occupato di questo oggetto, e feci una serie di sperienze per ricavare la ragione, come le piante esposte al sole avessero la proprietà di rendere salubre l' aria viziata e mefitica. Ho variato molto queste sperienze, le quali ho pubblicate negli Atti dell' Instituto di Bologna (1). Conchiusi, che le piante anche senza essere diret-

---

(1) Vol. VII. pag. 211.

rettamente esposte al sole, ma alla sola luce, migliorano le arie viziate e mefitiche per il solo mezzo dell' acqua che contengono, cosicchè quando que' ramuscelli che si mettono sotto una Campana ripiena d' aria, o dei gaz mefitici hanno perduto la loro umidità, o che non sono col gambo nell' acqua più non possedono questa proprietà, che anzi somministrano allora dell' aria mefitica; in prova di che con l' aggregato di varj fili di bombace disposti a guisa di varj sifoni che succhiavano l'acqua di un vaso, e da goccia a goccia la lasciavano cadere, venivo ad operare lo stesso miglioramento dell' aria viziata chiusa sotto una Campana di Cristallo, come se vi avessi messo un ramo di qualche pianta.

Vengo ora di pubblicare due Memorie nel giornale di fisica sopra molte proprietà del Carbone, dalle quali pare dedursi, che il carbone contiene molto *fuoco principio*, e che a questo, direi, si devono molte delle sue proprietà, non che le sorprendenti cure fatte in Inghilterra dal Dott. Bedoes, e dal Dott. Odier in Genova col Carbone amministrato, sì internamente, che esternamente. Inoltre vengo di dimostrare, col mezzo di una macchina, che ho immaginata per misurare le assorzioni operate dal Carbone sopra li diversi fluidi aeriformi, che queste assorzioni, non solo variano secondo la natura di questi, ma ancora secondo la diversa qualità dei Carboni impiegati, poichè contengono maggiore o minor quantità di fuoco principio, ed assorbiscono più, o meno l' aria, e li gaz che si sottopongono alla sperienza, secondo che questi sono più o meno carichi di quel principio.

Riflettendo sulle molte proprietà del Carbone, m'avvidi, che sinora nissuno avea esaminato i fenomeni, che questo avrebbe prodotto quando fosse messo nell' acqua, ed esposta questa ai raggi solari, e che i risultati ne dovevano riescire interessanti.

L' oggetto dunque di questa piccola Memoria si è di dar conto di queste sperienze, alle quali altre ne aggiungo, che hanno con queste molta correlazione.

Ho preso due vasi di Cristallo cilindrici, e perfettamente eguali, che contenevano due libbre d' acqua, li quali riempiuti d' acqua comune li misi capovolti in tazze similmente ripiene d' acqua, nelle quali in ogni mattino ne veniva surrogata della nuova per supplire all'evaporazione prodotta, onde conservarsi sempre pieni. In uno di questi vasi ho messo tre oncie di Carbone di nocciuolo ben polverizzato, l' altro restò coll' acqua pura; furono esposti alla luce solare per mesi (Giugno e Luglio 1803): a quest'epoca esaminai il gaz prodotto, ecco i risultati.

L' acqua del vaso, nel quale vi era il Carbone (che a poco a poco precipitò nel fondo) mi diede un terzo di più di gaz ossigeno, che l' acqua pura.

Questo gaz ossigeno era superiore in bontà a quello somministrato dall' acqua pura, così segnò l' Eudiometro col gaz nitroso: allungava la fiamma molto di più; non potei provarlo sulla respirazione animale attesa la poca quantità ricavata non sufficiente per questa sperienza; la sostanza verde, che si forma sempre in fondo del vaso in queste sperienze, comparve pure a' primi giorni, ma non fu più visibile quando il Carbone precipita in fondo del vaso, ma in capo a due mesi quando travasai il gaz, vidi in questo pure un magma verdiccio intriso di Carbone, che potei giudicare di egual volume dell' altro.

Nell'altro vaso, dove non vi era che la semplice acqua, ottenni pure del gaz ossigeno, ma in minor quantità, come dissi, il quale era della bontà ordinaria de' gaz, che si estraggono dall' acqua, ma inferiore di gran lunga in bontà dell' altro quì sopra.

Questa sperienza comprova, che il Carbone ha la proprietà di sviluppare una maggior quantità di gaz ossigeno dall' acqua esposta ai raggi solari, e che probabilmente ne somministra egli stesso una porzione, e pare mi confermi nel sospetto che ebbi, riguardo alla proprietà del Carbone preso internamente od amministrato esternamente sopra le piaghe di cattiva indole, cioè, che questo agisce, non coll' desossigenare, ma coll' ossigenare le carni infette. (2)

Per comprovare poi, che senza la luce solare, non si sviluppa dall' acqua del gaz ossigeno, e che secondo il mio principio la luce solare ossigena l'aria, che si sviluppa dall' acqua, feci le seguenti sperienze.

Presi due vasi di Cristallo eguali, che contenevano una libbra d' acqua; uno di questi vasi fu ricoperto di una densa vernice nera, e per maggior precauzione, lo ricoprii ancora con carta nera; riempiuti d' acqua, e posti come nella precedente sperienza capovolti in tazze di porcellana, che si conservavano sempre ripiene d' acqua, furono esposti al sole per lo spazio di due mesi, ed ottenni li seguenti risultati.

Il vaso che non era ricoperto mi diede quattro pollici e mezzo di gaz ossigeno, che provato coi soliti mezzi, trovai la sua bontà, come quella degli altri gaz ossigeni ricavati dall' acqua.

Nel vaso poi intonacato di nero, siccome non si poteva vedere esternamente l'altezza che l'aria occupava, non venni a giudicare della quantità dell' aria prodotta, che nel travasarlo. Ciò fatto riconobbi che questa non fu che di un pollice e mezzo, cioè due terzi di meno dell' altra.

Esaminata quest' aria, non aveva nessuna delle proprietà del gaz ossigeno, non allungava la fiamma, e coll' Eudiometro si riconobbe essere della bontà forse minore dell' aria atmosferica.

Queste sperienze danno a divedere ancora, che il gaz ossigeno contiene della materia della luce. Infatti quest' ultima sperienza parmi lo comprovi, poichè intercettando l' unione della luce solare all' aria, che si sviluppa dall' acqua, il gaz ossigeno non ha più luogo. Così ancora nella prima sperienza con la polvere di Carbone messa nell' acqua, si aumenta la quantità di gaz ossigeno e la bontà del medesimo, per il fuoco principio che il Carbone gli porta.

---

(2) Vedi Giornale di Fisica, Mem. 4. sopra il Carbone.

Dunque la luce solare, ed il fuoco principio contenuto nel Carbone somministrano al gaz ossigeno della materia del fuoco.

Dal sin quì detto risulta quanto impropriamente da' moderni Chimici venne surrogato il nome di gaz ossigeno in vece di quello dell' aria del fuoco che gli diede Schell, che pare più adattato e significante; io non ho cessato da venti e più anni di considerare il gaz ossigeno quello fra i gaz che contiene più di fuoco principio (3). Ma avendo preteso li moderni Chimici, che l' ossigeno sia il generatore di tutti gli acidi, questa fu l' etimologia di questo nome, a cui qualche Grecista fa per altro delle eccezioni, supponendogli un altro significato (4). Che perciò saggiamente uno de' più valenti Chimici d' Europa nella sua Statica Chimica, avendo dimostrato, che l' acidità non è sempre dovuta all' ossigeno, desidererebbe, che si rimettesse a questo gaz il nome d' aria vitale, o di aria pura. Io però con Schell continuerei più volontieri a chiamarla aria di fuoco.

È incontrastabile che la luce ed il fuoco principio sono due de' più possenti agenti della natura, ma noi conosciamo ancora così poco tutte le combinazioni, che essi formano, che modificano, o che distruggono, che sarebbe desiderabile, che qualche valente Fisico ne facesse la sua particolar occupazione, raccogliendo tutti i fenomeni che essi producono, per vedere, se bastano i fatti conosciuti per essere in grado di darne una giusta spiegazione, o in difetto per istudiare sulle sperienze, che ancora converrebbe di tentatare. Il Dottore Bonvicino (5) è forse fin' ora quello fra' Chimici, che abbia più dilatato l' impero della luce. A Bertholet sembra poi, che meno dovrebbe accordarsi all' ossigeno, e che più si debba concedere al fuoco. Chi sa che questo con nuova greca voce, men aspra però, non venga ancora a ricomparire in scena?

---

(3) Si consultino due Memorie da me pubblicate nel giornale di fisica sopra le assorzioni operate dal Carbone pag. 294. Vol. XXII. e la pag. 362. Vol. XXIII. . . . 1783.

(4) Annales de Chimie.

Ma per sperare degli utili cangiamenti nella adottata nomenclatura Chimica, non giova aspettarli per ora, poichè siamo ancora troppo nel fervido delle opinioni, quindi molto bene mi pare scriva l' Autore dell' estratto dell' Opera del celebre Bertholet: *encore du tems et ces verités seront écoutées avec le calme, qui caracterise le Philosophe ami de la verité* (6).

SUL-

---

(5) Vedi Elementi di Chimica.

(6) Journal de Physique Vol. LVII. pag. 31.

SULLA PANIZZAZIONE

MEMORIA

Di Giambatista dall'Olio

Presentata il dì 12 *del* 1804

DA POMPILIO POZZETTI.

In articoli non pochi è riuscito all' occhio indagatore dell' uomo scoprire gli arcani di natura; ma egli non può metter a profitto con sicurezza la scorta dell' analogia per dedurre in casi consimili da cagioni note le ignote, tantoppiù che non di rado avviene che il risultato delle pruove stà in ragion inversa del figurato col raziocinio. Dopocchè la Fisica cessò d' aver il suo fondamento *in verba magistri*, gli esperimenti, chiamati a comprovare la teoria, divennero la vera sorgente del progresso straordinario che nello scorso secolo fecero le Scienze Naturali: e non è stato meno proficuo l' arrivare col mezzo di essi a scoprire una verità che a distruggere una menzogna. Vengono, è vero, talvolta annunziati alcuni fatti che a prima vista mostrano un carattere di falsità; ma è altresì vero che ad onta della ragione che ci dice all' intelletto *Ciò non può essere*, qualche volta, posto il fatto alla pruova, l' occhio ci fa vedere con nostra sorpresa che veramente sussiste: e perciò il tentativo dell' esperienza non sarà giammai trascurato dal vero amatore del perfezionamento delle umane cognizioni. Ho posto recentemente alla pruova uno di tali fatti, ed eccone le risultanze.

Un pubblico foglio, sono già quattro anni, annunziò con esultanza essersi ritrovato in Inghilterra che la farina impastata con acqua di crusca rendeva un quinto di più di pane: e si citò in esempio che dieci once di crusca furono po-

poste a bollire per quindici o venti minuti in due misure d' acqua: che di poi colata quest' acqua, e posta a subire un nuovo grado di calore convenevole, servì per distemperarvi sette libbre di farina nella solita maniera, colla quantità ordinaria di sale e di lievito di birra: e che il prodotto fu di libbre dodici ed once dieci di pane, quando la medesima quantità di farina, manipolata nel medesimo tempo, dalla medesima persona, e nella maniera solita, rendè soltanto libbre dieci di pane. Or dico io: Se dove col solito metodo di panizzazione occorrono sei mila sacchi di frumento per alimentare una città, posso con acqua cruscata risparmiarne mille, la scoperta merita d' esser portata alla maggiore celebrità a sollievo de' cittadini e a vantaggio della pubblica economia. Ma sussiste poi veramente una tale scoperta? Eccone la pruova.

Ho posto nel mezzo del fondo d' una madia un' assicella ben ferma onde dividerla in due porzioni per potervi fare due distinte impastate di farina di frumento: ed in ognuna delle dette due divisioni di madia ho posto libbre sei di farina della medesima qualità. Poscia in libbre sette e mezzo d' acqua ho posto once dieci di crusca, e l' ho fatta bollire mezz' ora circa: di poi levatala dal fuoco ho trovato ch' era calata once otto. In seguito ad un' ora di notte ho preso un' oncia e mezzo di lievito, cioè di pasta già fermentata, e stemperatala con once otto della detta acqua cruscata, a cui avevo fatto prendere un conveniente grado di calore, l' ho gettata nella farina di una delle dette due divisioni, e incorporatala con un poco della stessa farina, e stesovene anche superiormente uno strato, l' ho lasciata in luogo caldo sino alla seguente mattina.

Contemporaneamente ho preso pure ad un' ora di notte un' oncia e mezzo di lievito, e stemperatolo con once otto d' acqua semplice tiepida, l' ho gettato nella farina dell' altra delle dette due divisioni, ed incorporatolo al modo stesso con un poco della medesima farina, e stesovene pure supeperiormente uno strato, l' ho lasciato anch' esso in fermentazione sino alla seguente mattina .

Allora fattone un doppio separato impasto, cioè uno con una libbra ed once nove della detta acqua cruscata riguardo alla farina che avevo posto in fermentazione con lievito stemperato con simile acqua, e l' altro con altrettanta acqua semplice riguardo alla farina dell' esperimento secondo, ho formato pane di due sorta, e l' ho posto a cuocere in un medesimo forno e nel medesimo tempo . (Si noti che per avere la detta libbra ed once nove d' acqua cruscata m' è convenuto spremerla, con un pannolino, dalla crusca che l' aveva assorbita quasi tutta .) Levato il pane dal forno ho trovato, che quello ch' era stato manipolato con acqua cruscata è rimasto libbre sette ed once cinque, e che l' altro manipolato con acqua semplice è restato libbre sette ed once due : e così vi è stato un aumento di tre once sole, il quale corrisponde non già ad un quinto come annunziò il pubblico foglio, ma appena appena ad un ventottesimo .

Credendo io che un solo esperimento non basti a determinare con sicurezza la verità d' un fatto, l' ho ripetuto altre due volte colla maggior precisione, e colla più scrupolosa osservanza d' identità di farina, di peso, di acqua, di calore, di fermentazione, di manipolazione . Nella prima ho riscontrato viceversa un aumento di mezz' oncia nel pane fatto con acqua semplice in confronto dell' altro fatto con acqua cruscata, e nella seconda volta ho trovato del medesimo peso l' uno e l' altro pane senza differenza neppure d' un quarto d' oncia . Dalla qual cosa parmi potersi ragionevolmente conchiudere esser una favola la detta asserzione del pubblico foglio . In quanto poi all' aumento avvenuto nel primo esperimento io l' attribuisco a qualche accidentale differenza, a me ignota, che sia scorsa nel processo di quel lavoro : per esempio, potrebbe esser accaduto che il pane manipolato con acqua cruscata fosse stato collocato nel forno in parte meno soggetta all' azione del fuoco, e che, avendo perciò sofferto minor evaporazione d'acqua, fosse restato di peso crescente tre once in confronto dell' altro manipolato con acqua semplice.

Sebbene però per mezzo delle accennate tre mie esperienze siasi rilevata insussistente la scoperta d'un mezzo atto a produrre un aumento di peso nel pane: ciò non ostante potrebbe darsi che altri più di me esperto o avveduto, rettificando o ampliando il proposto metodo, arrivasse a conseguire un aumento di peso nel pane. Forse i progressi sorprendenti che fa di giorno in giorno la Chimica possono guidare all' invenzione d'un veicolo, con cui una parte dell' ossigeno, esistente in natura in istato aeriforme, ridotto con arte in istato di solidità, si unisca ad aumentare l' altro ossigeno che fa parte essenziale di tutti gli animali e vegetabili. La farina di frumento, oltre la sostanza vegetabile, ha pur anche in se in copia grande un glutine o sostanza animalizzata, affatto ignota ai nostri padri, e di cui non si ha notizia che da cinquant' anni a questa parte, come ne fan fede gli esperimenti di Beccari, e di altri valentissimi Chimici: e perciò sembra assai atta a ricevere un aumento d'ossigeno, e quindi anche di peso.

Fors' anche la fermentazione del pane diretta da una mano filosofica potrebbe ammettere un più proficuo metodo. Essa risguardata con occhio materiale sembra che debba corrompere la pasta, ma se si esaminano col lume dell' esperienza i suoi salutari effetti, si vede che toglie alla pasta la viscosità atta a cagionare delle ostruzioni, e in oltre rende il pane alimento d' un gusto gratissimo. Il lievito di birra è adoprato in molti luoghi, e non è poco se superò le opposizioni insorte contro di esso in Parigi nel 1668 allorchè fu sottoposto all' esame di settantacinque Dottori. Trenta di essi ne approvarono l'uso: quarantacinque furono di contrario sentimento; ma per una disgrazia che è troppo frequente ad avvenire, i voti furono numerati, non pesati. In oggi le cose sono cambiate, e sempreppiù si cambieranno in meglio se uomini d' un merito eminente continueranno ad arricchire le Scienze Naturali di nuove scoperte. Tissot, rivendicando il pane dagli anatemi di Linguet, ha fatto vedere quanto poco abbia valso l' eloquenza esaltata d' un annalista energumeno per abbattere una costumanza che un medico di primo ordine ha difeso colle armi vittoriose della Chimica.

DELLA FORZA E DELL' INFLUSSO DEL CUORE SUL CIRCOLO DEL SANGUE

DISSERTAZIONE

DI MICHELE ARALDI

Ricevuta il dì 17 *del* 1804.

INTRODUZIONE.

Tra le quistioni senza numero che s' incontrano per ogni dove nelle naturali scienze, e più che altrove nella Fisica animale, n' ha poche a mio avviso ardue e inaccessibili in guisa che debba dichiararsi opera in tutto vana e perduta l' imprendere a rischiararle. Se si eccettuino quelle, che si avvolgono intorno alla natura de' primi principj, e delle prime cagioni, alle quali sembra per vero dire che i Fisici farebber gran senno a rinunziare interamente, o io molto m' inganno o le altre quasi tutte raro o non mai accade, che non offrano qualche lato, per cui è lecito di accostarsi a disaminarlo con qualche lusinga di successo non del tutto infelice. E in realtà sono esse per solito multiformi assai e per modo, che una stessa quistione secondo il vario aspetto, e il punto di vista diverso da cui si osserva, quando rifiuta qualsiasi scioglimento, e quando lo ammette, e quando anche comparisce sfornita d' ogni realità, e frivola e insussistente, e illusoria. Donde si vede che chi si accinge a discuterne alcuna debbe prima di tutto e soprattutto col rivolgerla per ogni verso porre il massimo studio affin di spiare e scoprire i lati men chiusi per così dire, e men difesi della medesima; ossia l' aspetto, sotto di cui essa tollera d' essere rischiachiarata . E quinci pure si scorge, che se malgrado i tentativi reiterati e gli sforzi sommi dei Fisici un certo punto rimanga tuttavia dubbio e indeciso, ciò non debbe tuttavia sconfortarne, e distoglierne dall' assoggettarlo a nuove disamine; giacchè a queste resta forse aperta qualche strada da quelli che ne precedettero non osservata, e più di quelle, ch' essi tennero, acconcia a guidare all' intento. Non so se queste riflessioni bastino allo scopo, a cui le indirizzo, e che è pur quello di valermene a scusa, e difesa della sigurtà che oso prendermi nella presente Memoria di avventurare alcune mie osservazioni intorno alla forza posseduta dal Cuore, e da esso impiegata a spingere, e muovere il sangue; questione quanto niun' altra di Fisica animale intralciata e di malagevole scioglimento, intantochè pare che i Fisiologisti stanchi omai di occuparsene con poco frutto, e nella disperazione quasi totale di giungere a rischiararla siensi risoluti di abbandonarla; di che non li biasimo già io; convengo anzi che questa lor tacita risoluzione mi ammonisce abbastanza del risico a cui mi espongo. Se non che a questa quistione parmi che sieno in particolar modo applicabili le riflessioni addotte pur ora; perchè sebbene fra quelli che sonosi accinti a trattarla alcuni siensi avveduti della varietà degli aspetti più, o meno aperti all' esame de' quali è dessa capace, è lecito ad ogni modo di dubitare, se abbiano essi adoperata intorno a questo punto essenzialissimo in ogni discussione tutta l' attenzione necessaria. Questa poteva per quanto credo essere anzi per parte loro di gran lunga maggiore; donde derivano probabilmente e gli abbagli solenni e manifesti presi da taluno; e l' opposizione forse più apparente che reale, ma non pertanto strana e sorprendente che passa tra le soluzioni della medesima da essi recate. Nel dir ciò io m' accorgo che impongo a me stesso l' obbligo di arrestarmi prima di tutto con qualche diligenza intorno alla determinazione di ciò che appellasi in genere stato della quistione, e di porre ogni studio nello stabilire i punti di vista diversi, ch' essa presenta e i confini, oltre ai quali non è lecito di trascorrere, ossia le restrizioni che giova aggiugnerle, affinchè abbia essa uno scopo reale, a cui non sia del tutto impossibile di raggiungere. Queste avvertenze sono in ispeciale maniera richieste dalla medesima. L' osservanza loro per altro dovrebb' essere raccomandata ai Fisici in ogni caso, ed incontro; giacchè è pur certo che in essa è posto il mezzo unico acconcio a cessar le querele e lo scandalo di quelle eterne dispute che gli dividono non senza qualche discapito presso i Profani della scienza nobilissima ch' essi coltivano.

STATO DELLA QUISTIONE.

In qual guisa ci farem noi prima di tutto a fissare il concetto genuino e legittimo, che vuol formarsi della forza posseduta dal Cuore, e per esso impiegata ad agir sopra il Sangue, se siamo costretti a confessare, che le forze in genere sono una cotal sorta di esseri, la di cui natura ci è, e per quanto pare ci sarà sempre del tutto ignota? Infatti non a torto alcuni sommi uomini si mostran disposti ad escluderle affatto dalle considerazioni, delle quali si occupa la Meccanica rigorosa, a cui però impongono di arrestarsi nella disamina degli effetti, e nella ricerca della misura precisa di questi; la quale, ove si riesca ad ottenerla rappresenta a parer loro l' energia delle forze, e può a queste in ogni incontro sostituirsi. Però non occor dubitare, che nella presente ricerca il più sano partito non sia quello di metter da parte la forza del Cuore considerata nella sua essenza, ed involta come quella di qualsiasi altra forza d' oscurità impenetrabile, e di porsi in traccia di qualche effetto acconcio all' uopo di rappresentare, ed esprimere la detta forza. Questo sembra l' aspetto unico, sotto del quale il Problema quand' anche fosse insolubile, presenta almeno un oggetto e scopo reale, e sotto di cui non mi sarebbe difficile di mostrare che è desso stato o apertamente o tacitamente considerato da tutti ti quelli che se ne sono occupati. Il perchè certamente una poco util fatica si prende il Senac nel suo voluminoso trattato del Cuore, laddove annoverando gli ostacoli, che ne vietan l'accesso a questo Problema, tra essi ripone eziandio l'ignoranza, in cui siamo tuttora intorno all'intima struttura delle fibre, e intorno all'influsso che i Nervi, e gli Spiriti animali, e se a Dio piace, il Cervello, e la Spinale midolla ànno su quelle fibre: quasi che nelle discussioni meccaniche fosse mestieri di salire di grado in grado fino alle prime cagioni; e quasi che a cagion d'esempio, se concepiscasi che l'elaterio ne' corpi, che ne sono forniti, derivi in essi, come da alcuni si opina, dalla presenza, ed azione di un fluido sottile, e attivissimo, che li penetra intimamente, si dovesse tener conto di questo fluido da chi si accinge a misurare e determinare l'energia di una molla. Ma passando oltre giacchè nell'impossibilità in cui siamo di ravvisar le forze, dobbiam rivolgerci nella presente ricerca, e restringerci alla disamina degli effetti, converrà soprattutto fissare e arrestare lo sguardo e l'attenzione sul Sangue, che attraversa il Cuore. Quivi e nel Sangue che è costretto a soffrire l'azione immediata di questo viscere ragion vuole che ci si manifestino gli effetti sopra gli altri acconci a rappresentare la forza ch'esso possiede. Uso in questo luogo più volontieri il termine di rappresentare che non quello di esprimere, perchè non sono persuaso che quand' anche si riuscisse a conoscere in tutta l'estension sua l'influsso del Cuore sul movimento del Sangue, e conseguentemente si riuscisse a determinare con assoluta precisione gli effetti di cui si tratta, non sono dico persuaso che questi effetti esprimessero esattamente la forza del Cuore, e ci offrissero una misura adequata dell' energia, ch'esso dispiega nell'agir sopra il Sangue. Può questa energia essere maggiore assai di quel che ne mostrino gli effetti sensibili che ne derivano, o nel Sangue o nel sistema de' vasi; perchè può porzion non lieve della stessa impiegarsi in tutt' altro che nell' agir sopra il Sangue e sopra i vasi, e malgrado la sua realità sottrarsi perfettamente all' esame. Forse che infatti i Muscoli pressocchè tutti non ci presentano esempj di siffatto clandestino dispendio di forze, le quali però sono quasi in ogni incontro di più doppii maggiori di quelle, che fanno mostra di se negli effetti loro sensibili? Forse che anzi non raggirasi intorno alla estimazione di queste quanto reali altrettanto necessarie perdite di forze buona parte del famoso trattato su i movimenti degli Animali di Alfonso Borelli? Ma di questa osservazione, e della sua ragionevolezza mi cadrà in acconcio di parlare nuovamente nel seguito di questo discorso. Al presente non l' ho recata che all' oggetto di fissare ognora meglio lo stato della quistione, avvertendo che non appartiene già alla stessa l' occuparsi della determinazione rigorosa e precisa della forza totale del Cuore e dell' intera energia, che ne produce l' azione; poichè quand' anche si giugnesse a calcolarne esattamente gli effetti sensibili, questi non ce ne offrirebbero forse che una misura a certi riguardi inadequata, e acconcia come ho detto piuttosto a rappresentarla, che non ad esprimerla e uguale soltanto a quella porzione della medesima che impiegasi nello spingere il Sangue. Questa specie d' inesattezza non ne scemerebbe tuttavia di molto il pregio e i vantaggi; mentre in ultimo egli è rapporto al Sangue e al Circolo che la forza del Cuore ha principalmente diritto d' interessarne, e può invitarci ad assoggettarla al calcolo e alle misure. La quistione ridotta a questi termini rimane non per tanto esposta a troppo gravi e pressocchè insormontabili difficoltà. E in realtà è il Cuore per tal modo congiunto al sistema intero de' vasi, che costituisce con questo un organo solo. Or come nella folla degli effetti, che nel Sangue derivano dall' azione di un organo così molteplice giugnerem noi a discernere quelli, che competono al Cuore, e in se rinchiudono la misura della sua forza? Benchè questo stesso organo composto di Cuore e di vasi non è che una parte di un maggior tutto; su cui il Magistero ineffabile della Natura ha scolpito l' impronta della più perfetta unità . È desso collocato in tal guisa e distribuito nell' interno del corpo , che attesi i vincoli e la scambievole dependenza, che passa tra tutte le parti , i principj di movimento , e di azione sparsi pel resto del corpo , ed estrinseci per così dire al sistema del Circolo , giungono a questo sistema , e dentro di esso modificano il movimento del Sangue . Chi non vede quanto ciò renda il Problema elevato e trascendente . Come , ripeto , in mezzo a tanti agenti , che davvicino o da lungi presiedono al movimento del Sangue assegnerem noi al Cuore la parte che gli appartiene? Come ridurrem noi il Problema semplice quanto è mestieri , onde ci sia lecito di affrontarne lo scioglimento ? E volendo pur farlo qual norma seguirem noi , onde ci riesca d' aggiungergli soltanto quelle restrizioni che la natura tolera e ammette, che nel renderlo semplice non giungano a travisarlo e a trasformarlo in un Problema chimerico , o meramente curioso e infecondo di utili applicazioni ? E non pertanto , e malgrado gli ostacoli numerosi , che ci si affacciano , e sembrano chiudere del tutto l' adito ad ogni ricerca sull' argomento presente confesso che non giungo a persuadermi , che sia assolutamente un perditempo l' accostarsi a discuterlo . Questi ostacoli insormontabili certamente ove si agogni ad uno scioglimento della quistione compiuto e in ogni sua parte perfetto , cessano forse d' esser tali se pongasi modo alle nostre mire e speranze? Qual' è infatti il vantaggio reale , che questa discussione ne promette ; e quale è lo scopo a cui però dobbiamo rivolgerla ? Quello , se non erro , di porci in istato di conoscere fino a qual segno si estenda sul Circolo l' influsso del Cuore , e qual posto competa a questo Viscere tra gli Agenti dalla natura destinati a guidare in giro il Sangue. Uno scopo tale limitato e circoscritto in tal guisa non richiede per quanto parmi nè tal rigor di misure nè tal'esattezza di calcoli che debba disanimarne di troppo e vietarci qualsiasi tentativo. Le approssimazioni, a cui non è fuor di proposito , che giungner si possa, sembra che bastar debbano all' uopo. Io certamente nulla non mi propongo di più, e restringendo le mie vedute entro questi confini mi lusingo anzi di conformarmi alla situazion presente e ai bisogni attuali delle Teorie Fisiologiche, e soprattutto della dottrina del Circolo minacciata per quanto pare, a questi tempi di una rivoluzion totale, per cui lungi che sia mestieri di prendersi soverchio fastidio della determinazione rigorosa della forza del Cuore l' influsso stesso di questo viscere sul movimento del Sangue è omai divenuto oggetto di dubbi e di controversie. Ma per le cose fin quì dette lo stato della quistione, quale almeno io me lo propongo, è omai dichiarato abbastanza.

MISURA DEL BORELLI.

E prima di tutto giacchè a tratto a tratto dall' urto e conflitto delle opinioni schizza qualche raggio, che ne addita la strada, onde giungere alla scoperta del vero, non sarà forse del tutto inutile il passare in rassegna quelle almeno tra le misure fin or recate della forza del Cuore che ànno levato di se maggior grido presso i Teorici. Alfonso Borelli osò il primo proporsi questo Problema, e tentarne la soluzione nel Trattato poc' anzi citato; nel quale incontransi per tutto indizj di non ordinaria sagacità, che lo rendono pregevolissimo, e a certi riguardi anche classico, malgrado i difetti in gran parte comuni e inevitabili delle Opere per la morte degli Autori rimaste imperfette; del qual danno è d' uopo confessare, che risentesi in modo speciale la parte seconda di questo Trattato, a cui appunto appartiene il Problema presente. Nè vuolsi parimente tacere che il Borelli in questa sua Opera annunzia in ogni incontro una cotal propensione a magnificare oltre forse i termini del giusto la forza musculare: nell' estimazione della quale pare che miri e ambisca di sorprendere colla stranezza o vera o apparente de' risultati, a cui giugne; di che ben ci fa fede la misura per lui recata della forza del Cuore, cui ei non esita ad uguagliare a un peso di 135000 libbre e parendogli ciò forse poco, di 180000. E a questo proposito, giacchè il luogo è opportuno, non crederò di divagarmi dal mio assunto, se mettendo per poco da parte il cuore mi arresterò a disaminare uno degli elementi, de' quali il Borelli si crede in obbligo di tener conto nella misura in genere della forza de' Muscoli. Per l' introduzione di questo elemento non cresce meno di un doppio la forza impiegata, e dovuta all' influsso di tutti gli altri elementi presi congiuntamente. Dopo di avere dimostrato concludentemente, e a tutto rigore che i Muscoli in tutti quasi gl' incontri impiegano nell' agire più forza assai di quella, che si manifesti ne' loro effetti sensibili; e di aver provato che siffatto dispendio di forza deriva necessariamente dal modo sconcio e disadatto a renderla utile ed efficace, con cui viene essa a contrasto cogli ostacoli, che giugne a vincere, Ei non solo tien conto delle condizioni e circostanze tutte, che influiscono su ciò; ma dopo di aver raccolte assieme le perdite parziali dovute a cadauna di dette condizioni, ei raddoppia questa somma, e si crede tenuto a raddoppiarla sul fondamento o pretesto, che il Muscolo agisce a un tempo sopra l' uno e sopra l' altro de' suoi estremi; sopra quello che cede, e sopra quello che immobilmente resiste, e resistendo determina l' azion musculare ad impiegarsi utilmente tutta sull'altro. Questo raddoppiamento per poco non è dal Borelli risguardato, siccome un principio Meccanico, di cui non sia lecito dubitare. Secondo lui se una corda raccomandata a un chiodo sostenga il peso di una libbra, la forza, con cui la corda resiste a rompersi equivale al peso di due libbre, perchè, se mal non interpreto la sua mente, il peso fa sorgere in essa una tensione, che agisce quinci e quindi egualmente e contro il peso e contro il chiodo in guisa che siccome la porzion della stessa, che impiegasi a sostenere adegua certamente il peso, è giuoco forza inferirne che l' intera tensione equivaglia a due libbre. Infatti se invevece di suppor la corda pendente da un chiodo, la concepiremo posta sopra e attorno a una carruccola, e che due pesi cadaun di una libbra pendano da cadauno de' suoi estremi, in questo caso la corda contrasterà col peso di due libbre; eppure in essa non sorgerà certamente fuori che quella tensione stessa, che dianzi in essa sorgeva per l' azione di un peso solo combinata colla reazione del chiodo. E affinchè questo, se n' ha mestieri, apparisca anche viemeglio, pongasi mente a ciò che accade alla corda posta attorno alla carruccola, ove tutt' all' improvviso vengano a scemare di eguali porzioni i due pesi eguali da essa sostenuti. La corda si accorcierà ossia solleverà un tal poco quinci e quindi i due pesi quanto è mestieri perchè lo scemamento della tensione conformisi con quello de' pesi, e risorga il perduto equilibrio. Or non è egli manifesto, che se in questa ipotesi si concepisca la tensione divisa in due parti eguali cadauna di questa supera la resistenza del peso, che le corrisponde, e che dunque l' intera tensione equivaleva dianzi alla somma de' pesi, quando dianzi prima dello scemamento equilibravasi co' medesimi? Questo discorso, cui mi lusingo di non aver punto indebolito nel riferirlo, comunque forse un non so che gli manchi di abbagliante e seducente confesso, che non è mai giunto a convincermi, e che anzi ho sempre ravvisato in esso un indizio di quella alquanto smaniosa voglia di esagerare la forza de' Muscoli, di cui il Borelli è stato non in tutto a torto ripreso. E perchè non occorre abbandonar così subito un punto di non lieve momento nella estimazione della forza de' Muscoli, e rapporto al quale i Fisiologisti anche più riputati seguono a ricopiare Borelli e a ricopiarsi l' un l' altro, se fisseremo per poco l' attenzione sulla corda, che pende dal Chiodo, e sostiene una libbra, non ci si offriranno motivi, per quanto parmi, onde persuaderne, ch' essa esercita una forza, o in altri termini, che in essa sorge una tensione eguale a due libbre. Lascio l' offesa, che da questo raddoppiamento riceve il senso comune. Avverto piuttosto che il pronunziare su ciò forse più che non ai Meccanici appartiene ai Metafisici. La Meccanica, come qualunque altra delle Scienze esatte, non si occupa che di confronti; e di confronti tra quantità della stessa specie, riferendole sempre a certe unità, a certi Moduli di natura anch' essi conforme a quella delle quantità, che vengono confrontate, donde non si pena a vedere che questa quistione non può interessare i Meccanici. Che se ci rivolgeremo ai Metafisici, questi in mezzo all' incertezza, in cui confessano, e professano di essere su i vincoli ignoti, che legano le cagioni agl' effetti, e sulla natura di quella arcana uguaglianza, che passa tra le prime, e i secondi, io peno assai a credere, ch'essi fossero per decidere contro il comun senso, presso il quale certamente una corda, da cui pende una libbra sostiene una libbra, e non due. E comunque sia certo che la tension di una corda si esercita egualmente sopra il chiodo, e sopra il peso, quindi, diranno essi, non ne segue già egli ciò, che Borelli pretende; come niuno dirà, che se ad un corpo posto sopra un piano sovrappongasi il peso di una libbra, quel corpo sostenga due libbre, a motivo della pressione, che in direzione opposta a quella del peso sovrapposto esso soffre dal Piano. La tensione è una cotal' affezione di quella forza qualunque, da cui sono mantenuti a contatto gli elementi della corda, che nel sorgere non può non vestir tostamente questo carattere, per cui essa esercita l' energia sua in opposte direzioni. Questa proprietà è rinchiusa nella sua essenza, Borelli potrebbe forse aver ragione, se fosse lecito di separare almeno mentalmente la tensione in due parti dirette l' una contro il peso, l' altra contro il chiodo. Ma questa comechè mentale separazione non sembra lecita, perchè non avvi porzion niuna della tensione che non si eserciti quinci e quindi egualmente. Però giacchè è pur certo che la tensione sorge nella corda in seguito dell' applicazione del peso; e cresce e scema con questo, e ben per tutti i caratteri ci si presenta siccome effetto del medesimo;

niente vieta che, volendo pur esprimere quella proporzione, che passa fra l'uno, e l'altra, non si scelga la relazione di uguaglianza acconcia all'uopo quanto niun' altra, e conforme poi sopra ogni altra alle idee universalmente adottate e al senso comune. Così forse potrebbero rispondere i Metafisici; ai quali per altro non rinunzio già io la decisione della controversia per modo che non mi dichiari disposto ad ascoltare più volontieri assai la Meccanica. Il che dico perchè non sono senza qualche lusinga che a mostrare viemeglio l'equivoco preso dal Borelli non sarà giudicata del tutto inutile la considerazione seguente.

Suppongasi che da una corda raccomandata a un chiodo penda un peso di una libbra. Suppongasi che dagli estremi di un'altra corda uguale in tutto alla prima, ma ravvolta attorno a una girella pendano quinci e quindi due pesi uguali cadauno a una libbra. Sorge nell'uno e nell'altro caso nella corda una cotale tendenza ad accorciarsi, la qual tendenza costituisce la forza, di cui si tratta di recare la vera e reale misura. Siccome l'energia, l'intensione, il grado preciso, qualunque e' sia, di questa forza, è visibilmente uguale nell'uno e nell'altro de' due casi proposti; e che nel secondo essa si esercita contro due libbre, Borelli ne inferisce che anche nel primo sia dessa rappresentata dal peso di due libbre. Per quanto pare non ci è già lecito a parer suo di rovesciare il discorso; e poichè nel primo caso non pende dalla corda che una libbra, inferirne che anche nel secondo caso lo sforzo venga da una sola libbra rappresentato. Ciò al Borelli non sembra lecito, perchè non vuolsi secondo lui dimenticare il chiodo, contro cui nel primo caso agisce uno sforzo eguale a quello, che si bilica colla libbra pendente dall' altro estremo della corda. Nel ripetere il discorso del Borelli ho inteso di farmi strada ad aggiungere, che forse finchè si concepisce che sussista lo stato di equilibrio, può rimanere indeciso qual misura convenga adottare dello sforzo esercitato dalla corda eguale senza dubbio in entrambi i casi, ma di cui in entrambi i casi resta un pò dubbio, se adegui il peso di una libbra, o non piuttosto quello di due. Nella lusinga che a dissipar queste dubbiezze qualche raggio di luce balenar possa dal passaggio improvviso dallo stato di equilibrio a quello di movimento e di azione, suppongasi che tanto il peso di una libbra pendente dalla corda fissata al chiodo, quanto cadauno degli altri due sostenuti dalla corda ravvolta attorno alla girella scemino tutt' all' improvviso egualmente. L' equilibrio rimarrà nell' atto stesso alterato; le corde si accorcieranno, e a proporzione saranno i pesi costretti ad alzarsi. Affine di aver diritto di supporre costanti le potenze, che pel supposto improvviso cangiamento sonosi rivolte ad agire non si tenga conto che del movimento iniziale; di quello vale a dire che ha luogo nel primo tempuscolo infinitesimo. Queste stesse potenze, che concorrendo dianzi a sostenere sonosi rivolte ad agire adeguano o lo scemamento sopravvenuto ai pesi, o secondo il Borelli il doppio di questo scemamento. Vediamo se debbasi piuttosto adottare la prima misura o la seconda. Mi verrà, me ne lusingo, accordato, che nel primo tempuscolo infinitesimo segue in entrambe le corde un eguale accorciamento. Conformi a questo saranno gli spazii percorsi verso l' alto dai pesi. Cadauna delle due libbre attaccate agli estremi della corda posta attorno alla girella si alzerà per uno spazio la metà minore di quello, cui scorrerà la libbra sostenuta dalla corda fissa al chiodo. Si otterranno in entrambi i casi a norma delle Teorie Meccaniche universalmente adottate due effetti eguali; giacchè l' alzamento di una libbra, per un certo spazio costituisce un effetto perfettamente uguale all' alzamento di due libbre per uno spazio minore della metà; come uguali sono gli effetti, uguali saranno gli sforzi quinci, e quindi impiegati a produrli. Intanto la forza appartenente alla corda attaccata al chiodo nell' atto che con uno sforzo utile, e nel carattere di vera forza motrice agisce sulla libbra, e la solleva, non cessa di giungere al chiodo e di agir su di esso nella qualità di forza premente, e non pertanto sorge nella libbra pendente e sollevata un effetto uguale a quello, che sorge nelle due libbre attaccate agli estremi dell' altra corda per uno sforzo, che tutto s'impiega utilmente nel muoverle. Da ciò sembra lecito l' inferire che nel misurare e determinare lo sforzo esercitato dalla corda nel caso, che segua turbamento di equilibrio si può prescindere dalla pressione, che dependentemente da questo sforzo soffre il chiodo, e che però e per ultima conseguenza, o si debba, o se non altro sia assai ragionevole il prescinderne nel caso anche dell' equilibrio, cosicchè la forza, che nella qualità di semplice forza premente vien concepita nella corda sia adeguatamente rappresentata dal peso sostenuto, e non già dal doppio di questo peso.

E quì, giacchè il luogo m' invita a farlo, non mi sia disdetto di collocare una breve digressione diretta a toglier di mezzo, se pur riesco a farlo, alcune ò reali o a meglio dire apparenti opposizioni, che s' incontrano presso i Meccanici, laddove trattano della Teoria del Cuneo. Essi nel fissare la relazione, che nel Cuneo passa fra la forza ad esso applicata e la resistenza non sembrano in tutto d' accordo. Rapporto a che mi giova metter da parte le determinazioni visibilmente soggette a gravi eccezioni; quella a cagion d'esempio, la qual leggesi nell' ultima e più elaborata opera del Muscembroek, che nella sua voluminosa Introduzione alla Filosofia naturale si permette di stabilire, che in due Cunei diversamente conformati, tali vale a dire che l' uno nel suo profilo rappresenti un triangolo rettangolo l' altro un Triangolo isoscele, la forza del primo stia alla resistenza come la base alla lunghezza del Cuneo; nell' altro come la metà della base alla lunghezza medesima. Questa determinazione alquanto strana per vero dire, giacchè da essa seguirebbe che la semplice differenza di configurazione nel Cuneo si strascinerebbe con seco un enorme divario nella relazione fra la forza e la resistenza, sembra che dovesse muovevere questo Fisico a sospettare, che nel discorso, per cui vi giugne, rinchiudasi qualche paralogismo; cui non cercherò ora in che consista, mentre, come è detto, è meglio attenersi alle misure sulla giustezza delle quali non cade dubbio veruno. Anche in queste incontrasi una cotale opposizione, che reputo piuttosto apparente, che reale. E prendendo l' esempio più semplice quello del Cuneo foggiato in guisa, che il suo profilo sia un triangolo isoscele, e situato pure in modo che la base ne sia parallela al fulcio immobile, a cui si appoggia il corpo da fendersi, chi dice che in siffatto caso ed esempio la forza sta alla resistenza come la base alla lunghezza del Cuneo; mentre altri, come affin di citarne un solo il Bossut, afferma, che la forza sta alla somma delle resistenze come la metà della base alla lunghezza. Siccome nel comune significato de' vocaboli la resistenza in genere sembra identica alla somma delle resistenze, delle due misure recate la prima sembra diversa dell' altra e diversa del doppio. Ma una mediocre attenzione basta a mostrare che la resistenza considerata nella prima misura trovasi raddoppiata nella seconda per un raddoppiamento conforme a quello, con cui il Borelli immagina che la sua corda fissata a un chiodo eserciti una forza doppia del peso da essa nell'altro estremo pendente. Questo raddoppiamento è implicitamente rinchiuso nella espressione di somma delle resistenze. Se si concepisca, che tra le due faccie opposte della fenditura aperta dal Cuneo nel Corpo sia collocata una Corda, che parta dall' una e termini nell'altra, e ne vieti l' ulteriore allontanamento, bilicandosi colla forza applicata al Cuneo stesso, potrà pur concepirsi, che la resistenza di questa corda adegui la forza esercitata da una corda simile fissata a un chiodo e condotta a un egual grado di tensione da un certo peso. È manifesto che prendendo per misura dello sforzo di quest' ultima corda o il peso pendente, o il doppio di questo, alla prima determinazione corrisponderà nel Cuneo la prima delle due relazioni sopra recate, quella per cui si afferma che la forza sta nel Cuneo alla resistenza come la base alla lunghezza; alla seconda corrisponderà l'altra che la metà della base sta alla lunghezza come la forza alla somma delle resistenze.

Mi si permetta di arrestarmi alcun poco nell' esame di un altro tratto dell' insigne opera del Borelli; rapporto al quale senza ch' io condanni le sue intenzioni e vedute nutro qualche sospetto, che nelle considerazioni, a cui lo guida il desiderio e la lusinga di giungere a determinare la forza per lui detta assoluta de' Muscoli, ei trascorra oltre i confini in ogni incontro prescritti alla vera e pura e rigorosa Meccanica. Gioverà per maggiore chiarezza valersi di un caso ed esempio speciale. Suppongasi che i Muscoli della Mascella inferiore giungano nel loro massimo sforzo a stritolare un corpo frapposto ai denti duro a un segno che a romperlo fosse richiesto un peso di 150 o 160 libbre. Se si tenga conto dei discapiti inevitabili sofferti dai Muscoli a motivo della Macchina, attraverso a cui giugne il loro sforzo al corpo, questo loro sforzo dovrà valutarsi assai più. Potrà esso senza esagerazione rappresentarsi col peso di libbre 300. Borelli non è contento di raddoppiar questo peso, spingendolo fino alle 600 per l' addotto motivo o pretesto, che i Muscoli impiegano la metà di questo sforzo contro i punti immobili, dai quali nascono e partono; ma dopo di averlo raddoppiato non esita a dichiararlo ben trenta volte maggiore. A questo aumento è desso condotto dal concetto, ch' ei si è formato nell' animo della struttura intima delle fibre musculari; cadauna delle quali ei la immagina nell' aspetto di una serie di vescichette romboidali opportune, giacchè le pareti loro vengono pure supposte poco o nulla distrattili, ove tutt' all' improvviso si gonfiino, a scemar di lunghezza, e conseguentemente ad accorciare notabilmente la fibra, lungo la quale sono esse le une dietro alle altre collocate. Or quì vuolsi avvertire, che quel peso stesso, cui sosterrebbe o solleverebbe un' intera fibra, verrebbe pur sostenuto o sollevato da una so-

sola delle vescichette romboidali, dall' infima a cagion d' esempio, che la compongono. Grande non pertanto è la differenza, che passa fra un caso e l' altro; poichè se il peso venga sollevato sì nell' uno che nell' altro, quinci dalla fibra, quindi dalla vescichetta, lo spazio, per cui verrà sollevato, sarà tanto maggiore nel primo, che nel secondo, quanto il numero delle vescichette componenti la fibra supera l' unità. Il che vuol dire, che essendo uguali i pesi sono tuttavia disuguali i loro momenti; applicando a questo termine di momento il significato, che gli fu dato da quelli, che dietro le tracce del Galileo lo introdusser da prima nelle discussioni meccaniche. Ciò, che dicesi di una fibra, si avverta di un qualunque loro aggregato; di un Muscolo intero; la cui forza conseguentemente Borelli si crede in diritto di adeguare non già al peso solo, con cui si bilica, ma con questo peso moltiplicato pel numero delle vescichette romboidali, che assumendo una lunghezza media fra le fibre più lunghe, e le più corte ponno concepirsi comprese fra un estremo e l' altro del Muscolo stesso. Procedendo in tal guisa non pena gran fatto il Borelli a giungere a quelle sue determinazioni e misure della forza musculare; le quali come che parer possano esorbitanti, pur, se ben si mira, nulla in se non rinchiudono, che debba parer strano e sorprendente e incredibile. Nè già è questo il motivo, per cui mi si rende un tal poco sospetto il processo e metodo tenuto dal Borelli nell' ardua indagine, cui egli il primo osò di proporsi, e in cui non isdegnò di seguirne, e premerne le orme un Giovanni Bernulli. Certo che se un Matematico nell' accingersi a determinare la forza musculare si creda tenuto a fissare e misurare l' impiego e il dispendio di quel principio qualunque, di quella qualunque sostanza attiva, ed energica, che operando ne' Muscoli e nell' interno delle lor fibre rinchiude in se la ragione di quella forza, ch' essi dispiegano, certo che, dico, se un Matematico mirerà a questo scopo, o si troverà costretto a porsi sulle traccie del Borelli, li, o scegliendo altra strada, giugnerà non pertanto a conchiusioni poco diverse. Il mio timore si è, se i cosiffatti tentativi non sieno per avventura disdetti al Meccanico; se possa questi esporsi senza scrupolo al risico di contaminare d' idee meramente ipotetiche la Scienza quanto nobile, altrettanto severa ch' esso coltiva. Abbiasi una corda capace di resistere a un certo peso; ossia tale che a giugnere a lacerarla richieggasi un certo peso. Se questa corda dividasi pel traverso in più parti, non ha dubbio che un peso eguale al primo richiederassi a lacerare cadauna di queste parti. Nè inferirem noi quindi che la resistenza opposta dalla corda alla lacerazione fosse eguale alla somma di questi pesi. Eh che niuno nol dirà mai. Eppure è certo, che se immagineremo che la corda resista a motivo di una sostanza, che penetrandola intimamente ne mantiene a contatto le parti e loro vieta discostarsi e disunirsi, la forza assoluta di questa sostanza sarà proporzionale all' energia sua propria, e alla lunghezza della corda, ossia al numero delle parti, a cui si applica. Ma, comunque ciò sia vero, i Meccanici si permetteranno non pertanto di prescinderne, nè trattando delle funi e della resistenza da esse opposta alla rottura, introdurranno questa considerazione nelle loro ricerche. Non dirò che debbasi adoperar similmente nelle discussioni di Meccanica animale; ma dirò bene, che se non è in esse assolutamente interdetta ogni congettura intorno all' intima struttura delle parti e fibre de' corpi vivi, vuolsi tuttavia in ciò procedere colla massima circospezione, attenendosi quanto è possibile ai dommi della Meccanica rigorosa, e schivando di occuparsi di oggetti che per l' oscurità loro non tollerano l' acconcia applicazione de' principii e teoremi di questa scienza. Adoperando in tal guisa si restringerà per vero dire il campo in cui sia conceduto di spaziare ai Meccanici; ma rimarrà esso non pertanto vasto assai, e nello scorrerlo e coltivarlo potranno essi procacciare vantaggi grandi alla Fisica animale, che giovandosi delle loro fatiche, e crescendo congiuntamente nelle altre sue parti affidate ad altri coltivatori; alla testa de' quali ritengo che debbano mettersi gli Anatomici, a qualche tempo forse giugnerà a tale da poter offrire ai Meccanici i dati necessarii, onde di grado in grado sollevarsi a ricerche più sublimi di quelle, entro le quali sono essi al presente tenuti a restringersi. Benchè fissando con esattezza i confini delle spiegazioni meccaniche nella Fisica de' viventi si giugnerebbe eziandio a impor silenzio ai Profani, che confondendo l' abuso pur troppo fattosi in questa Fisica delle Teorie meccaniche, ne vorrebbon proscritto, e per poco non ne deridono l' uso anche giusto e legittimo.

Ma per uscire omai da una digressione forse soverchio prolissa dopo ciò che ho detto, mi lusingo che niuno si stupirà che io manifesti la ripugnanza, che provo, ad entrare in niuna alquanto minuta discussione della misura recata dal Borelli della forza del Cuore. S' egli a tratto a tratto nella sua Opera, che non cessa per questo di essere originale e classica, si permette di accoppiare ai raziocinii meccanici le supposizioni, e le congetture, quì è dove ei le accumula, e le innesta le une su le altre con tale sfoggio, e se oso dirlo con tale intemperanza, che questo motivo bastar debbe a giustificarmi se non so nè arrestarmi, nè trattener altri sopra di un luogo, cui è assai probabile che se l' Autore avesse potuto dare l'ultima mano al suo esimio lavoro, avrebbe col ritoccarlo ed emendarlo posto in un lume migliore di quello, in cui prevenuto da Morte fu costretto a lasciarlo. Pare ch' ei diffidandosi di poter affrontare direttamente la soluzione del Problema, anzi di farlo per la via indiretta de' confronti, vale a dire paragonando il Cuore ad altri Muscoli di mole poco diversa, e conseguentemente ricchi a un di presso di un numero eguale di fibre. Il partito se non è il più sicuro sembra almeno il più spedito: ma egli nello sceglierlo si crede in dovere di tener conto di alcune particolarità, per le quali a lui sembra che il movimento e l' azione del Cuore sia essenzialmente diversa da quella degli altri Mu-

Muscoli. Questi presi in generale nell' agire si accorciano, e intumidiscono a un tempo, e il tumore e l' accorciamento si compensano per modo che il Muscolo nell' agire nè cresce nè scema sensibilmente di mole. Nel Cuore a parer del Borelli la cosa passa molto diversamente. Esso nell' agire non si accorcia, e sebbene intumidisce a un tempo nella sua sostanza, e nelle sue pareti, pur non cresce di mole, perchè il tumore si fa tutto verso l' interno, e s' impiega nel restringerne le cavita, e nel votarle, spremendone fuori il Sangue e spingendolo nei tronchi arteriosi. Conformi a questa notabil differenza fra l' azion del Cuore e quella degli altri Muscoli sono quelle, ch' ei pure ammette nella collocazion delle fibre, che a parer suo nel Cuore per tal modo s' intrecciano, s' incrocicchiano, scherzano le une fra le altre, e le une attorno alle altre, che venendo esse a intumidire in tutti i loro otricelli romboidali, cospirar debbono e riunirsi a produrre l' accennato tumore verso l' interno delle pareti del Viscere e ad agire a guisa di torchio sul Sangue rinchiuso. Basta questo breve ragguaglio del metodo tenuto dal Borelli e per quanto mi lusingo sovrabbonda all' uopo di mostrare, che non ho torto in tutto manifestando una cotale alienazione dal discutere di proposito una soluzione, ch' ei sulle prime intende di rendere piana e spedita, ma che in realtà gli diviene fra le mani intralciata al sommo e spinosa; e ingombra oltracciò e infetta di più supposizioni, delle quali nè si reca, nè addur si può niuna prova diretta. Aggiungo che tra esse n' ha alcuna, ch' io potrei forse senza scrupolo rigettare, qual si è quella a cagion d' esempio, in cui si adotta che il Cuore nell' agire non si accorci contro il sentimento autorevole di un gran numero di osservatori eccellentissimi; e contro ciò che sembra attestato dall' uso delle valvole venose, delle quali ove non si ammetta l' accennato accorciamento, si penerebbe a comprendere, come nell' atto che il Cuore si sgrava del Sangue rinchiuso potessero sollevarsi quanto è mestieri a chiudere gli orificii venosi; vale a dire come loro lo potessero permettere que' vincoli, ossia quelle cordicelle tendinee poco o nulla distrattili, che partendo dal lembo libero delle medesime le raccomandano alle pareti interne del Cuore. Io mi asterrò dunque tanto più volentieri dall' entrare in questa disamina, quanto che son d'avviso che lo stesso Borelli, se risorgesse e fosse vivo e presente me ne dispenserebbe di buon grado, nè amerebbe ch' io m' arrestassi di troppo sopra di un luogo, di cui è assai probabile, che a questi tempi non esiterebbe a dichiararsi poco contento, e a confessar pure e a riconoscere le imperfezioni, e i nei, che sparsi quà e là per l' egregia sua Opera, non giungono tuttavia ad oscurarne i pregi singolarissimi; nè scemar debbono la riconoscenza dovuta al nobile ed animoso tentativo di chi il primo s'accinse e spesso e rapporto a più punti riuscì felicemente ad assoggettare alla Geometria e alla Meccanica i Fenomeni animali.

MISURA DEL KEIL.

Passiam piuttosto a cercare se altri per avventura stati sieno più fortunati del Borelli. Persuaso l' Inglese Jacopo Keil, che per l' una parte la question presente non sia per propria indole cinta d' ostacoli insormontabili, e per l' altra che dell'inutilità degli sforzi del Geometra italiano debbasi accagionare il metodo da esso scelto nell' accingersi a scioglierla entrò con grande animo nella stessa carriera, e tenendo una strada senza confronto più breve, e spedita ne tornò ricco non di una sola ma di due soluzioni semplici assai ed eleganti, e che oltre a ciò, parendo fondate sopra sperienze dirette potrebbero agevolmente sedur taluno a sbagliarle per rigorose ed esatte. Esse lungi d' esser tali si scostano dal vero quanto forse quella del Borelli, ma per motivi diametralmente opposti a quelli, per cui quest' ultima se ne allontana. Sembra infatti che se Borelli mirava ad ingrandire all' eccesso le forze del Cuore, Keil si proponga di estenuarle e deprimerle; in prova di che basti il dire ch' ei riduce a poche once le 180000 libbre, a cui esse salirono tra le mani del primo; di che non peneremo gran fatto tra poco a render ragione, e a porre a un tempo in salvo, se n' ha mestieri, il decoro della Geometria, di cui valgonsi entrambi, compromesso in certo modo da sì enorme divario. Fondansi le due soluzioni del Keil in parte, come è detto sopra certe sperienze instituite sopra cani, e in parte sopra un Teorema del Neuton rinchiuso nel secondo Corollario alla proposizione 32.ª del secondo libro de' principii della Filosofia naturale. Affermasi quivi dal Newton, che la velocità, con cui sgorga un fluido da un foro aperto nel fondo di un vaso, è dovuta alla forza o pressione di un peso eguale a un Cilindro di quel fluido ampio nella sua base quanto il foro e lungo il doppio dell' altezza, a cui sollevasi il fluido entro il vaso. Prova poi egli, o studia almen di provare nell' antecedente proposizione, che questa velocità uguaglia quella di un grave, che partendo dalla quiete cadesse per uno spazio eguale alla stessa altezza del fluido entro il vaso. Affin di giovarsi al suo intento di queste proposizioni Keil rivolgesi a cercare la velocità, con cui il sangue sgorga dal Cuore, a cagion d' esempio dal ventricolo sinistro, nell' Aorta, o a meglio dire quella, con cui tenta di uscire, e che in fatti riterrebbe, se nell' uscire non incontrasse l' inciampo del sangue, che lo precede, e riempie l' arteria, e più o meno gli resiste e ritardalo. A questo scopo egli indirizza le sue sperienze. Ei taglia attraverso l' arteria iliaca di un cane. Misura il salto e l' ampiezza dell' arco parabolico descritto dal sangue, che ne sgorga con impeto, e valendosi delle note regole della Teoria de' Projetti, ottiene la velocità di questo Sangue; ossia l' altezza, da cui dovrebbe discendere un grave, affin di acquistare la stessa velocità. Posto ciò egli avverte, che attesa la vicinanza dell' arteria iliaca coll' aorta e col Cuore a niun sensibil ritardo debb' esser soggetto il Sangue nel suo viaggio dal

Cuore a quell' arteria per modo che siccome col taglio compinto e trasversale della stessa vien tolto ogni ostacolo al corso del Sangue, l' eseguir ciò è a un dipresso lo stesso, che il porre interamente in libertà il Sangue, che scorre presso il Cuore e anzi ne sgorga; donde ne segue che la velocità, con cui lanciasi dall' arteria tagliata, esprime assai esattamente quella con cui rimosso ogni ostacolo, uscirebbe dal Cuore e che questo tende ad imprimergli. Questi pochi dati, e non più secondo il Keil bastano all' uopo. Il doppio dello spazio, che dovrebbe scorrere un grave affin di acquistare la velocità trovata ci offre la lunghezza, e l' orificio dell' aorta ci offre la base del Cilindro di Sangue, che per l' applicazione che vuol farsi a questo caso del Teorema del Neuton col suo peso uguaglia la forza sostenuta dal Sangue, che esce dal Cuore, ossia uguaglia ed esprime la forza dal Cuore impiegata su questo fluido, e richiesta ad imprimergli la velocità, con cui esce. Il Problema per vero dire non è sciolto che pe' cani assoggettati alle sperienze: ma niente vieta per quanto pare, che i risultati non si trasportino all' Uomo, seguendo in siffatto passaggio e trasporto l' unica norma, che per l' una parte ci si offre, e per l' altra basta all' intento, la proporzione cioè della mole, e della massa rispettiva del corpo intero, e del Cuore. Così adoperando giugne finalmente il Keil a stabilire che la forza assoluta del Cuore umano non supera il peso di circa otto once. È questa la seconda delle due soluzioni, delle quali siam debitori al Teorico inglese. Ho amato di epilogarla a preferenza della prima, perchè questa comunque posi sui fondamenti medesimi, e proceda pur quasi similmente, pur è meno semplice, ed è nel suo corso infetta di maggior numero di supposizioni, che necessariamente vi si intrudono; perchè le sperienze in essa riferite non sono già dirette, come nell' altra, alla scoperta immediata della velocità, con cui il Sangue sgorga da un' arteria tagliata; ma sibbene a quella della quantità di questo fluido, che pel detto taglio, e per quello della vena corrispondente in tempi eguali può uscire in guisa che siccome colla sola notizia di detta quantità non riesce l' Autore a rinvenire le velocità; ma soltanto la proporzione, che passa fra esse, gli è però mestieri di aver ricorso ad un altro suo Opuscolo. Ei conseguentemente assoggetta la sua soluzione alle obbiezioni tutte, a cui le Teorie rinchiuse in quell' Opuscolo trovansi esposte. Ma che che sia di ciò giacchè entrambe le soluzioni consentono pienamente ne' principii, e si accordano nell' assegnare a misura della forza del Cuore il peso di poche once, ci restringeremo ad esaminare questi principii, e questi risultati nella soluzione che abbiam riferita. E perchè a questo scopo giovar può non l' esame solo delle difficoltà reali, a cui va esposto il Processo del Keil; ma quello pure delle opposizioni a parer mio poco fondate mossegli da taluno, comincierò da queste ultime. Parmi a cagion d' esempio, che a gran torto l' Aller lo accusi di non tener conto ne' suoi calcoli delle resistenze opposte al Cuore, e da questo Viscere vinte nell' agir sopra il Sangue. Forse e senza forse Keil nel suo discorso inciampa in qualche grave Paralogismo. Ma l' acume, di cui ei si mostra pure per indizii assai palesi fornito, non gli permetteva di urtare in un Paralogismo sì turpe. Non dirò ch' ei valuti a dovere quelle resistenze, ma dirò bene che non gli è sfuggito l' obbligo di valutarle; ed è per questo ch' ei misura il salto del Sangue che sgorga liberamente nell' aria dall' arteria iliaca tagliata; avvisando di giugnere in tal guisa a conoscere la velocità, che rimosso ogni ostacolo, verrebbe a questo fluido impressa dal Cuore; donde si vede, ch' ei per questa parte non merita i rimproveri dell' Aller; rapporto ai quali inoltre duolmi per vero dire che questo grande Fisiologo per un altro equivoco egualmente poco scusabile renda del preteso errore complice Sauvages; travolgendo a un senso diverso dal vero una eccezione data da questo alle soluzioni del Keil; intorno alle quali, senza far motto di resistenze, restringesi ad avvertire che per esse non si ottiene già la misura della forza assoluta del Cuore, ma soltanto al più al più di quella, che impiegasi sul Sangue, cioè di quella, che gli è impressa dal Cuore, o con altri termini, che questo fluido per l' azione di quel Viscere concepisce; la qual osservazione ragionevole, e giusta, come non tarderemo a vedere nulla non à di comune coll' opposizione dell' Aller; giacchè può sussistere, comunque le resistenze non vengano trascurate. Per motivi assai più fondati, per quanto pare, vengon da alcuni riprese di poca esattezza le sperienze, che presso Keil servon di base alle sue soluzioni. Giorgio Martin tra gli altri pretende di essersi assicurato, che l' altezza, a cui può concepirsi dovuta la velocità, con cui il Sangue sgorgherebbe liberamente dal Cuore, qual resulta dalle sperienze per lui instituite a imitazione del Keil, è per lo meno di un doppio maggiore di quella, che fu da questo trovata. Tale è pure il sentimento dell' Aller, e colle osservazioni di entrambi pare che consentano quelle del sommo sperimentatore Stefano Hales. Ma è questa una obbiezione, su cui non credo che sia punto mestieri d' insister di più, perchè quand' anche fossero a certi riguardi difettose le sperienze, e poco esatte le determinazioni del Keil, lieve sarebbe l' offesa e il danno, che quinci deriverebbe alle sue soluzioni; giacchè ogni qualvolta esse reggessero ne' principii, da cui partono, e ne' raziocinii, con cui procedono, è manifesto che potrebbero loro aggiugnersi agevolmente le correzioni opportune a renderle esatte.

Ben lo stesso non credo che possa dirsi di un' altra più grave accusa, che parte dal Michelotti, il qual lo riprende di non avere assunta a base di quel suo Cilindro, al di cui peso adegua la forza del Cuore, anzi che l' ampiezza dell' orificio dell' Aorta, quella della superficie interna tutta del ventricolo sinistro del Cuore stesso. Rinchiudesi in questa osservazione un' assai fondata e grave eccezione alle conchiusioni e alla determinazione del Keil. Me certamente muove assai più l' autorità favorevole alla stessa di un Hales, e di un Daniele Bernulli che non le dogmatiche decisioni, e il disprezzo e le beffe, con cui l' accoglie il Senac, il quale per altro anche in questo incontro annunzia il niun suo diritto a metter bocca su queste materie, e affinchè non paja ch' io lo calunnii, veggasi per addurne pur una prova sola tra le moltissime, di cui formicola il suo Trattato sul Cuore, veggasi, dico, come ei riferisce il Teorema del Neuton, di cui si è detto poc' anzi. Ecco le sue precise parole. Abbiasi un vaso pieno di acqua; aprasi un foro nel fondo di questo; la forza, che spinge l' acqua pel foro uguaglia la forza di un corpo, che cadesse da un' altezza doppia di quella del vaso. Come? dunque un Corpo qualunque, che scenda dalla detta altezza basta all' uopo di esprimere quella forza? Neuton dunque a torto la determinò con precisione dichiarandola eguale nè più, nè meno al peso di un Cilindro doppio della colonna fluida soprastante al foro. Ma che è ciò inoltre, che ne insegna l' Archiatro Franzese, e intende di dire, sostituendo capricciosamente il termine di forza a quello di peso usato del Neuton? Ch' ei si spieghi un po' meglio. Per la forza di un corpo cadente può intendersi quella, che lo obbliga a cadere; e in questo aspetto è dessa identica al peso; ma può anche intendersi quella, che il corpo acquista cadendo; e allora è dessa tutt'altro che il peso. In somma ei riesce a travisare e trasformare in un vero Enimma un Teorema del Neuton; di che non lo condannerei già io, s' ei nell' atto stesso che inciampa sì turpemente, non si permettesse verso Scrittori pregevolissimi i modi più inurbani; e non giugnesse a dichiarar Michelotti reo di errori, che sarebbero imperdonabili se fossero reali, e non anzi sognati da chi glieli rinfaccia. Ma non perdiamo di vista l' osservazione pur' ora mentovata di quest' ultimo, intorno alla cui giustezza, comunque me ne sia garante l' autorità del sommo Geometra Daniele Bernulli di gran peso certamente massime in materie Idrauliche, pur giova consultar la ragione. Concepiscasi una vescica piena di un fluido, do, che possa uscirne passando in un tubo, di cui sia dessa munita. Suppongasi questa vescica nelle sue pareti fornita di una cotal forza contrattile, per cui tenda a restringersi e prema il fluido contenuto. Suppongasi che la resistenza opposta da questo fluido sia minore della tendenza della vescica a restringersi, per modo che questa non prema soltanto, ma si rivolga ad agire e spinga il fluido nel tubo. In qual guisa determinerem noi la forza impiegata dalla vescica? Certo che gioverà rintracciare la velocità del fluido che sgorga. Questa velocità ci porrà in mano l'altezza a cui è dovuta, quella cioè di un Cilindro di fluido atto col suo peso a produrre nel fluido che sgorga lo stesso effetto, che in lui sorge per la contrazione della vescica. Ma la forza di questa verrà rappresentata esattamente dal peso di detto Cilindro? Siffatta conseguenza non sembra legittima. Troppo è diverso il modo, con cui in questa Teoria si concepisce che il Cilindro applichi il suo peso al fluido, che sgorga per l'orificio del tubo, dal modo, con cui vi giugne attraverso al fluido contenuto nella vescica la contrazione di questa. Suppongasi infatti la vescica priva di forza contrattile, inerte del tutto; e alla forza, di cui la immaginiamo spogliata sostituiscasi la pressione di un fluido nel quale sia dessa immersa, e che sollevisi sopra la stessa ad altezza uguale a quella, a cui s'innalza nel Cilindro. La pressione di questo fluido attraverso alle pareti inerti della vescica agirà sul fluido contenuto di una guisa conforme a quella, con cui agiva dianzi sulla stessa la forza contrattile della vescica medesima. Questa forza dunque verrà rappresentata da quella pressione; ossia ogniqualvolta essa rivolgasi dal premere semplicemente all' agire verrà rappresentata dal peso di un Cilindro fluido, alto quanto quello, che esprime la forza concepita dal fluido, che sgorga, e ampio quanto la superficie intera della vescica. Sostituiscasi a questa vescica il ventricolo sinistro del Cuore, e al tubo l'Aorta, e si scorgerà agevolmente che lungi d'essere l'opposizione dal Michelotti mossa al Keil una sofistería, come la dichiara il Senac è una difficoltà reale, da cui rilevasi che quand' anche il Processo del Teorico inglese fosse ne' suoi principii fondato, esso non è adequato ed esatto nelle misure a cui giugne: intorno a che riflettasi nuovamente, che il Keil, come ho non ha guari avvertito, nell' atto stesso che si propone, e promette, e non cessa di ripetere di cercar la forza assoluta del Cuore, in realtà non rinviene che la misura della forza concepita dal Sangue? vuol dire ch' ei si propone un Problema, e ne scioglie un altro; equivoco, che ci sembra anche più strano, ove si avverta, che quand' anche concedasi, o a meglio dire concepiscasi, che il Cilindro per lui calcolato esprima col suo peso la forza, che spinge il Sangue, e lo incalza, non può già questa confondersi e uguagliarsi a quella, che s' impiega dal Cuore fuori che da chi non ponga mente alla massima differenza ammessa in Meccanica tra l' equivalenza e l' uguaglianza e con affronto gravissimo delle dottrine più note sbagli l' una per l' altra. Sì enorme paralogismo non è per altro forse il maggiore tra quelli, che contaminano questa soluzione. Perchè o io molto m' inganno, quand' anche aggiungasi alla stessa la correzione suggeritaci dall' osservazione di Michelotti; e supponendo anche, che per essa Keil propongasi di misurare gli effetti soltanto, che nel Sangue derivano dalla forza del Cuore, il suo processo ad ogni modo parmi sì difettoso, che non sia possibile di raddrizzarlo. E affin di mostrarlo si osservi di grazia, che Newton in quel famoso suo Corollario, se pur son giunto a interpretarlo a dovere, determina la forza richiesta ad imprimere al fluido nell' atto, che affacciasi al foro la velocità, con cui esce, ossia a spingere successivamente, e a misura che presentasi al foro, qualunque sezione del fluido. Or di una forza tale non è già lecito di valersene ad esprimere nè la forza del Cuore, nè i suoi effetti reali sul Sangue. Questo viscere, nell' agire spinge il Sangue tutto, che ne riempie l' interno; il movimento della sezione, che sgorga, è simultaneo a quello delle posteriori, che la inseguono, e seguitano ad occupare la capacità del viscere. Questo ultimo movimento è perfettamente dimenticato e negletto dal Keil. E pur sembra che non debba nè possa dimenticarsi. Direm noi che a valutare esattamente la forza, da cui è spinto fuori di un sifone un fluido rinchiusovi basti tener conto della velocità, con cui questo esce, e possa trascurarsi la massa dello stesso spinta e mossa congiuntamente entro il sifone dal movimento dell' embolo? Non è anzi tutt' all' opposto manifesto, che supponendo allungato il sifone, e accresciuta la massa del fluido contenuto, affinchè questo nell' uscire ritenga la stessa velocità converrà aumentare a proporzione la forza applicata all' embolo? il che ben mostra che vuolsi dunque tener conto del fluido contenuto entro il sifone. Insomma parmi che dà Keil commettasi a un dipresso l' equivoco stesso, in cui urterebbe chi facendosi a cercare il valore di una certa quantità, e valendosi a quest' uopo del calcolo differenziale, giunto che fosse a determinare il valore differenziale ossia quello di un elemento della stessa quantità, immaginasse di avere con ciò soddisfatto al Problema, e dimenticasse di procedere all' integrazione della formola esprimente quell' elemento.

Nè quì terminano le sviste prese dal nostro Fisiologo; di cui oltre i raziocinii anche i principii, e fondamenti sperimentali, da' quali parte mi riescono per lo meno dubbii e sospetti. Nel difenderlo dall' accusa datagli dall' Aller di non avere tenuto conto delle resistenze molteplici, colle quali il cuore viene a contrasto, intesi unicamente di mostrare, ch' ei si era avveduto di quest' obbligo; ma non intesi già di assolverlo da ogni colpa. Aggiungo ora, ch' Egli anzi volendo toglier di mezzo l' inciampo di dette resistenze, e depurarne per così dire la sua soluzione, urta forse in un abbaglio grave quanto niun' altro de' già avvertiti. Ei suppone, che la velocità del sangue nell' arteria iliaca intera uguagli all' incirca quella, con cui il sangue scorre l' Aorta, ed esce anzi dal cuore; via, ciò gli si conceda. Ei suppone, che pel

ta-

taglio di detta arteria un aumento a un dipresso eguale di velocità concepisca il sangue, e laddove si lancia dal taglio, e laddove sgorga dal cuore; per modo che anche in questo caso la velocità, con cui questo fluido esce pel taglio, adegui, e rappresenti quella, con cui sgorga dal cuore. Gli si accordi anche questo. Ma come accordargli l'illazione, ch'ei si affretta di trarne, cioè, che questa stessa rapidità, con cui il sangue esce pel taglio, adegua, ed esprime quella, che in esso imprimerebbe il cuore, ove rimosso ogni ostacolo, il sangue potesse uscirne liberamente? È vero che pel taglio qualche porzione dell' impeto impresso dal cuore al sangue conservasi in esso; nè disperdendosi contro le resistenze, ne rende alquanto più rapido il corso anche nell' Aorta, e presso il cuore. Ma non per questo, nè pel semplice taglio di un' arteria rimane quel viscere sollevato dall' onere di combattere colle resistenze medesime. Forse che secondo le Teorie ammesse dallo stesso Keil, finchè l' animale assoggettato alla sperienza dura a vivere, il cuore non seguita a sostenere il circolo pel sistema de' vasi attraverso a una moltitudine di ostacoli, la resistenza de' quali si ripercote e ricade sul sangue, che sgorga dal cuore, e depreda, e assorbisce porzion dell' impeto, che senza ciò il cuore tenderebbe ad imprimergli? Come può dunque affermarsi dal Keil, sono sue parole, che; *celeritas, qua ab arteria iliaca incisa sanguis emanat, eadem est ac illa, qua in corde non impedito proflueret*. Non aggiungo altro, parendomi, che le cose fin quì dette bastino, e sovrabbondino all' uopo di mostrare l' insussistenza di una soluzione, che pecca ne' principii, da cui parte, ne' raziocinii, con cui s' inoltra; nelle conchiusioni, a cui giugne, e d' ogni parte crolla e ruina. Il perchè non occorreva forse nè anche arrestarsi tanto intorno alla stessa; nè l' avrei fatto, se le discussioni, a cui mi ha dessa condotto, non mi fosser parute o per se stesse, e pe' lumi, che spargono sopra parecchi articoli della ricerca presente meritevoli di qualche attenzione.

OPI-

OPINIONE DI WILSON .

Ma quì affinchè coll' introdurre nella discussióne qualche varietà , rendasi essa forse alquanto meno sazievole , mi si accordi di frapporle una digressione suggeritami d' altronde dal bisogno , che tengo , di farmi incontro ad una opposizione , che mi si potrebbe muovere da taluno. Perchè chi sa che non sembri a taluno un vero perditempo , e scioperìo il porsi in cerca , e il razzolare e disotterrare con sottil diligenza abbagli, ed errori manifesti, e degni di rimaner sepolti nell'obblìo, in cui sembravan caduti. Saranno anche di quelli , i quali mi avvertiranno , che del cuore , e del suo influsso sul Circolo al presente si pensa di gran lunga meno altamente , che non per l' addietro ; e vano è il lusingarsi , che veruno voglia arrestar su di esso a lungo lo sguardo , e distoglierlo a un tempo da tanti oggetti senza confronto più degni di rivolgerne a se l' attenzione, quali gli si offrono in folla a questi tempi, che per grande nostra ventura s'illustrano di tante nobilissime scoperte , delle quali assieme con qualunque altro ramo delle naturali scienze si arricchisce e cresce ogni dì più la Fisica animale. E per vero dire a motivo di questi dubbii, che a me pure sembrano in parte fondati, non esiterei a rinunziare al mio assunto , se dal farlo non mi trattenesse la lusinga di potere spargere nell' esame qualche riflessione nè fatta per altri fin ora, nè forse in tutto triviale ; e se per l' altra non mi trovassi in grado di dichiarare apertamente , che non mi sento punto disposto a dar retta ai moderni detrattori del cuore , e ad entrare in lega con essi . Fra questi niuno forse si è mostrato più animoso dello Scozzese Wilson , il quale in un suo Opuscolo , che recato in nostra lingua leggesi nella Raccolta Milanese , per poco non si propone di degradare il cuore , e invilirlo fino al segno di non accordargli altro uso , che quello di ammettere entro se il sangue , e di permettergli di uscirne ; in una parola di servire unicamente di passaggio al medesimo; pretensione strana per vero dire, e ch' io non mi arresterei a combattere se non sapessi, che non è mancato presso noi chi si è ingegnato di accreditarla, e anzi non si è fatto scrupolo di presentare al Pubblico idee conformi assai a quelle del Novatore Scozzese senza pur nominarlo; nella persuasion forse, che a rimuovere l' accusa e la taccia di plagio bastasse l' affinità, che passa tra esse, e le Teorie degli antichi Pneumatici, e del loro capo Erasistrato; cosicche lungi di usurpare sopra un moderno non si trattasse che di rivendicare l' onor di un antico. Ma poichè quando si tratta di entrare in lizza con alcuno, io mi confesso disposto a prendermela piuttosto co' gli stranieri, che con i nostri, esaminiamo a quali argomenti appoggi il sistematico Scozzese la sua nuova opinione.

Questi, come si è poco sopra accennato, si accinge a provare che l' azion del cuore per poco nulla non giova a sostenere in movimento il sangue e la massa intera de' fluidi: nè rapporto a ciò non contentasi già egli di mostrare che s' incontrano quà e là pel corpo tratti e regioni del sistema generale de' vasi, e de' sistemi subalterni, in cui questo dividesi, alle quali non giugne la forza impellente del cuore: ma fin del sangue che lo attraversa, che con perpetua vicenda entra in esso e ne sgorga, ei non teme di affermare, che può passar oltre e giugner dai tronchi venosi agli arteriosi senza aver mestieri, che il cuore lo sproni e incalzi e gli aggiunga niun nuovo grado di movimento. Nella persuasione, in cui è desso o mostra di essere che il sangue ne' tronchi arteriosi viaggi a un dipresso colla velocità stessa, colla quale scorrendo i venosi giugne al cuore, gli sembra che niun nuovo impulso di questo viscere richieggasi a mantenere una velocità, cui a parer suo basta a conservar nel sangue che giugne al cuore e trabocca nelle arterie l' impeto per esso concepito nello scorrer le vene. Secondo lui quest' impeto basta all' uopo; e giacchè il sangue esce dal cuore con velocità uguale a quella, con cui vi entra, ci dichiara un assurdo il credere che l' azione di questo viscere sia necessaria a sostenere un movimento, che può sostenersi per se medesimo.

Intorno a questo argomento proposto dal Wilson con tale fiducia, che ben si scorge ch' ei lo sbaglia per una rigorosa dimostrazione, io mi restringerò ad osservare che pochi assai saranno disposti ad accordargli la supposizione per lui fatta che il sangue attraversando le cavità del cuore conservi nell' integrità sua l' impeto concepito scorrendo le vene, per modo, che questo stesso impeto basti a trasportarlo fuori del cuore, versandolo nelle arterie. Sembra infatti che in niun luogo e tratto del sistema sanguigno non occorra, nè possa esser lecito di affidare a siffatto impeto la continuazione del movimento del sangue. Non è punto probabile che per ciò solo potesse questo fluido far lunghi viaggi pel corpo. Il sistema, per cui esso si ravvolge, è sì intralciato, e sparso per ogni dove d' inciampi, che tutt' all' opposto è assai naturale il credere ch' esso però acquisti e ritenga un grado notabile di velocità, perchè in ogni luogo e punto del sistema gli soprastà e l' accompagna lo sprone assiduo delle potenze motrici. Ma senza insister più oltre su questa generale considerazione fissiam piuttosto per poco lo sguardo sul sangue che giugne al cuore e lo inonda. Io chieggo come non siasi Wilson risovvenuto delle valvole di questo viscere e del giuoco alterno, con cui esse ne chiudono e schiudono gli orificii. A gran torto certamente egli immagina nel movimento del sangue, che attraversa il cuore e passa oltre, una continuità, cui la struttura, e il meccanismo di quest' organo ci vietan d' ammettere. Comunque nel cuore, ne' suoi atrii non meno che ne' suoi ventricoli le sistoli e le diastoli si avvicendino con molta rapidità, è tuttavia manifesto che il sangue debbe soffrir nel suo corso per queste cavità sospensioni momentanee; e che l' impeto con cui vi giugne, rivolgendosi contro le pareti delle cavità stesse, e contro le valvole stese simultaneamente avanti agli orificii arteriosi, debbe rimanere rintuzzato e ammorzato per modo che l' impulso del cuore è assolutamente richiesto a ridonare al sangue la perduta velocità.

E a questo proposito, affine di avventurare un mio pensiero, tanto è lontano a parer mio che l' impeto posseduto dal sangue, che giunge e attraversa il cuore, sia da natura diretto a conservarne il movimento lungo le arterie, che anzi parmi assai verisimile ch' esso debba rivolgersi e impiegarsi contro le pareti interne del cuore all' oggetto di stimolarle efficacemente e obbligarle a contrarsi con più energia. Per l' una parte l' urto rende più attivo lo stimolo del sangue sopra il cuore; e per l' altra l' aumento dello stimolo rende più viva l' azione del cuore sopra il sangue. Sono queste a mio avviso conseguenze spontanee e legittime della Teoria dell' irritabilità; di cui niuna non solo è fondata sopra un maggior numero di fatti e di prove, ma di cui niuna inoltre trovasi in qualsiasi incontro, nè più conforme ai fenomeni, nè più consentanea in ogni sua parte con se medesima (*a*).

Alle riflessioni pur or recate non posso non aggiugnerne un' altra diretta a mostrare viemeglio la debolezza o più veramente la fallacia dell' argomento addotto dal Wilson. Affer-

---

(*a*) Affine di non prender brighe con veruno e molto meno con quelli i quali dopo le recenti scoperte sull' influsso della elettricità ne' corpi vivi opinassero che a torto io introduco in questo luogo l' irritabilità, nome cui sembra ch' essi vorrebber proscritto, mi giova avvertire, che l' irritabilità da me si risguarda in questo incontro nel semplice aspetto di uno di que' fenomeni generali, de' quali si avvera che finchè non si giunga a scoprirne l' ulteriore cagione niente vieta che sieno posti alla testa d' una Teoria. Se si riuscirà a rinvenire la cagione della irritabilità e che, come avvi luogo a sperare, l' esperienza ne mostri ch' essa vuolsi riporre nell' azione di una sostanza o sopramodo affine o identica al fluido elettrico, la teoria della irritabilità non soffrirà già per questo niun vero discapito; tutt' all' opposto essa verrà promossa e spinta a un maggior grado di perfezione.

ferma egli che il sangue può per l' impeto concepito nelle vene attraversare il cuore e uscirne e traboccar nelle arterie. Ei si crede in diritto d' inferirlo dalla poca diversità che passa tra le velocità di questo fluido ne' tronchi venosi e arteriosi. Ei suppone dunque tacitamente che la velocità dello stesso ne'tronchi arteriosi rappresenti esattamente quella forza qualsiasi, da cui è desso lanciato fuori del cuore, e ne offra siccome una misura della medesima. Ora io dico che ciò non debbesi già supporre, ma è d' uopo provarlo. Finchè non se ne adduce una prova diretta, molti, ai quali io confesso di essere assai disposto ad accostarmi, opineranno forse che quella forza tenda ad imprimere al sangue una velocità maggiore assai di quella, che in realtà gli consentono di concepire le resistenze moltiplici che gli si oppongono, e depredando, e assorbendo in gran parte la forza dell' urto rendono la velocità impressa al sangue proporzionata solo al residuo. Non mi tratterrò ora a riferire le prove favorevoli a questa opinione. Dirò solo che fino a tanto che non se ne mostri l' insussistenza, dal poco divario che passa tra la velocità del sangue venoso, e quella dell' arterioso presso il cuore non è lecito d' inferire che il primo bastar possa a spingere il secondo e a sostenerlo in movimento.

Ma quì mi si chiederà forse, o a meglio dire mi si opporrà da taluno. Possibile che il Wilson rifiuti seriamente al cuore qualsiasi azione sul sangue che lo attraversa? Gli è pur noto che il cuor si contrae? Che nel restringersi si vota del sangue che giugne allo stesso? Or il votarsene e l' agire su questo sangue e su quello, che debbe cedergli il posto nelle arterie, non sono elle cose del tutto identiche? Non è egli più probabile assai, che voi, che vi siete accinto a combatterlo, o non abbiate compreso i genuini suoi sentimenti, o gli alteriate a bello studio e li travisiate? Questa ricerca, e questo dubbio mi obbliga a confessare che l'Autor nostro in qualche luogo del suo Opuscolo per cenni staccati e a mezza bocca per così dire accorda al cuore qualche azione sul sangue. Ma ciò, e per l' una parte lascia sussistere nell' integrità loro le mie osservazioni, e per l' altra mi apre l' adito a mostrare ognor meglio gli abbagli e le contradizioni manifeste, in cui esso cade. Avvertasi prima di tutto ch' ei confida per modo sull' argomento pur' ora da noi copiosamente, e per quanto mi lusingo vittoriosamente combattuto, che non esita a dire e pretendere di aver provato che i movimenti del cuore nulla non aggiungono alla circolazione; e che la forza del sangue nell' uscir dalle vene non è meno atta della forza del cuore a sostenere la circolazione arteriosa: In fatti ei destina a tutt' altr' uso l' azione per lui conceduta al cuore sul sangue. Ei la destina non già ad accrescerne o conservarne il movimento progressivo; ma sibbene e principalmente a modificare l' intima costituzione di questo fluido, a sbatterne e rimescolarne e intriderne assieme le diverse sostanze e molecole, come richiedesi a parer suo, affinchè queste per lo stato di somma divisione, a cui trovansi condotte, possano nell' interno delle parti ricevere agevolmente i cambiamenti, che debbono imprimer loro le forze vitali. E' manifesto che questi effetti, ai quali pare, ch' egli abbia voglia di restringere l' azione del cuore sul sangue, nulla non hanno di comune col movimento progressivo di questo fluido e col circolo. Ei per vero dire in un altro luogo riconosce nel cuore una cotal forza, da lui detta di esaustione, della quale diremo fra poco qualche cosa di più. Ma nel farne motto ei ne avvisa che nulla non ha dessa di analogo a quelle, che agiscono per impulso, delle quali ei per tutto dichiarasi aperto nemico. In un altro luogo per ultimo egli si lascia cader dalla penna potersi, sono sue parole, con molta ragione presumere che tutta la quantità del moto impresso dal cuore al sangue si perda nello stendere e far batter le arterie. Mi arresto un momento su quest' ultimo tratto, e senza entrare a parlar di proposito del polso arterioso, mi restringo ad osservare che dunque il sistematico Scozzese non è alieno dal riconoscer nel cuore un' azion reale sopra le arterie, alla quale anzi debbasi il loro polso. Ma in qual'altra guisa può egli il cuore agire sopra le pareti interne di questi vasi e distenderli e costringerli a battere, fuorichè col soccorso del sangue, di cui si sgrava e attraverso per così dire a quello, che occupando la capacità de'vasi stessi, riceve l' urto del primo, e lo reca e trasporta all' interne pareti loro? Chi obbliga poi quest' impulso a tutto rivolgersi contro le pareti delle arterie, e ad impiegarsi pur tutto nello stenderle, e scuoterle salvo che gli ostacoli opposti al movimento progressivo del sangue; il qual movimento però rimane a un dipresso qual era dianzi ne' tronchi venosi, perchè l' intervento del cuore lo sgrava in certa guisa dall' onere di combattere co' detti ostacoli, che senza ciò avrebber forza di scemarlo od anche di estinguerlo. Non è egli dunque manifesto che anche senza dipartirci dalle idee del nostro Autore, essenziale al mantenimento del circolo è l'azione del cuore; o almeno affine di nulla non pronunziare per ora su ciò, che queste idee guidano a siffatta conseguenza?

E a questa stessa conchiusione pur guida l' altro pensiero del Wilson da me poco sopra accennato e risguardante la forza di esaustione per lui riconosciuta nel cuore. Ei pretende che giovi assai a mantenere la circolazione tutta venosa il voto momentaneo, che secondo lui in seguito d' ogni lor contrazione sorge nelle orecchiette del cuore e invita il sangue a recarvisi con tale impeto, onde nasce e si stabilisce ne' gran tronchi venosi una specie di corrente, che non cessa di scaricarvisi. Confesso di non esser punto lontano dall' adottare questa congettura, sopra la quale anzi io tengo qualche diritto poichè già tempo e prima assai d' incontrarla presso l' Autor nostro mi si era dessa offerta all' animo; in prova di che mi sia lecito di recare un breve tratto delle mie Istituzioni Fisiologiche, dove su questo proposito mi esprimo così = *Sed ipsius idest sanguinis per totum sistema venosum iter insignem in modum juvare quoque videtur ratio, qua suum idem in cordis atriis, atque ventriculis cur-*

sum

sum absolvit. Nempe cum hi quidquid ad eosdem sanguinis advenit, subito contracti ulterius proiciant, seque depleant protinus, & laxati quiescant, idque in cordis atris eodem pacto contingat, sanguis in ista tamquam in vacuum spatium non leviter influere debet, sed alacriter attrahi, et quodammodo abripi. Hoc autem nequit contingere praeter quamquod in truncis venosis, qui hinc illincque cum atriis cordis cohaerent succussio quasi quaedam propagetur, propter quam sanguis ad cor majori rapiditate corrivetur, et ipsius cursus non in proximis modo ramis, sed per omnes forte venas expediatur = In questo passo parmi che la congettura di cui trattasi sia esposta con bastevol chiarezza. Io anzi nel dichiararlo a' miei Uditori son' uso di presentar loro il cuore sotto il concetto di una Tromba Idraulica premente a un tempo e aspirante, premente verso le arterie, aspirante verso le vene; del qual concetto e confronto mi valgo segnatamente a render ragione della speditezza, con cui il sangue malgrado gli ostacoli senza numero che gli si paran davanti, viaggia per ogni dove, e per le vene non meno che per le arterie. Ma lasciando ciò, se l' addotta congettura sussiste, come può egli porsi in dubbio la necessità del concorso del cuore al mantenimento del Circolo? Secondo essa il cuore a misura che il sangue giugne alle cavità sue prime, alle Orecchiette, poi ai Ventricoli, debbe spingerlo oltre, e accelerarlo anzi affinchè le onde ulteriori si stacchino per così dire, o tendano a staccarsi dalle posteriori, cioè affinchè sorga, o tenda a sorgere nella capacità delle orecchiette il voto momentaneo, cui il sangue venoso si affretta e affolla a riempiere. Nè vale il dire che questo ultimo sangue è spinto da forze estranee al cuore; poichè l' escludere per questo motivo l' influsso essenziale di questo viscere, sarebbe a un di presso lo stesso che il pretendere, che le forze applicate allo stantuffo non sono essenziali al giuoco della Tromba, perchè l' acqua sale in essa spintavi dalla pressione dell' aria.

Per altro mi è d'uopo confessare, che e nel tratto su cui mi sono trattenuto pur' ora, e in più altri mi si rende sommamente difficile di comprendere e interpretar la mente dell' Autore in mezzo al bujo, e alla nebbia di cui pare, ch' ei cerchi di avvolgersi. Questa oscurità non mi toglie tuttavia per quanto credo, il diritto di notare, mettendo omai da parte i fiacchi ragionamenti, ai quali egli appoggia la sua opinione, di notar dico, alcuni de' non equivoci abbagli ed errori, in cui cade. Eccone uno per saggio. Verso la fine della terza di quelle sue anti-meccaniche proposizioni, nelle quali ei divide il suo scritto, io incontro queste notabili parole = di più nel Bambino non ancor nato la natura compie in gran parte la circolazione senza ricevere dal cuore il minimo sussidio: diffatti, affinchè il polmone del fanciullo nascente non s' ingorghi di troppo sangue, il quale si opporrebbe alla inspirazione dell' aria, la maggior parte del sangue, che in quelli, che ànno già respirato si porta al cuore per la vena cava, passa nel feto per un canale formato a questo fine direttamente nell' aorta, senza risentir nulla delle impressioni del cuore = Come? Nel feto buona parte del sangue passa dalle cave direttamente nell'aorta? Di grazia per quali strade? Egli è il vero, che nel feto esistono alcuni sfogatoi, che guidano gran parte del sangue delle cave all' aorta, senza che attraversi il polmone. Ma altro è che il sangue per quelle strade venga sviato dal polmone; altro è ch' esso non entri nel cuore e sottraggasi agl' impulsi di questo viscere. Quegli sfogatoi lo guidano anzi dalle cave all' aorta coll' intervento e soccorso del cuore; nè niuna gocciola di quel fluido non isfugge all' azione di questo viscere. Per quale strana e sorprendente dimenticaggine ha obbliato il Wilson, che il sangue delle cave nel feto entra tutto nell' orecchietta destra, che lo consegna in parte alla sinistra pel foro ovale, in parte al ventricolo destro; da cui poi è spinto in parte nel polmone; e in parte assai maggiore pel condotto arterioso nell' aorta; alla quale arteria pur giugne il sangue, che raccogliesi nel ventricolo sinistro versatovi dalla sua orecchietta; cioè sì quello, che a questa guidano le vene pulmonali, che quello, che, come è detto dalla destra traboccavi pel foro ovale. Tutto il sangue delle cave entra dunque nel cuore, nè può non entrarvi, perchè le strade, che scorre, necessariamente mettono in esso. Ma qual nuova dottrina ne spaccia inoltre l' Autore sull' uso proprio delle strade presso il cuore aperte nel feto al circolo del sangue? Ei dice, che servono ad impedire, che il sangue nel Bambino nascente non s' ingorghi nel polmone, e non vieti all' aria d' entrarvi. Quelle strade dunque non servon più al feto nel tempo del suo soggiorno nell'utero? Servono solo al Bambino già nato? Sono pur questi errori enormi a un segno, che si pena a comprendere, come gli sieno sfuggiti, ed io mi sarei forse ritenuto dal riferirli, se non mi offrissero l' opportunità di recare sul soggetto, che tratto una riflessione, che non dirò apertamente mia, dirò solo, che nell' affacciarmisi all' animo non mi sovviene di doverla a veruno. Se il Wilson avesse potuto arrestarsi ad esaminare il cuore del feto con occhio più riposato, ei forse ne avrebbe anzi tratto un argomento, onde persuadersi del concorso di questo viscere al mantenimento del circolo per molta parte e sopra regioni anche remote assai del sistema sanguigno. Si osservi infatti, che il circolo non restringesi nel feto entro i confini del corpicciuolo di questo, ma stendesi fuori di esso pe' suoi involucri, per la placenta, a cui giungono e per cui diramansi i vasi ombelicali arteriosi e venosi. Or non è egli assai verisimile, che la natura intenta sempre ad accoppiare la semplicità ne' mezzi colla moltiplicità degli effetti di quello stesso meccanismo, e artificio, di cui servesi a sviare dal polmone il sangue, giovisi a spingerlo, e a sostenere il movimento in quella parte del sistema de' vasi, che allungasi fuori del corpo? L' aorta bicipite nel feto, giacchè atteso il modo, con cui riceve il condotto arterioso, può essa aversi in conto di tale, l' aorta, dico, bicipite nel feto sembra avvisarne, che questa struttura è diretta a rendere cospirante sopra il sangue, che vi giugne, la forza di entrambi i ventricoli, raccogliendola in guisa che venga ad imprimere a questo fluido un impeto proporzionale all' uopo di sostenerne il circolo e dentro il corpo del feto, e fuori per quella parte del sistema che appartiene ai suoi involucri.

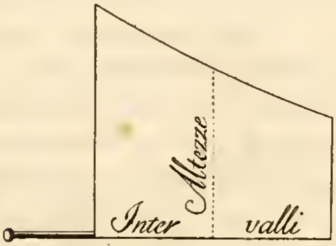
Ma io omai mi accorgo, che non è mestieri di proceder più oltre con queste osservazioni sull' Opuscolo del Wilson, giacchè se mal non m' appongo, le poche che ho quì raccolte bastano e sovrabbondano all' intento, a cui le ho destinate. Esse parimente mi dispensano, per quanto credo, dal pormi a disaminare quella parte dello stesso Opuscolo, in cui l' Autore dopo di avere così vittoriosamente, come si è veduto spossessato il cuore della facoltà, e del grado assegnatogli dalla maggiore, e miglior parte de' Fisiologisti, si mette in traccia di altre cagioni e potenze motrici, a cui affidare in luogo del cuore l' incarico di sostenere in giro il sangue. Io nol seguirò in questa ricerca, e perchè non parmi, che chi è soggetto ad inciampare quasi ad ogni passo, possa aver diritto di servire ad altri di scorta; e perchè mi sarebbe sommamente malagevole il farlo, senza trascorrere a soverchia, ed annojante lunghezza; per tal modo in questa parte il suo scritto diviene ognora più tenebroso per più motivi, e attesa la natura delle idee per lui proposte, e per la massima parte anzichè espresse, abbozzate solo per languidi tratti, e appena appena accennate; e atteso il fondo, su cui le colloca, ossia lo stile, di cui usa, sparso e gremito per ogni dove di termini, e modi o insignificanti, o vaghi ed ambigui. Egli a cagion d' esempio, per addur pur un saggio di questo difetto, Ei dico, non senza offesa gravissima dell' esattezza adopra promiscuamente e nello stesso significato i vocaboli di Leggi, e di Forze o Potenze meccaniche, confondendo in tal guisa cose per manifesti caratteri essenzialmente diverse; giacchè nel comune concetto, e legittimo le forze agiscono su i corpi, e le leggi governano quest' azione. Benchè quasi per tutto ove gli accade di parlar di oggetti attinenti alla Meccanica, si scorge palesemente, ch' ei s' ingerisce a trattar materie, intorno alle quali non possiede le necessarie notizie. Onde non occorre stupire, ch' ei si dichiari nemico delle spiegazioni de' Fenomeni animali tratti da' principj meccanici; e ch' Ei si formi della vita un concetto, non saprei ben dire se nuovo e singolare, o non piuttosto strano e bizzarro; e non teme tra le altre cose peregrine, ch' ei ne insegna, di proferire, che la Macchina del Corpo non è già lo strumento della Vita; ma sibbene il campo entro cui la vita fa le sue prove. Ma come è detto, non tengo mestieri di tener dietro più oltre al Sig. Wilson. Il presente Articolo ha, siccome spero, ottenuto il suo intento, se è giunto a dimostrare che l' opposizione in cui mi trovo con questo Novatore non debbe sconfortarmi, e distogliermi dalle ricerche da me annunziate nell' ingresso della Memoria; cui prego il dotto e cortese Lettore a permettermi ch' io lasci in questo luogo interrotta e ne serbi il seguito ad un altro Volume.

MEMORIA

SULL' USO DELLA LOGISTICA NELLA COSTRUZIONE DEGLI ORGANI

Di Pietro Ferroni.

Ricevuta il dì 14 del 1804.



PANTOGRAPHON PYTHAVLICVM VNIVERSALE

Chiunque abbia letta la Storia de' bassi-tempi sa benissimo che gli Organi *a mantice*, quantunque non ignorati dai Goti mentre occupavan l'Italia, come Cassiodoro assicura (*a*), cominciarono ad essere soltanto in uso venuti dalla Germania, e segnatamente da Frisinga, fra gli Italiani (a testimonanza del Baluzio e di Schmidt) (*b*) sotto il Pontificato di Giovanni VIII. cadendo il Secolo IX., e ne furono primi artefici i Greci (*c*). Non differisce un Organo co' suoi *registri* da una Spi-

---

(*a*) Comm. *in Psalm.* CL.

(*b*) *Miscellanea* Lib. V. — *Continuatio Rheginonis* Cap. IX. — „ Histoire des Allemands „.

(*c*) „ Delle rivoluzioni della Germania. Di Carlo Denina „ Vol. I. Lib. III. Cap. VIII. (MS. che si stampa adesso in Firenze).

Spinetta (*Virginale*) o Clavicimbalo (*Manichordium*) se non in questo, che l' ultimo ricava i suoni da corde elastiche solide, ed il primo da corde elastiche aeree. Egli era dunque assai facile al gentil Popolo, che rivestì di nuove grazie la Musica, dopo dell' esperienza antichissima d' una sonora Siringa o Fistola pastorale convertire (come la Favola finse di Pan) in Organetto scalato la Lira (Ε'υχορδον), ed in Organo pneumatico l' Arpa (*Harpichordium*). Del rimanente tutti gli Istromenti *da fiato*, compresi eziandio gli imperfetti, come una Canna d' Organo, un Corno da caccia, una Tromba ordinaria, una Trombetta, un Clarinetto, un Oboè, un Flauto traverso, ec., debbono considerarsi alla pari d' un Monocordo o Tromba *militare* o *marina*; fanno udire gli istessi suoni *armonici* o simultanei o saltuarj variando fori, lunghezza, ed imboccatura, (de' quali nelle Corde vibranti ben tese prima d'ogni altro Aristotele ne diede cenno, (*d*) e poi Beekmanno, Mersenno, (*e*) Wallis, (*f*) Sauveur (*g*) ne parlarono con più esatta contezza); e dipendono nei loro *accordi* dal principio medesimo di Teoria musicale, ch' è quello della *triade* armonica o risuonanza del Corpo sonoro, o sivvero (in altri termini) della coesistenza d' un terzo suono postine due, contemporaneamente a Rameau (*h*) dis-

---

(*d*) *Problemata* VIII. XI. XII. XIII. (*Sect.* XIX.)

(*e*) *Harmonicorum* Lib. IV. Propp. XXVIII. XXIX. pagg. 66 67. — *Harmonic. Instrum.* Lib. I. Prop. XXXIII. pag. 53 — Lib. IV. Prop. XIII. pag. 159. (Ediz. di Parigi in fol. del 1636.)

(*f*) *Opera omnia Mathematica* etc. *Oxoniae* 1693. Vol. II. Cap. CVII. pag. 466.

(*g*) ,, Mémoires de l' Académie des Sciences de Paris etc. ,, 1701. (Sect. IX. ,, Des Sons harmoniques ,, pagg. 349 - 56. Ediz. Parigina in 4.° del 1719. Figg. alle pagg. 351 - 52 - 53.)

(*h*) ,, Géneration harmonique ,, - ,, Démonstration du Principe de l' Harmonie. A Paris, 1750. ,, discopertosi da Romieu (i) e da Tartini (k), ma motivato sopra fantastiche proprietà del Cerchio, che avanti dell' ultimo aveva ancora immaginate Keplero (l). Se il *Modo minore* non così naturalmente derivasi come il *maggiore* dal principio testè divisato ; se il motivo, in virtù di cui sono grate all' orecchio umano le *consonanze* ed ingrate per il contrario le *dissonanze*, dedotto dal piacer metafisico del più o meno frequente ritorno della coincidenza delle vibrazioni delle Corde sonore secondo la dottrina di Galileo (m) copiata in tutto da Sauveur (n) e Mairan (o), quindi dall' Euler (p) ed Estève (q), ed in ultimo da Cabanis (r), non manca d' essere sottoposto a molte difficoltà psicologiche e fisiche, massime alle insostenibili *dissonanze* 1 : 7, 1 : 9, 1 : 11, ec., e poco giova per toglierle l' aggiunta fatta di recente da Pizzati (s) d' un terzo, non però nuovo (t), principio *anima-*

(i) D' Alembert ,, Elémens de Musique etc. ,, (Préface ,, pag. XIX. Ediz. di Lione o seconda del 1772.)

(k) ,, Trattato di Musica ,, . Padova 1754. — ,, Risposta alla Critica di M. Serre di Ginevra ec. ,, Venezia 1767. — ,, Dissertazione de' Principj dell' Armonia Musicale contenuta nel Diatonico Genere ,, . Padova 1767.

(l) *Harmonices Mundi Libri* V. *Lincii Austriae* 1619.

(m) ,, Dialoghi delle due nuove Scienze ec. ,, Leida 1638. (Giornata I. verso la fine).

(n) ,, Histoire de l' Académie des Sciences de Paris etc. Année 1700. ,, (,, Acoustique ,, alla pag. 134. Ediz. del 1719. — ,, De la détermination d' un Son fixe ,, a pag. 143. e segg.) — ,, Mémoires ,, come sopra per l' Anno 1701. alla pag. 359.

(o) ,, Histoire etc. ,, come sopra, per l' Anno 1737. pag. 99.

(p) *Tentamen novae Theoriae Musicae* ec. *Petropoli* 1739.

(q) ,, Histoire de l' Académie des Sciences de Paris etc. Année 1750. A Paris, 1754. (pag. 165. ,, Démonstration du Principe de l' Harmonie ,,).

(r) ,, Rapports du Physique & du Moral de l'Homme. A Paris, 1802. ,, Vol. I. ,, troisiéme Mémoire ,, §. V. pag. 212. e §. VI. pag. 224.

(s) ,, La Scienza de' Suoni e dell' Armonia ec. divisa in cinque Parti. Venezia 1782. ,, (Vedasi specialmente il Cap. I. della Parte V.) — ,, Tavole degli Esempj appartenenti all' Opera ,, precitata. — ,, Lettera di Francesco Gori Pannilini sopra l' Opera del Pizzati ec. Pisa 1782. ,,

(t) Mersenno *Harmonicorum* etc. Libro VIII. Prop. VI. §§. *Septima* etc. - *Decimatertia* etc. pagg. 169 - 70.

stico di sensazioni acustiche, il quale risieda nel divisorio o laminetta spirale dell' interno della *chiocciola* del *laberinto* del nostro orecchio; e se finalmente questo Problema di Psicologia, non meno che la decantata eccellenza del genere *enarmonico* degli antichi a paragone del *diatonico* e del *cromatico*, ed i vantati prodigj della Musica Greca che si leggono nel *Banchetto* d'Ateneo (*u*), in Nicomaco (*v*), Tolomeo (*x*), Didimo, Euclide, Aristide-Quintiliano, Boezio (*y*), Neibomio (*z*), Vincenzio Galilei seniore (*aa*), Mei (*bb*), Doni (*cc*), Kirchero (*dd*), Burette, Arnaud (*ee*), Roussier (*ff*), e tant' altri eruditi Scrittori (*gg*), non lasciano tuttavia d'esse-

se-

(*u*) *Deipnosophiston Libri* XV., scritti vivente l' Imperatore Marco Aurelio. (Vedasi il Lib. XII. *Edit. Lugdun.* 1583. *ex recensione Dalechampii*; come pure *Parisiis* 1796.).

(*v*) *Nicomachi Garaseni Pythagorici Harmonia manualis*.

(*x*) *Harmonicorum Libri* etc., cioè, *Claudii Ptolemaei Pellusiensis Harmonicorum sive de Musica Libri* III. *nunc primum editi*. *Venetiis* 1562.

(*y*) *Arithmetica, Geometria, & Musica*. *Venetiis* 1492.

(*z*) *Antiquae Musicae Auctores septem, graece & latine* etc. *Amstelodami* 1652. (cioè, Aristoxenus, *Euclides*, Nicomachus, Alypius — Gaudentius, Bacchius senior, *Aristides - Quintilianus*, Martianus).

(*aa*) „ Dialogo della Musica antica e della moderna. In Firenze 1581. „ – „ Fronimo, Dialogo sopra la Musica. In Venezia 1568 — $158\frac{3}{4}$. „ (E molti altri MSS. inediti nella Libreria Nelli in Firenze, tra i quali „ Discorso intorno all' uso dell' Enarmonico, e di chi fosse autore del Cromatico „ — „ Discorso intorno a diversi pareri, che ebbono le tre Sette più famose degli antichi Musici intorno alla ragione de' *suoni*, e degli *accordi* „ .)

(*bb*) *Hieronymi Mei Consonantiarum Genera*: MS. compendiato e stampato da Pietro Del Nero.

(*cc*) *De praestantia Musicae veteris*. *Florentiae* 1647.

(*dd*) *Musurgia univeralis*, *sive Ars magna consoni & dissoni*. *Romae* 1650.

(*ee*) „ Mémoires de l' Académie des Inscriptions & Belles - Lettres „ Tomi V. — XIII. *Sur la Melopée*, e Tomo XVIII. *Sur la Rhétorique de la Musique*.

(*ff*) „ Mémoire historique & pratique sur la Musique des Anciens. A Paris, 1774. „

(*gg*) „ Dialogues sur la Musique des Anciens. A Paris, 1735. „ — „ Essai philosophique sur la Musique ancienne & moderne; A Paris, 1780. „

sere un mistero per i Filosofi ; sarà però sempre vero che la Teoria degli *intervalli* e dei diversi sistemi di *temperamenti* musicali s' appoggi sempre al fondamento sperimentale medesimo, sì per trasportare negli Istrumenti *da tasto* le Composizioni di melodia ed armonia o Contrappunto (*Polycinium*) ideato da Dunstan Arcivescovo di Cantorbery nel Secolo X.) (*hh*) da un *tono* (φθόγγος) all' altro , che sia dentro i limiti *diacommatici* della ristretta sensibilità dell' udito , sì per fabbricarli debitamente , ed accordarli in modo , che i loro suoni sian dolci , midollosi , pieni , robusti , e non mai striduli , inespressivi , sordi , nè asmatici . In tanta luce quant' oggi adorna le Scienze Fisico-matematiche sarebbe ora vano fermarsi per avventura a discutere, stando a ciò che ne scrissero Diogene-Laerzio e Plutarco, il merito della controversia insorta fin dalle prime speculazioni sopra la Musica tra i seguaci della Scuola d' Aristossèno , i quali volendo per sola guida l' *orecchio* abborrivano ogni considerazione numerica nell' Arte *ritmica* del canto e del suono (*ii*) , e quelli della Scuola più celebre Pitagorica o Italica , fondata in Crotone verso l' epoca della rovina di Sibari , che concedevano troppo alla potenza dei numeri , quando ciò stato non fosse per eccessiva vaghezza di semplice allegoria .

Essendo i *suoni* grandezze , apprezzabili dai nostri sensi fino a tanto che quelli restino dentro certi confini di *gravità* e d' *acutezza* , e passandovi tra i *suoni* medesimi le *ragioni* di più a meno *acuto* , di più a meno *grave* , e queste *ragioni* avendo per naturale misura i *logaritmi* di qualunque Sistema , come gli *angoli* si misurano dagli *archi* d' un Cir-

---

(*hh*) „ Vincenzo Manfredini, Regole armoniche ec. Venezia 1775. „ — „ Martini , Storia della Musica . In Bologna 1757 „ — „ Esemplare di Contrappunto = ivi = 1774. „ — Marpurg „ Trattato della *Fuga* „ .

(*ii*) *Aristoxenus* , *Nicomachus* , *Alypius, auctores Musices antiquissimi ex recensione Meursii . Lugduni Batavorum* (Elzevir.) 1616. (Esemplare colle Note MSS. e Postille marginali del Doni) —. *Aristoxeni Musici antiquiss. Harmonicorum Elementorum Libri* III: *Venetiis* 1562.

colo o piccolo o grande, il *Canone* generale di tutta la Musica si annunzia in breve dal Teorema seguente.

„ Preso per unità un *suono* fondamentale, son gli *in-*
„ *tervalli* della *Scala* de' *suoni* o le loro vere misure come i
„ *logaritmi* de' rapporti o ragioni (λόγοι) dei *suoni* pre-
„ detti „.

Il *suono* fondamentale o regolatore degli Organi (*corista*, *sifflet*, *ecometro*, ec., che debba dirsi), quantunque lo stabilisse Sauveur di 100 vibrazioni in un minuto secondo (*kk*), non può mai veramente con tutta precisione fissarsi malgrado le correzioni assegnate da Diderot (*ll*), atteso che egli dipende, oltre la varia forza del soffio e la diversità dell' imboccatura (*oscillum*), dall' elaterio sempre variabile dell' Atmosfera in virtù del peso, della temperatura o *calorico*, e del grado d' *umidità*; così che bisognerebbe approntare una Tavola di ragguaglio o d' *equazione* corrispondente ai differenti *gradi* del Barometro, Termometro, e Igrometro, il *massimo* della quale anderebbe all' intorno d' un *semitono*. Ben è vero che per l' istessa cagione sono soggetti a *differenze* consimili eziandio gli altri *suoni* paragonati a quello supposto *fisso* e invariabile; di tal maniera che, per esempio, l' *E la fa* estremo d' un Organo, il *G sol re ut Diesis* estremo opposto, e tutti gli intermedj del *Gamma* ossia Γ *ut diatonico-cromatico* comunque esteso non *battono* nè rappresentano in ogni luogo, tempo, e stagione la medesima *nota*. Pare solamente deciso dopo di replicate esperienze, che in ogni stato dell' Atmosfera presso la superficie della Terra cambino poco o niente i *limiti* della nostra sensibilità, anco in *orecchiante* delicatissimo, rispetto ai *suoni* ricavati da *canne* d' Organo, e che questi *limiti* siano dalla parte del *baritono* una *canna* o tibia lunga 40 piedi Parigini, e dall' altra del so-

---

(*kk*) Vedansi le „ Memorie „ citate nella *Nota* precedente (*g*) *Sect.* XII. pag. 359.

(*ll*) „ Principes d' Acoustique &c. „

sopracuto lunga $\frac{15}{16}$ d' un pollice, mentre il *suon fisso* o corale suol darlo una *canna* di 5 piedi. Intendo quì di parlare delle *canne* di Organo aperte, e non chiuse com' altre nella lor cima; a proposito dell' ultime delle quali ognuno conosce in pratica, che ad egual lunghezza colle prime rendono il *suono* d' un' *ottava* più *grave*, ma ingrata e spiacente all' udito non malaffetto o insensibile fino all' *unisono*, giusta l' espressione di Vandermonde (*mm*), ed è perciò che *canne* sì fatte o serrate in *bocca* havvi costume di nominarle *bourdons*, cavatone forse il paralello dal sibilar fastidioso delle Api improlifiche o sivvero operaje. Di là dai *limiti* prestabiliti fremono, ronzano, o stridono piuttosto che *suonino* aggiustatamente le *canne*; il linguaggio musicale diventa pe' i nostri orecchi, se pure sian bene organizzati, inarticolato, ruvido, disarmonico; la sensazion del piacere non solo si perde ed inavvertita vien meno, ma e' rassembra di più che negli *acutissimi suoni* in particolare l'aponeurosi del nervo acustico per soverchia e dolorosa distrazione, se così possa dirsi, soffra e quasi si laceri, sebben coperta e difesa acconciamente dalla Natura (come prima di tutti osservò Cotunnio (*nn*)) mediante la linfa che la circonda, ed in cui resta immersa.

Tornando al Principio, che Euler (*oo*), Smith (*pp*), Boisgelou (*qq*), e più di recente Suremain Missery (*rr*) hanno

---

(*mm*) Cabanis Op. cit. Tom. II. ,, Mémoire VII. §. VI. pag. 33.

(*nn*) *De aquaeductibus Auris humanae* &c. - Cabanis *ubi supra* Vol. I. nella descrizione bellissima dell' Orecchio.

(*oo*) Opera precitata, Cap. VII. *De variorum intervallorum receptis appellationibus*.

(*pp*) ,, Harmonics, or the Philosophy of Musical Sounds ,, (stata la guida di Guglielmo Herschel) ,,. London 1759. (seconda Edizione di quest' Opera celebratissima).

(*qq*) MS. pubblicato in estratto nell' Art. *Système* dalla pag. 467. a 474. del ,, Dictionnaire de Musique ,, di J. J. Rousseau.

(*rr*) ,, Théorie acustico - musicale ou de la doctrine des sons rapportée, aux principes de leur combinaison. Paris, 1793. ,, — ,, Journal de Physique &c. ,, Tom. I. Par. I. An. 2. *Nivose* p. 25.

no insieme adottato, e chiamando S il *suono*, R la *ragione* numerica o il di lui rapporto al *fondamentale*, a la *base* del prescelto Sistema logaritmico, esso Principio traducesi in lingua algebraica per mezzo della formula $R = a^{s}$.

A fine di farne la più facile applicazione premetto i *dati* non pellegrini che seguono, ad unica notizia di quelli, ai quali per avventura giungessero nuovi.

1.° La collocazione in luogo di a del numero 2, così che 1 sia il *logaritmo* del medesimo 2 come *base*.

2.° Le *ragioni* de' *suoni* andando verso l'*acuto* nella Scala moderna *diatonica* colle sottoposte comuni lor Sigle, cioè,

$1,\ \frac{8}{9},\ \frac{4}{5},\ \frac{3}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{8}{15},\ \frac{1}{2}$ (Alembert e Missery (*ss*) in vece di $\frac{3}{5}$ pongono $\frac{16}{27}$)
C, D, E, F, G, A, B, c

per quanto s' estende una sola *ottava* o *diapason*; giacchè le altre rispetto ai loro *intervalli* non sono se non se *repliche* pure di quella.

3.° La Tavola Euleriana brevissima dei *logaritmi* (*tt*), che abbracciano tutti i numeri (o elementi) degli *intervalli* armonici suddivisati, e sono

Log. 1 = 0, 000000
Log. 2 = 1, 000000
Log. 3 = 1, 584962
Log. 4 = 2, 000000
Log. 5 = 2, 321928
Log. 6 = 2, 584962
Log. 7 = 2, 807356
Log. 8 = 3, 000000

4.°

(*ss*) „ Elémens de Musique &c. „ Par. I. Chap. VI. §. 55. pag. 39. *Nota* (*o*). — Opera di già citata appunto qui sopra.

(*tt*) *Ubi supra* pag. 103. §. 4.

4.° Finalmente soggiungo l' osservazione che quantunque imitando i comuni Clavicimbali, composti di 28 (ed al più 29) *suoni*, i quali incominciano dal *basso G sol re ut* e vanno all' *E la fa* e *F fa ut accutissimo* degli *ottavini* dei Corni da caccia in *A la mi re*, contenga un Organo l' estensione *fonica* di 4 *ottave*, distribuite per comodo degli *spartiti* ordinarj e *righi* accidentali delle *parti* cantanti o *istrumenti* nelle tre solite *chiavi* di *F fa ut*, *C sol fa ut*, e *G sol re ut* onde accomodarsi al *basso*, *baritono*, *tenore*, *contralto*, *mezzo-soprano*, *soprano*, *violino*, e *sopracuto*, tutti ancora i *registri*, giunte o accessorj degli Organi, siano a *glottide*, *linguetta*, o *zampogna*, non meno che tutti i giuochi di *voce-umana* o *usignolo*, degli Organetti di Germania *a cariglione*, o sivvero colle *ariette* e *motivi* segnati *a punte* sulla superficie d' un Cilindro rivolgentesi intorno se stesso, presone esempio da un *Carillon* (*Xylorganum*) a campane, bicchieri, e cilindretti consimili (dei quali graziosi *concerti* dottamente hanno scritto Franklin (*uu*) e Diderot (*vv*)) s' appoggiano sempre al *Gamma* medesimo musicale. Anzi questo *Gamma*, che il Monaco Guido d'Arezzo introdusse incompleto o mancante del *Si*) chiamato *Bi* anteriormente a Lulli da Ericio Puteano (*xx*), e dipoi dal Banchieri (*yy*) nella riforma del canto ecclesiastico Gregoriano o Ambrosiano fino di quando il Vescovo Aretino Teobaldo, non molto dopo del 1013 succeduto ad Adelberto, lo chiamò a tal effetto dal Monastero di Fonte Avellana (*zz*), sarebbe valevole a spiegare egualmente per

---

(*uu*) Vedansi le Opere Fisiche nella Raccolta di già a tutti nota.

(*vv*) ,, Mémoires sur différens sujets de Mathématiques ,, . — ,, Principes d' Acoustique ,, (*Nota* (*ll*)) (tra gli *Opuscoli Matematici* della Raccolta postuma di tutte l'Opere dell'Autore).

(*xx*) *Pallas modulata, sive septem discrimina vocum. Mediolani* 1599.

(*yy*) ,, Cartella Musicale ,, Venezia 1614.

(*zz*) *De Artis musicae regulis* (Libro del prelodato Eremita) — *Historia synchrona Archivi Cathedralis Arretinae* &c. Num. 362.

per via di traslato o metafora il piacer che proviamo. sì nella imitazione ideata da Castel della Musica coi colori (*aaa*) (che di già *armonizzati* escon del Prisma), sì nella Poesia metrica e rimata , mentre i Fisiologisti fosser oggi capaci di poter render ragione in qual modo e perchè il ritorno *periodico* d' alcune sensazioni e la simetria di certi rapporti in tutte le dipendenze delle Belle-Arti , considerate per simil lato da De Piles, Montesquieu, Algarotti, Reynolds , e Mengs, rechin diletto all' *Io* senziente , come lo apportan difatti i capi-d'opera di Pergolesi , Paesiello , e Sacchini .

Ciò premesso a maggior lume del rimanente , ecco la Serie delle *misure* o *intervalli* de' *suoni* della *Scala* diatonica dalla parte dei *negativi* (come se fossero *positivi* , ciò che in sostanza pe 'l nostro assunto è l' istesso) , contando questi *intervalli* dalla prima *nota* più *grave* , e segnando a confronto le *differenze* .

Tonica o *fondamentale*	0 , 000000	
		0 , 169924
Seconda maggiore	0 , 169924	
		0 , 152004
Terza-maggiore	0 , 321928	
		0 , 093110
Quarta o *diatessaron*	0 , 415038	
		0 , 169924
Quinta o *diapente*	0 , 584962	
		0 , 152004
Sesta-maggiore	0 , 736966	
		0 , 169924
Settima-maggiore	0 , 906890	
		0 , 093110
Ottava *diapason*	1 , 000000	

Riscontrasi a colpo d' occhio dalla disuguaglianza degli *intervalli* trascritti , che i *suoni* del *Gamma* o le *misure* delle

---

(*aaa*) „ Mathématique universelle abregée , à la portée & à l' usage de tout le monde &c. A Paris , 1738. „

le *ragioni* de' *suoni* moderni diatonici procedono saltuariamente, e che questi *salti* sono di tre diverse grandezze, cioè, andando dal più piccolo verso il più grande 0,093110 | 0,152004 | 0,169924. I medesimi *salti* sono di più irregolarmente *spartiti*, e se ne contano 3 dei *massimi*, 2 de' *medj*, e 2 parimente dei *minimi*. Qualunque essi siano, avvegnachè differenti da quelli dei *Policordi* (*Barbiton*) o Lire antiche o moderne, ed in qualsisia modo disposti, i lor *intervalli* logaritmici hanno sempre da valutarsi come gli *indici* soli della ragione delle ragioni de' *suoni*, o sivvero di quanto sia *moltiplice* un *suono* dell' altro, cui venga ad essere riferito.

Se dunque fosse esattamente delineata una porzione o tronco di Logistica, la cui prima *ordinata* normale 1, l' ultima $\frac{1}{2}$, e la parte d' *asintoto* interposta tra le medesime 1, vale a dire la *sottangente* costante 1,442695, per mezzo delle calcolate distanze della *colonna* anteriore, da riportarsi mediante una *scala* fedele, pari a quella di Vernier, Chaulnes Ramsden, ec., vi si potrebbero subito conseguire e tracciare come altrettante *ordinate* le rispettive *altezze* proporzionali delle *canne* d' Organo, che renderebbero i *suoni* della Progressione diatonica, presa per *unità di misura* l' altezza a piacimento della *canna* fondamentale del *suono* più *grave*. Coll' istessa facilità quest' unico Istrumento Logistico, che può agevolmente segnarsi in lamina d' ottone o di rame a comodo dei Manifattori d' Organo (Οργαιοπὸ οι) e diventare il loro *campione* o *piattaforma* (come l' hanno gli Orologiaj per le ruote e rocchetti, ed i Fabbricatori di macchine Astronomiche o Fisiche per le divisioni esattissime di linee rette e circolari), condurrebbe ad ottenere le *altezze* delle *canne* d' Organo in altre *ottave* o repliche della *prima*, e con essa e colla *tonica* collegate. Delinear la Logistica Torricelliana di *sottangente* data o per via di vicinissimi punti o per movimento continuo, egli è un Problema grafico di già risoluto da diversi Scrittori di Geometria-organica, e massime dal Poleni (*bbb*) e Suardi (*ccc*). Oltre di che la Logistica istessa facilmente nasce e derivasi dalla Trattoria più semplice, d'agevolissima costruzione. Inserire o rintracciare sulla *piatta forma* predetta logistica tra i primordiali gli altri *intervalli* secondarj de' *suoni cromatici* (i quali però riescono meno pieni e piuttosto aspri nell' Organo come l' esperienza ha mostrato ai bravi e valenti Organisti, e segnatamente ad Antonio Squarcialupi, arpeggiator delle Grazie, che meritò un Monumento dalla Repubblica nella Cattedral di Firenze, ed al Frescobaldi del Secolo XVII. suonatore eccellente degli Organi del Cardinal Borghese e del Vaticano), gli *enarmonici* fuori d' uso, i *diminuiti*, i *falsi*, i *superflui*, i *commi*, i *limmi* francesi di Missery (*ddd*) o i tedeschi del Mattesoni (*eee*), e le più minute *frazioni* di *tono*, quali sarebbero le *meridi* ed *ettameridi* di Sauveur (*fff*), la giudico opera di minor conto per la Manifattura degli Organi, avvengachè comodissima ed importante sì per la pratica delle *intonazioni* ed *accompagnamento*, sì ancora per tutti gli altri Istrumenti di Musica, e massime a *corde* ed a *manico*. Per esempio, l' *intervallo* d' un *comma* ordinario $\frac{80}{81}$ è uguale a 0,017920; quello d' un *limma* maggiore $\frac{25}{27}$ eguaglia 0,111030;

(*bbb*) *Epistola ad Jacobum Hermannum* &c.

(*ccc*) ,, Nuovi Istromenti per la descrizione di diverse Curve antiche e moderne, e di molte altre che servir possono alla speculazione de' Geometri, ed all' uso de' Pratici. In Brescia 1752. ,, (Istromento V., Art. II. Descrizione organica della Logaritmica, pagg. 26. 27-29., Tav. 4. Fig. 2.)

(*ddd*) Giornale di Fisica ec. Tom. I. cit. nella Nota (*rr*), alla pag. 25. del ,, Discours préliminaire ,, e seguenti.

(*eee*) ,, Die General-Bab Echul &c. ,,

(*fff*) Vedasi l' Istoria dell' Acc. delle Sc. di Parigi per l' Anno 1700 alla pag. 136. seconda Ediz. del 1719. in 4.°

0, 111030 ; l' *intervallo* d' una *meride* 0, 023256, e d' un' *ettameride* 0,003322; l' altro corrispondente all' *enarmonico* minore o impropriamente quarto-di-tono $\frac{125}{128}$ pareggia 0, 034216; gli *intervalli* del *semitono* o *seconda* minore $\frac{15}{16}$, del *tono* minore $\frac{9}{10}$, della *terza* minore (*sesquiditonus*) $\frac{5}{6}$, che a differenza della maggiore (*ditonium*) somministra il *modo* appassionato, patetico, tenero e molle alla Musica, del *tritono* o *quarta*-superflua $\frac{32}{45}$, della *quinta*-falsa $\frac{45}{64}$, della *sesta* minore (*hexachordum minus*) $\frac{5}{8}$, della *settima* minore (*heptachordum minus*) $\frac{5}{9}$, riconosciuti dagli esperti Maestri di Cappella anco nella Melodia o Canto-fermo (*Plainchant*) semplificato dal nostro Matteo Coferati (ggg), sono rispettivamente 0, 093110 (come sopra nella Colonna *differenziale*) | 0, 152004 (come nell' istessa Colonna) | 0, 263034 | 0, 491852 | 0, 508148 | 0, 678072 | 0, 847996. Questi e molt' altri *intervalli* di *suoni* o dissonanti o consonanti, che si riportano ai numeri o *ragioni* indicative dei *suoni* medesimi, accennate in parecchi Libri di Musica-teorica e nominatamente nel *Dizionario* celebre di Rousseau (*hhh*), distesi che fossero sopra l' *asintoto* o base dell' Istrumento Logistico suddescritto, darebbero immantinente le *ordinate* rappresentanti, in proporzione alla prima, l'*altezza* delle *Canne* pneumatiche, che suonerebbero quelle *note*.

(ggg) „ Cantore addottrinato in tutte le regole del Canto Corale. Firenze 1710 „ .

(*hhh*) „ Dictionnaire de Musique „ (Nota (*qq*)) *Ut psallendi materiem discerent* (Martian. Cap.) „ . A Paris, 1768. „

Ma senza perderci in usi simili, i quali mai non si praticano nel volgar maneggio e magistero degli Organi, l' impiego più insigne che debba farsi del nuovo Istrumento, egli è quello d' adoperarlo pe 'l *temperamento* musicale, adottato all' effetto d' *intonare* egualmente e con tutta facilità in qualunque *corda*, *nota* o *tono* che siasi. Sono rinomati abbastanza, perchè non abbia d' uopo fermarmivi a lungo, i varj Sistemi di *temperamenti* per le Scale *diatonico-cromatiche* e *diatonico-enarmòniche*, entrambe però assai differenti da quelle dei Greci. Avanti d' ogni altro il Fiorentino Nigetti (antagonista di Galileo nella Musica), come scrive nella VIII. delle sue *Lettere Scientifiche ed erudite* il Magalotti *(iii)*, ripartì in 31 *tasti* ciascuna *diapason* del Clavicimbalo, portato ancora alla quintupla *ottava*; il che molto dopo coi loro *Claviers à ravalement* hanno fatto i Francesi. Sauveur divideva prima in 43, e poscia suddivideva in 301 *intervalli* o parti eguali l' *ottava* medesima *(kkk)*; Ugenio l' avea di già spartita ancor egli in 31 *(lll)*; Henfling propose dipoi di notomizzarla in 50 eguali elementi *(mmm)*; e Lambert a fine d' agevolarne la divisione v' applicò il Calcolo *logaritmico (nnn)*. Rameau *(ooo)*, D'Alembert *(ppp)*, Boisge-

---

(iii) Pubblicate postume in Firenze nel 1721. in 4. per Tartini e Franchi.

(kkk) L. c. nella *Nota* precedente *(fff)*.

(lll) *Opera omnia* &c. 1724 - 28. (Edizione postuma procurata da s' Gravesand).

(mmm) *Miscellanea Berolinensia* &c. per l' Anno 1710.

(nnn) Memorie dell' Accademia delle Scienze e Belle-Lettere di Berlino per l' Anno 1774. stampate nel 1776. ,, Sur le Tempérament en Musique ,, pag. 74. — Memorie &c. come sopra per l'Anno 1775. pubblicate nel 1777. ,, Observations sur les Flutes ,, pag. 13.

(ooo) ,, Nouveau Systeme de Musique théorïque & pratïque. ,, 1726. — ,, Code de Musique.

(ppp) ,, Elémens de Musique théorique & pratique suivant les principes de M. Rameau, éclaircis, développés & simplifiés &c. ,, Nouvelle Edition. A Lyon, 1772. ,, (La prima è del 1752.) (Parte I. Cap. VII. *Du Tempérament*, pag. 45., e segnatamente §. 70. pag. 52., Nota (*t*), *Planche* I. alla lettera F, e Nota (*u*), §. 72. e pag. 55-59.

gelou *(qqq)*, Malcolm *(rrr)*, Manfredini *(sss)*, Doddi, Mancini, Giovanni Hasse detto il Sassone *(ttt)*, ed avanti di loro Gallée, Loulié, Mersenno *(uuu)*, il quale coll' esperienza determinò non essere il *comma* Pitagorico, ch' è tra $\frac{1}{58}$ e $\frac{1}{59}$ dell' *ottava*, parte *aliquota*, come allora credevasi $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, del *tono* maggiore e minore, ed il prenominato antico Monaco Guido, che si dice anco inventore della *tastiera* del Clavicimbalo, occuparonsi in diversi tempi della ricerca del miglior possibile *temperamento* (indispensabile come ognun sa per i Clavicimbali ed Organi e generalmente per tutti gli Istrumenti musicali a *tasti* ossia senza *manico*), che salvasse quanto potevasi le *consonanze* in qualunque *tono* di *quinta* e *terza-maggiore* (gaja ed allegra) o sivvero di *dodicesima* (*Diapason-Diapente*) e *diciassettesima-maggiore*, elementi dell' *Accordo perfetto*, e costituiti talmente dalla Natura, che si prestin pochissimo al cambiamento in eccesso o difetto senza vulnerare gli orecchi sensibili al magico piacer della Musica o ledere l'Armonia. Alcuni discuopritori di questi *temperamenti* fecer coincidere, tenendo ferme le *ragioni* de' *suoni* della moderna *Scala diatonica*, i *Diesis* ed i *Bimmolli* dei *suoni* precedenti e consecutivi, e ne risultarono

---

(qqq) Rousseau *Diction. de Mus.* nella *Planche* di lettera I, Fig. 3.

(rrr) Rousseau = ivi = alla *Planche* di lettera L, Figure 1, e 2.

(sss) ,, Regole armoniche o siano Precetti ragionati per apprendere i principj della Musica, il portamento della mano, e l' accompagnamento del Basso sopra gli Strumenti da tasto, come l' Organo, il Cimbalo, &c. Venezia 1775. ,,

(ttt) ,, Pensieri, o Riflessioni pratiche sopra il Canto figurato ec. In Vienna 1774. ,, Articolo V. Dell' *Intonazione*, pag. 57.

(uuu) Rousseau ,, Diction. de Mus. ,, all' Art. *Tempérament* pagg. 501. e 503. Mersenno *Harmonic.* Lib. V. Prop. XXXIX. Coroll. 2. e 3. pagg. 87. 88. = Ivi = Lib. VI. Prop. XIII. pag. 98. Prop. XIV. pag. 100. — *Harmonic. Instrum.* Lib. I. Prop. XV. pag. 18. ed altrove.

12 *suoni* o *semitoni* (tra eguali e diseguali) *diatonico-cromatici* nell' *ottava ut, pà, re, bò, mi, fa, tà, sol, dè, la, nò, si, ut:* altri alternarono i *Diesis* de' *suoni* antecedenti coi *Bimmolli* dei susseguenti per riempire e porre in contatto gli *intervalli cromatici:* vi fu chi rendette il *diapason* men che *cromatico* suddividendo l' intervallo d' un' *ottava* in 12 tra *semitoni* maggiori, e minori, e *limmi* parimente maggiori e minori, o chi soltanto si contentò per le *accerdature* ed *accompagnamenti* di solfeggiare così nel genere *diato-*
de ma fa sol la si
nico-cromatico ut re mi fi be sa ut: e finalmente gli ultimi non curando d' alterare contro natura le *terze maggiori* e le *quinte*, e rinunziando ai 24 *modi* diversi tra *autentici* e *plagali*, dodici *maggiori* ed altrettanti *minori* che abbraccia la Pratica dell' odierna varietà della Musica istrumentale e cantante, e togliendo di mezzo le differenze tra *Bfa*, *Bmi*, *Elafa*, *Elami*, ec., ec., introdussero un compartimento uniforme armonico con inserire undici *medie* proporzionali fra 1 e $\frac{1}{2}$ rappresentanti i due *suoni* estremi dell' *ottava*, e con fare eguali perciò tutte le 12 *ragioni* de' *suoni* tanto salendo dal *grave* all' *acuto*, quanto viceversa scendendo dall' *acuto* al *grave* in *progressione* geometrica.

Ora dal fin quì detto si fa manifesto, che qualunque metodo di *temperamento* piaccia adottare per gli Organi, le *altezze* delle *canne* correspettive al medesimo possono subito dagli Artefici aversi graficamente, sicuramente e immediatamente dalla *Piattaforma* logistica summentovata, senza necessità di ricorrere, come poi fanno gli Artisti predetti in *canne* di già costruite mancando di un *tipo* costante, al compenso precario di ristringerne o dilatarne in queste o in quelle le *bocche*, affinchè si concertino o s' *armonizzino* l' une coll' altre. Imperciocchè dei *numeri* significativi delle *ragioni* de' de' *suoni* somministrati dai medesimi Autori, e più ampiamente da Malcolm *(vvv)*

$$\frac{15}{16},\ \frac{128}{135},\ \frac{15}{16},\ \frac{24}{25},\ \frac{15}{16},\ \frac{120}{135},\ \frac{15}{16},\ \frac{15}{16},\ \frac{24}{25},\ \frac{15}{16},\ \frac{128}{135},\ \frac{15}{16}$$

o piuttosto

$$\frac{16}{17},\ \frac{17}{18},\ \frac{18}{19},\ \frac{19}{20},\ \frac{15}{16},\ \frac{16}{17},\ \frac{17}{18},\ \frac{18}{19},\ \frac{19}{20},\ \frac{16}{17},\ \frac{17}{18},\ \frac{15}{16}$$

trovati i *logaritmi* o continuando la *Tavoletta* dei premessi Euleriani o ricavandoli dai soliti Briggiani o deducendoli dagli Iperbolici, e questi segnati per ordine tra le *coordinate* estreme della *Piattaforma*, come le ultime normali corrispondenti alle *ascisse* 0, 1 rappresentano le due *altezze* delle *canne* estreme modulanti l' *ottava* (in Ebraico *Haschemminith*), così le intermedie tutte denoterebbero quelle dei rammentati *temperamenti*. E quando dovesse valere in pratica contra il parere di accreditati Contrappuntisti il *temperamento* ultimo preferito dai Matematici Beaugrand e Bullialdo verso la metà del Secolo XVII. sotto nome di *Linea armonica (xxx)*, quindi da Mersenno per la divisione dell' *ottava* in 12 *semitoni* eguali negli Istrumenti a *manico* (*scapus*) come nelle Campane *(yyy)*, e finalmente abbracciato da Rameau, diventerebbe anche più facile l' operazione macchinale di rintracciare le *altezze* rispettive delle *canne* pneumatiche ad uso degli Organi; poichè basterebbe allora dividere la *base* della *Piattaforma* in 12 parti o *intervalli* precisamente eguali, ed alzare dai loro punti estremi di divisione le 11 *ordinate* normali. Se non che, comunque ciò potesse forse riescir tollerabile a delicato orecchio nella modulazione del Clavicimba-

lo

(vvv) Riscontrisi la *Tavola* citata nell' antecedente *Nota (rrr)*.

(xxx) Mersenno *Harmonic. Instrum.* Lib. I. Prop. XV. pag. 18. (come sopra), e Prop. XXXI. pag. 50.

(yyy) Mersenno = Ivi = *Monitum* alla pag. 112. del Libro II. e Lib. IV. Prop. III. pag. 146.

lo (non ammettendolo tuttavia ne' Bethizy *(zzz)* ne' Bemetzrieder *(aaaa)*, nè tampoco Gasparini *(bbbb)*, nè Fux *(cccc)*, maestri egregj d' accompagnamento e di canto), pare ch' e' non potrebbe mai tollerarsi negli Organi. Difatti i *suoni* pneumatici essendo di più durata degli eccitati da *corde* di minugia o metallo, e nei *temperamenti* giudiziosamente combinati facendo d' uopo che le *terze* sian meno alterate delle *quinte* a sentimento dei gran Precettori dell' Arte, l' egualianza di quello *spartito* genererebbe l' insopportabile cacofonia del *battere* troppo frequente e troppo sensibile di tanti *suoni* durevoli quanti sono i *dissonanti* principali, e i loro *armonici* presso che tutti, nel Sistema del *temperamento* accennato. Quindi è che rispetto agli Organi i Suonatori eccellenti sono soliti praticare come *accordatura* più dolce o la diminuzione eguale di tutte le *quinte* ascendenti, non per un *comma* intero $\left(\frac{80}{81}\right)$ secondochè le alterava Rameau, ma per un quarto di questo *comma*, principiando dalla *nota* fondamentale in *E la fa* e terminando in *G sol re ut Diesis*, o l' altra diminuzione consistente in $\frac{2}{7}$ di *comma*, perchè toglie anco meno di perfezione alle *terze-maggiori*, e fa sì che la *terza* medesima *temperata* venga quasi ad essere a un tempo *media* geometrica proporzionale tra la *tonica E la fa* men-

---

(zzz) ,, Exposition de la Théorie & de la Pratique de la Musique suivant les nouvelles découvertes. A Paris, 1754. ,,

(aaaa) ,, Leçons de Clavecin, & Principes d'Harmonie. A Paris, 1771., , (in 4., coll' *Avvertimento* o Preliminare di Diderot).

(bbbb) ,, Armonico pratico al Cembalo ,,. Edizione VI. Veneta presso Sebastiano Valle.

(cccc) ,, Salita al Parnasso o sia Guida alla regolare Composizione della Musica con nuovo, e certo metodo non per anche in ordine sì esatto data alla luce ec. fedelmente trasportata dal latino nell' Idioma Italiano da Alessandro Manfredi. In Carpi 1761 ,,. (L' Edizione originale Latina di Vienna d' Austria è del 1725.)

mentovata e la *quinta* diminuita come prossimamente nell' *accordo-perfetto* 1, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, e *media* armonica come rigorosamente nel medesimo *accordo* 1 : $\frac{2}{3}$ :: $\frac{1}{5}$: $\frac{2}{15}$.

Oltre d'avere il merito la *Piattaforma* descritta di somministrare agli Artefici di Organi agevolmente tutte le altezze *diatonico-cromatiche* delle *canne*, non lascia ella stessa di dare eziandio i rispettivi loro *calibri* o diametri interni. In una *canna* pneumatica ben *calibrata* o esattamente cilindrica, come debbono essere tutte quelle degli Organi non difettosi, all' effetto che il *suono* sia più deciso, più *pastoso* e più accetto all' orecchio l' esperienza ha mostrato, che il *diametro* interno della medesima abbia da farsi tra $\frac{1}{12}$ e $\frac{1}{15}$ dell' *altezza*. Dunque o sia l' una o sia l' altra la *proporzione*, si rende chiaro che l' istessa *Scala* logistica, la quale conduce a trovare le *altezze* delle *canne* suonanti tutte le *Note* del *Gamma*, porta egualmente a determinarne i *diametri*, perchè di quelle direttamente e *similmente* submultipli.

Insegna la Teoria, che può leggersi nelle Memorie dottissime pubblicate da Leonardo Euler fino del 1727. (*dddd*) e poi più ampiamente da Lagrange (*eeee*) e Daniello Bernoulli (*ffff*), come ferma stante l' *altezza* d' un cilindro-vuoto

---

(*dddd*) *Thesis Basileae impressa* &c.

(*eeee*) *Miscellanea Philosophico-mathematica Societatis privatae Taurinensis. Augustae Taurinorum* 1759. Tom. I. „ Recherches sur la nature & la propagation du Son „ Chap. VII. *Théorie des Cordes de Musique & des Flûtes* pag. 81. §. 52. e segg., e separatamente pag. 83. — *Miscellanea Taurinensia* &c. Tom. II. 1760-61. „ Nouvelles Recherches sur la nature & la propagation du Son „ Chap. VI. *Reflexions sur la Théorie des Instrumens à vent*. pag. 154. §. 57., e nominatamente pag. 161. §. 60.

(*ffff*) „ Histoire de l' Académie Ropneumatico, la diversità del suo *diametro* interno o maggiore o minore non induce mai cambiamento nè nel tempo d'una vibrazione della colonnetta aerea racchiusavi, nè per conseguenza nel numero di queste vibrazioni in un tempo dato, ch'è quanto dire nel *suono*, e negli *armonici* che lo accompagnano, lo rinforzano e l'avvalorano. O s'adoperi infatti la formola Bernoulliana $Y = \frac{1}{\Pi\Pi} \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{L}{A} \cdot L$, dove L rappresenta la lunghezza o *altezza* del *tubo*, A l'altezza dell'Argento-vivo nel Barometro, d, D le densità o gravità-specifiche dell'Aria e Mercurio, Π la semicirconferenza circolare, mentre Y esprime la lunghezza del Pendolo *isocrono*, o piuttosto prendasi l'altra di Lagrange per la durata d'un' oscillazione composta di due vibrazioni $\frac{a}{\sqrt{2nkh}}$, nella quale a è la lunghezza della *canna*, k l'altezza barometrica, $1 : n$ la ragione delle densità dell'Atmosfera e dell'Argento-vivo, h la misura nota della caduta d'un Grave presso la Superficie Terrestre in una seconda, ognun vede che non v'ha luogo il *diametro*, a differenza delle *corde* tese sonore. Nè potrebbe mai essere diversamente: perocchè di quanto cresce o scema la *base* del cilindro aereo, d'altrettanto s'aumenta o si menoma appunto la *forza* elastica che lo tien soggetto e compresso; laonde ciaschedun filo aereo sempre risente la compressione medesima restando fermo lo stato meteorologico dell'Atmosfera. Di quì ancora n'avviene, che non solo i *ventri* ed i *nodi* o per dir meglio i *diaframmi* naturali, in virtù dei quali nascono i suoni *armonici*, si formi-

---

yale des Sciences. Année 1762. A Paris, 1764. „ *Acoustique* „ Sur les Tuyaux d'Orgue „ pag. 170. = Ivi = „ Mémoires &c. „ pag. 431. „ Recherches physiques, mécaniques, & analytiques sur le son & sur les tons des Tuyaux d'Orgues différemment construits „ pag. 437. §. 9.

mino immancabilmente nei medesimi punti delle *canne* d' Organo o di piccolo o di mediocre o di gran *diametro* come nelle *corde* vibranti, ma ne siegue oltrediciò che tutte le altre innumerevoli minime oscillazioni delle parti componenti il cilindro aereo, non sentite o confusamente avvertite dal debole orecchio umano, ricorrano per ogni grandezza di *diametro* colla medesima legge d' *isocronismo*. Si fatta *legge* (lo dirò di passaggio) ebbe incominciamento dalla scoperta delle minime vibrazioni *isocrone* d' una Lampada osservata nel Duomo di Pisa sulla fine del secolo XVI da Galileo, che abilissimo com' egli era, ugualmente che il Padre, suonator di Liuto (*Luthum*, *Teorbum*) l' applicò tosto alla Musica istrumentale (*gggg*) mentre Santorio di Giustinopoli o Capo-d'Istria l' avea dedicata alla Medicina, e poscia Mersenno nel 1636 la generalizzò per la spiegazione di tutti i fenomeni fisici dell' Armonia (*hhhh*), e vale a dire più d' un Secolo prima che Daniello Bernoulli nel 1753 la trasportasse alle *corde* vibranti (*iiii*), dilatando la Teoria di Taylor (*kkkk*) con grande sfoggio d' ingegno, ed ultimamente Coulomb la riscontrò vera anco nelle *torsioni* de' fili che vadano poi da loro stessi svolgendosi (*llll*), come n' era facile l' accorgimento subito

---

(*gggg*) Avanti il 1585. Vedasi Viviani *Vita del Galileo* alle pag. LII. LIII. - ,, Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze ec. ,, *Giornata prima* pag. 98-108. Ediz. di Leida - = Ivi = alle pagg. 58-62. del Tom. III. Edizione di Padova.

(*hhhh*) *Harmonic. Instrum. Liber.* I. Prop. XXXIII. pagg. 53-54.

(*iiii*) Memorie dell' Accademia di Berlino per l' Anno suddetto alla pag. 47. ,, Réflexions & Eclaircissemens sur les nouvelles vibrations des Cordes &c. ,, — ,, Sur le mélange de plusieurs especes de vibrations qui peuvent coëxister dans un meme systeme de Corps ,, pag. 173. — ,, Remarques sur les Mémoires précedens ,, (Euler) alla pag. 196.

(*kkkk*) *Methodus Incrementorum directa & inversa. Londini* 1715.

(*llll*) ,, Mémoires présentés à l'Académie des Sciences par des Savans étrangers ,, Tom. IX. 1777. *Sur les Boussoles de déclination*. — ,, Méche gli angoli descritti dall' *indice* non poteano non essere proporzionali ai *torcimenti* o forze sollecitanti e quando si ha un simile *isocronismo* nello svilnppo dei comuni Elateij.

Ben è vero però, che anco non trascurata la necessaria avvertenza d' adoperare per le *canne* d' Organo tra i men dispendiosi metalli il più duttile e *risuonante*, quale suol essere il piombo o stagno a preferenza d' ogni altro e del legno, gli esperimenti non pare che vádan d' accordo in sì fatto proposito colla Teoria, come quella ch' escluderebbe ogn' influenza del *calibro* nel *suono* delle *canne* medesime. Mersenno trovò *costantissimamente*, che due *canne* aperte di piombo d' eguale *altezza* ed in simil maniera ispirate, la prima delle quali aveva il *diametro* interno doppio dell' altra, rendevano la *terza* minore o al più la *maggiore*, ed avendo la prima il *diametro* quadruplo della seconda rendevano insieme un *tritono* o sivvero la *falsa quinta* (*mmmm*). Per quanto io sappia, quest' importantissimo esperimento non è stato nè ripetuto nè confermato dai Fisici, e massimamente come facea di mestieri da bravi Maestri di Cappella ed accreditati Organisti; così che pende ancora il giudizio di tal discordanza vistosa tra la Teoria e la Pratica de' *suoni* generati da *tibie* pneumatiche. Anzi se fosse mai vera anche l' altra anomalia o aberrazione dell' esperienza dal calcolo, cioè, che due *canne* d' Organo d' egual calibro, una doppia esat-

---

moires de l'Académie des Sciences &c. A Paris, 1784. ,, — ,, Mémoire de l'Institut National des Sciences & Arts pour l' An. . . . . de la République. = Sciences Mathématiques & Physiques = Tom. III. An. IX. A Paris. *Determination théorique & expérimentale des Forces qui ramenent différentes aiguilles aimantées à saturation, à leur meridien magnétique*, pag. 176. — ,, Bulletin des Sciences &c. ,, Physique ,, alla pag. 101. *Extrait d'un Mémoire du C. Coulomb sur le Magnétisme*, ed alla pag. 114. *Suite des recherches du C. Coulomb sur le Magnétisme*.

(*mmmm*) *Harmonicorum Instrumentorum Libri* IV. più volte citati (Lib. III. Prop. IX. pag. 121.) — *Harmonicorum Libri* (Prefazione pag. 1.)

esattamente d' *altezza* dell' altra, non *suonino* l' *ottava* giusta, ma mancante d' un *tono* o *semitono* . e torna a dire tra la *sesta maggiore* e la *settima*, onde abbisogni in pratica ristringere un poco la *bocca* dell' *acuta* e men alta, o dilatare la *bocca* della *grave* e più alta, affinchè salga il concento alla vera e piena *diapason* (*nnnn*), ciò sarebb' uno dei moltissimi casi, nei quali l' Analisi algebrica non si combina perfettamente colla Natura. N' abbiamo nella soggetta materia l' esempio insigne della velocità della propagazione del *suono* colla differenza dai 915 piedi antichi Parigini, che dà la profonda Teoria di Lagrange (*oooo*) ed Eulero (*pppp*) in 1″, ai 1038 e forse 1080 trovati in Pratica; differenza, che Biot ad insinuazione di Laplace ha recentemente cercato di far sparire introducendo un nuovo *coefficiente* o elemento *K* (cioè 0,2869 ovvero 0,3922) nella Formula prima, derivato dalla considerazione sagace che l' Aria atmosferica condensandosi perda parte di calor *latente*, il quale diventa *sensibile*, e viceversa rarefacendosi assorbisca parte di calor *sensibile*, che diventa allora *latente* (*qqqq*). Ora se quelle esperienze Mersenniane reg-

ges-

(*nnnn*) Gio. Battista Mancini Opera sopraccitata nella *Nota (ttt)* Art. V. pag. 49. = ... come appunto si suol fare in un Organo ec. „ — *Mersenni Harmonic. Instrum.* Lib. III. Prop. X. pag. 122.

(*oooo*) „ De la propagation du Son „ tra le *Memorie* dell' Accademia di Berlino del 1759. stampate nel 1766. pag. 185. coi *Supplementi* a pagg. 210. e 241. — „ Eclaircissemens plus détaillés sur la génération & la propagation du Son, & sur la formation de l' Echo „ pag. 364. tra le *Memorie* dell' Accademia di Berlino del 1765. pubblicate nel 1767.

(*pppp*) „ Mélanges de Phil. & Mathém. de la Soc. de Turin „ Tomo II. (*Lettre à M. De la Grange* &c. pag. 1. della seconda numerazione).

(*qqqq*) Tomo III. dell' Instituto Nazionale di Francia per la Classe Fisica e Matematica. — „ Bulletin des Sciences par la Societé Philomatique (Num. 61.) (Num. 1. (III.) 6. Année, Tom. III. pag. 116. *Sur la propagation du Son* („ Physique „).

gessero al cimento di nuovi e più precisi riscontri, le due *ordinate* estreme del *Pantografo* nostro logistico, in cambio d' essere una doppia dell'altra, doverebbero farsi della *proporzione*, che dai nuovi esperimenti venisse accertata per *suonare* esattamente l' *ottava;* e col disegnar allora una Logaritmica fornita della *sottangente* che appartenesse al nuovo Sistema, si conseguirebbero parimente tutte le *altezze* delle *canne* intermedie battenti i *suoni* o esatti o *temperati* del *Gamma*. Invito adunque i Fisici valorosi, non meno che i migliori *orecchianti* tra i Compositori di Musica a sciogliere questo nodo ripetendo le due suddescritte Esperienze, ed unendovi l' altra interessantissima per gli Stromenti *a corde*, riportata da Sauveur sull' autorità del prenominato Mersenno (*rrrr*) (ma equivoca assai perchè supponeva i Gravi cadenti sulla Terra per lo spazio di soli 12 Piedi in 1″) (*ssss*), cioè, che una *corda* di rame grossa $\frac{1}{5}$ di Linea, lunga 17 Piedi di Parigi, e tenuta tesa da un peso di 8 antiche Libbre Parigine faccia 8 vibrazioni, e lunga 10 coll' istessa tensione ne compisca 16 in un minuto secondo di tempo.

Tornando adesso a parlare della *Piattaforma* logistica convien sapere altresì, che non tanto le *linguette* (*Biseaux*, *Languettes d' Anches*) e le *orecchiette* delle *canne* degli Organi e le *glottidi*, che arpeggiano nei *Registri* di Clarinetti, Zampogne, ec., e le *sordine* conducenti a render più debole il *suono*, ma la *grossezza* eziandio delle lastre di metallo componenti le stesse *canne* debbono essere in tutte le loro parti e misure proporzionali direttamente alle *altezze* e *diametri* delle *canne* medesime, all' effetto di conseguire pie-

nez-

(*rrrr*) ,, Mémoires de l' Académie des Sciences de Paris, 1701. ,, (Système général des intervalles des sons &c. Sect. XII. pagg. 359-60 dell' Edizione Parigina citata del 1719.

(*ssss*) *Harmonicorum Libri* &c. Lib. II. Prop. XXXIII. pag. 26. — = Ivi = Prop. 24. pag. 16. (Ediz. c. del 1636.)

nezza, chiarezza, e dilettazione di *suono*. Le *larghezze* delle *Trafile* perciò, onde preparare della dovuta *grossezza* le lastre metalliche, e tutte le dimensioni degli apparati o dei pezzi da inserir nelle *canne* perchè l'aria si fenda quando vi passa da' *piedi-conici* ossia *porta-vento*, o si moduli ad opportunità nei *Registri* (*Tuyaux à anches*), ottengonsi coll'istesso unico mezzo dell'Istrumento predetto; un accorgimento del quale poteva ben ricavarsi dalla curvatura quasi *logaritmica* del *Ponte* o *Equleo* andante, semplice o doppio, su cui s'appoggian le *corde* dell'Arpa, della Spinetta, del Clavicimbalo, e finalmente dell'Organicimbalo.

Come i *numeri* e *logaritmi* sono segnati sopra le *Righe* o *Scale* Gunteriane, non altramente la *Piattaforma* per gli Organi potrebbe con facilità convertirsi in una specie di Compasso-di-Proporzione *a nocella piana* per uso degli Artefici meno addestrati o più speditivi. Il Conte Francesco Rigi di San Sepolcro in Etruria costruì di legno di Bossolo questo Compasso nel 1764. Ciascuna delle due *gambe* era lunga intorno ad uno e mezzo Piè di Parigi. Parecchie linee rette, tutte centrali, v'erano incise nelle due faccie, colle divisioni *armoniche* corrispondenti a IV. *Ottave*, compresivi i punti dei *semitoni* cromatici. E finalmente portava in fronte scolpito il Titolo — *Canon geometricus Organi Pythaulici ad quintam diminutam* $\frac{2}{7}$ *commatis* 81 *ad* 80 *accomodatus* —. Ei non sapeva, quell'abile fabbricatore e ristauratore d'Organi consecrati specialmente alla Liturgia ed Innologia, d'essere stato di circa un Secolo e un terzo prevenuto da Giovanni Beaugrand col suo Compasso geometrico-armonico-temperato (*tttt*); lo che non sia appreso sinistramente per diminuzione di gloria; d'altronde sapendosi che al Lincèo Fioren-

---

(*tttt*) L. cit. *Harm. Instr.* Lib. I. Prop. XXXI.

rentino non vien negato l' onore della scoperta dell' eguale velocità di tutti i Gravi cadenti nel vuoto, comunque diversi di massa, perchè a testimonianza di Lucrezio l' avesse annunziata intorno XVIII. Secoli avanti di lui il Misantròpo d' Abdera (*uuuu*). Ma dalla Copia da me posseduta d' uno Scritto del Rigi, che si dice dettato di propria bocca a suo Figlio Niccolò nel 25. d' Aprile 1773, come ancora da certi sbozzi d' alcuni suoi Calcoli aritmetico-algebraici, chiaro apparisce che nell' esposto delle Proposizioni Fisico-armoniche e nel modo oscurissimo e qualche volta erroneo d' esprimerle analiticamente, rassomigliavasi molto all' immortale Violinista Giuseppe Tartini. Corre poi fama, che chiamato a correggere i mancamenti sopravvenuti per l' ingiuria del tempo al rinomatissimo Organo della Chiesa dell' Osservanza sul Monte dell' Alvernia nel Casentino (cui davasi il primo vanto di celebrità ed eccellenza in Toscana dopo dell'Organo della Conventuale di Santo Stefano in Pisa, ed estimavasi superiore ai due non meno famosi della Metropolitana di Firenze e del Tempio parimente Fiorentino di Santa Croce) ne menomasse piuttosto il pregio, e snervasse il *concerto* antico vaghissimo di risuonanza mirabile e dilettosa armonia.

Concludo, che se nelle Scienze Fisico-matematiche salì la Cicloide ad altissimo grido in virtù delle rare affezioni, che la distinguono, non meno apprezzabile tra le Curve, e massimamente *trascendenti*, sia la Logistica. Essa serve di *Scala* delle *potenze* nei Vetti; regola le *densità* degli strati dell' Atmosfera terrestre e segna la *legge* delle *altezze* barometriche a varie distanze dal centro del nostro Pianeta; somministra l' altra *Scala* de' tempi e della dilatazione e contrazione de' corpi mercè della quantità dell' influsso ed efflusso del *calorico*, non meno che la Scala del calore acquisito, per-

---

(*uuuu*) *De rerum natura* Lib. I. vv. 336-359., Lib. II. vv. 138-141., Lib. V. vv. 282. e segg.

perduto, e residuo *sensibile* ne' Termometri o di Reaumur o di Farenheit o *centigradi* (*vvvv*); conduce alla costruzione facile della Catenaria ed altre Curve alla medesima affini, egualmente che alle Mappe *ridotte* pe 'l Pilotaggio (*xxxx*); appresenta il Piano *pesante* ed il Solido infinitamente-lungo dotati in tutte le loro *sezioni* d' egual *resistenza* sporgendo fuori d' una parete e situati anche a *piombo* (*yyyy*); ed ora determina un metodo *grafico*, preciso ed agevole onde gli Artefici d' Istrumenti *da fiato*, ossia *a vento* ed *a mantice*, ponegansi subito in grado d' *intavolare*, senza bisogno di tentativi imperfetti e spesso fallaci, il *Diagramma armonico* degli Organi pneumatici e delle Macchine Musicali congeneri.

(vvvv) Joannis Henrici Lamberti Tentamen de vi caloris, qua corpora dilatat, ejusque dimensione. Vol. II. *Actorum Helveticorum* &c. *Basileae* 1755. alle pag. 172-242.

(xxxx) Giovanni Perks nelle *Philosophical Transactions* = Londra, 1715.

(yyyy) Acta Eruditorum Lipsiae &c. 1684. (G. G. L.), e di più *Opera omnia Jacobi Bernoulli* nel I. Volume.

MEMORIA

Di Francesco Pezzi

Sopra la legge di trasformazione di una Frazione continua indefinita qualunque in una Frazione volgare; e sopra la più semplice risoluzione delle equazioni indeterminate del primo grado.

Ricevuta il dì 26 del 1804.

Si conosce la legge di composizione delle diverse Frazioni volgari eguali a Frazioni continue, aventi successivamente un denominatore di più; ma lo sviluppo attuale de' termini di queste Frazioni, non è ancora stato dato da' Geometri, a mia cognizione; nientemeno parmi che tale punto di Algebra, meriti di essere perfezionato e per il vantaggio che può recarle, e perch' esso si presenta da principio complicatissimo, e poi si scioglie in una serie indefinita di Fattori di forma singolare, i quali si riproducono uniformemente da per se, dopo la metà del loro numero; questa dottrina mi ha richiamato a memoria quella delle equazioni indeterminate del primo grado, cui essa serve di base, e la cui risoluzione ho espressa in Formole algebraiche più definite e più semplici delle sin quì note in tale materia, e che anzi credo essere le più semplici possibili.

I. Fra le Frazioni continue scelgo quelle solamente che sono in uso nel vasto dominio dell'Algebra, i cui numeratori sono eguali all' unità; sia perciò $\frac{A}{B}$ l' espressione volgare di una Frazione continua, maggiore dell' unità, rappresentata come segue.

$$\frac{A}{B} = a + \cfrac{1}{a1 + \cfrac{1}{a2 + \cfrac{1}{a3 + \cdots + \cfrac{1}{a(n)}}}} = \frac{M(n+1)}{N(n+1)} \qquad (1)$$

In cui $n+1$ esprime il numero qualunque de' quoti a, $a1$, $a2$, $a3$, &c. Da questa formola derivano le seguenti Frazioni convergenti verso il valore di $\frac{A}{B}$, la prima delle quali non si pone ad altro oggetto che per meglio indicarne la legge.

$$\frac{1}{0} = \frac{Mo}{No}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{M1}{N1}$$

$$a + \frac{1}{a1} = \frac{M2}{N2}$$

$$a + \cfrac{1}{a1 + \cfrac{1}{a2}} = \frac{M\,3}{N3}$$

$$\vdots$$

$$a + \cfrac{1}{a2 + \cfrac{1}{a3 + \cfrac{1}{a4}}} = \frac{M\,5}{N\,5}$$

&c.

La legge di composizione delle Frazioni volgari precedenti, nota a' Geometri, è la seguente

Siano $\frac{M(n-1)}{N(n-1)}$, $\frac{M(n)}{N(n)}$, $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$ tre Frazioni consecutive qualunque, ed $a(n)$ in conseguenza il denominatore ultimo della Frazione continua $= \frac{M(n+1)}{N(n+1)}$, si ha

$$\left.\begin{array}{l} M(n+1) = a(n)M(n) + M(n-1) \\ N(n+1) = a(n)\,N(n) + N(n-1) \end{array}\right\} \quad (2)$$

2. Osservo di passaggio, che in virtù della notazione precedente si dimostreranno rapidamente tutte le note proprietà delle Frazioni continue.

3. A maggior comodo degli usi particolari che possono aver luogo nelle varie ricerche dell'Algebra, distinguerò i due casi ove l' espressione $\frac{A}{B}$ è maggiore e minore dell' unità. Sia essa in primo luogo minore, si avrà

$a = 0$, $M0 = 1$

$M1 = 0$

$M2 = 1$

$M3 = a2$

$M4 = a3a2 + 1$

$M5 = a4\underset{1}{(}a3a2+1\underset{1}{)} + a2$

$M6 = a5\underset{1}{(}a4\underset{2}{(}a3a2+1\underset{2}{)} + a2\underset{1}{)} + a3a2+1$

$M7 = a6\,\underset{1}{(}a5\underset{2}{(}a4\underset{3}{(}a3a2+1\underset{3}{)}+a2\underset{2}{)}+a3a2+1\underset{1}{)}+a4(a3a2+1) + a2$

$M8 = a7\underset{1}{(}a6\underset{2}{(}a5\underset{3}{(}a4\underset{4}{(}a3a2+1\underset{4}{)}+a2\underset{3}{)}+a3a2+1\underset{2}{)}+a4(a3a2+1)$

$+a2\underset{1}{)}+a5(a4(a3a2+1)+a2)+a3a2+1$

&c.

Ed in generale

$M(n+1)$

$$
\begin{array}{l}
M(n+1)=a(n)M(n)+M(n-1)=a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-2)\underset{3}{(}a(n-3)\\
(\ldots(a4\;\;(a3a2+1)+a2)+a3a2+1)+a4(a3a2+1)+a2)\\
4\ldots n-4\quad n-3\qquad n-3\;\; n-4\qquad\quad n-5\qquad\qquad\qquad\qquad n-6\\
\qquad\qquad\qquad\quad n-m\qquad n-(m+1)\qquad\qquad\qquad n-(m+2)\\
\qquad+\;\;a5(a4(a3a2+1)+a1)+a3a2+1)+\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad n-7\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad n-(m+3)\\
a6(a5(a4(a3a2+1)+a2)+a3a2+1)+a4(a3a2+1)+a2)+\ldots+\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad n-8\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad n-(m+4)\\
\quad a(n-3)(a(-4)(\ldots a4\;\;(a3a2+1)\quad+\ldots\underset{\underset{n-(n-1)}{1}}{)}+M(n+1)\qquad(3)
\end{array}
$$

La Formola (3) è quindi il valore del numeratore della Frazione volgare $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$, eguale ad una Frazione continua qualunque data, minore dell' unità, cioè di

$$
\frac{M(n+1)}{N(n+1)}=\cfrac{1}{a1+\cfrac{1}{a2+\cfrac{1}{a3+\cdot\,\cdot\,\cdot+\cfrac{1}{a(n)}}}}
$$

4. Or egli è necessario di scoprire la legge di composizione delle Formole (3); perciò ne' valori particolari M5, M6, M7, &c., come nel generale $M(n+1)$, ho numerato le parentesi in modo, che i stessi numeri segnino le corrispondenti; così nel valore di M8 per es. le parentesi $\underset{4}{(}\quad\underset{4}{)}$ chiudono la quantità ch' è moltiplicata per lo stesso Fattore $a4$, cioè $a4(a3a2+1)$; le parentesi $\underset{3}{(}\;\underset{3}{)}$ chiudono la quantità ch'è moltiplicata per lo stesso fattore $a5$, cioè $a5\underset{3}{(}a4\underset{4}{(}a3a2+1\underset{4}{)}+a2\underset{3}{)}$; con tale mezzo si hanno in questi prodotti due serie

rie di parentesi, segnate da due serie di numeri, l'una ascendente, l'altra discendente, nelle quali i numeri estremi, e gli equidistanti dalli estremi sono eguali, e tenendo sempre a memoria che la notazione di tutti li M, è sempre $M(n+1)$, si vede che il numero de' termini di ciascuna serie è $n-3$; perciò il numero totale di simili parentesi è $2n-6$.

5. Egli è facile di formare in virtù de' valori del n.° 3, quello di $M(n+1)$, qualunque sia n; si comincierà dallo scrivere la prima parte di $M(n+1)$, cioè il valore di $a(n)M(n)$, e perciò si porrà la seguente serie di fattori monomj, meno l'ultimo ch' è binomiale, e che occupa il posto di mezzo,

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-3)\underset{4}{(}a(n-5)\underset{5}{(}\ldots\underset{n-4}{(}a4\underset{n-3}{(}a3a2+1\underset{n-3}{)}$$

separati da $n-3$ parentesi, di cui quella ch' è preceduta da $a4$, è l'ultima; or fa d'uopo di trovare le quantità che sono moltiplicate da ciascuno di questi fattori, e che sono chiuse in conseguenza da altre $n-3$ parentesi, delle quali quantità una è la $a3a2+1$.

Si vede che la quantità che segue la $n-3^{ma}$ parentesi a destra, principiante la serie discendente, e ch' è chiusa da) è $a2$; in guisa che si ha

$n-4$

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-2)(\ldots\underset{n-4}{(}a4\underset{n-3}{(}a3a2+1\underset{n-3}{)}+a2\underset{n-4}{)} \qquad ;$$

al di là di questa $n-4^{ma}$ parentesi ritornano secondo una legge costante le quantità che principiano nella serie ascendente delle parentesi; ed ecco tale legge in generale.

6. *La $n-m^{ma}$ parentesi della serie discendente è seguita dalla quantità che principia immediatamente dopo la $n-m+1^{ma}$ parentesi della serie ascendente, e che finisce alla parentesi antecedente a quella in quistione, la quale è perciò segnata collo stesso numero $n-m+1$; i valori di* m *essendo successivamente* $m=5, 6, 7, \ldots n-2, n-1$.

7. Con questa regola si può trovare una qualunque di

queste quantità, indipendentemente dalle precedenti, in fatti la quantità che segue la $n-m^{ma}$ parentesi è

$$a(m-1)(a(m-2)(\ldots(a4(a3a2+1)+a2)+\ldots)_{n-(m+1)}$$

Quindi per aver il valore totale di $a(n)M(n)$, a cominciare da $m=5$, dopo la parentesi $)_{n-5}$, non si hanno che a scrivere $n-6$ di queste quantità, chiudendole con un egual numero di parentesi.

8. Ma non s' incontrerà alcuna difficoltà nello scrivere di seguito tutto il valore di $a(n)M(n)$; perchè quando si sarà pervenuto alla parentesi $)_{n-4}$, non si avrà che a retrogradare successivamente nella serie ascendente, prendendovi l'una dopo l' altra le quantità che vi principiano cioè, $a3a2+1$, $a4(a3a2+1)+a2$, $a5(a4($ etc., $a6(a5(a4,($ ec., le quali sono chiuse rispettivamente dalla parentesi che nella serie discendente precede quella, sotto cui si pone la quantità in quistione.

9. Il valore di $M(n-1)$ è contenuto fra le parentesi $(_2\ \ )_{n-(n-2)}$ del valore di $a(n)M(n)$, e quello essendo giunto a questo, darà il valore cercato di $M(n+1)$.

10. Ora per determinare $N(n+1)$ osservo, che la quantità a, nulla influendo nel denominatore della Frazione continua $a+\cfrac{1}{a1+\text{etc.}}$ ridotta ad una Frazione comune, il valore che troverò per $N(n+1)$ varrà egualmente per il denominatore della Frazione comune rappresentante la continua maggiore o minore dell' unità. Dalla formola (1) si deduce

$N1=1$

$N2=a1$

$N3=a2a1+1$

$N4=a3(_1a2a1+1)_1+a1$

$N5=$

$$N5 = a4\underset{1}{(}a3\underset{2}{(}a2a1+1\underset{2}{)}+a1\underset{1}{)}+a2a1+1$$

$$N6 = a5\underset{1}{(}a4\underset{2}{(}a3\underset{3}{(}a2a1+1\underset{3}{)}+a1\underset{2}{)}+a2a1+1\underset{1}{)}+a3(a2a1+1)+a1$$

$$N7 = a6\underset{1}{(}a5\underset{2}{(}a4\underset{3}{(}a3\underset{\substack{4\\n-2}}{(}a2a1+1\underset{\substack{4\\n-2}}{)}+a1\underset{\substack{3\\n-3\\n-m}}{)}+a2a1+1\underset{\substack{2\\n-4\\n-(m+1)}}{)}+a3(a2a1+1)+a1\underset{1}{)}$$

$$+a4(a3(a2a1+1)+a1)+a2a1+1$$

&c.

E in generale

$$N(n+1)=a(n)N(n)+N(n-1)=a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-3)\underset{3}{(}\ldots\underset{n-3}{(}a3\underset{n-2}{(}a2a1+1\underset{n-2}{)}$$

$$+a1\underset{\substack{n-3\\n-m}}{)}+a2a1+1\underset{\substack{n-4\\n-(m+1)}}{)}+a3(a2a1+1)+a1\underset{\substack{n-5\\n-(m+2)}}{)}+a4(a3(a2a1+1)+a1)+$$

$$a2a1+1\underset{\substack{n-6\\n-(m+3)}}{)}+a5(a4(a3(a2a1+1)+a1)+a2a1+1)+a3(a2a1+1)$$

$$+a1\underset{\substack{n-7\\n-(m+4)}}{)}+\ldots+a(n-3)(a(n-4)(\ldots\underset{\substack{1\\n-(n-1)}}{)}+N(n-1) \qquad (4)$$

11. Il valore di N $(n+1)$ è composto in un modo del tutto simile a quello (3) di M $(n+1)$; per formarlo basta scrivere il prodotto

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-3)\underset{3}{(}\ldots\underset{n-3}{(}a3\underset{n-2}{(}a2a1+1\underset{n-2}{)}+a1\underset{n-3}{)}+a2a1+1\underset{n-4}{)} \quad ,$$

al di là della $n-3^{ma}$ parentesi ritornano costantemente le quantità che principiano nella serie ascendente delle parentesi; onde vale anche quì la regola del n.° 6, i valori di m essendo in questo caso successivamente $m=4$, 5, 6, ... $n-2$, $n-1$; perciò la quantità che segue la $n-m^{ma}$ parentesi è

$$a(m-1)(a(m-2)(a(m-3)(\ldots\ldots a3(a2a1+1)+a1)+\ldots\underset{n-(m+1)}{)} \quad ,$$

e dopo la parentesi $\underset{n-4}{)}$ vi sono, principiando da $m=4$,

$n-5$ quantità da scrivere, chiuse con un eguale numero di parentesi.

12. Quindi per formare di seguito con estrema facilità il valore di $a(n)\,N(n)$, giunto che si sarà alla parentesi $\underset{n-4}{)}$, basterà retrogradare scrivendo successivamente le quantità $a3(a2a1+1)+a1$, $a4(a3($ etc., che principiano nella serie ascendente, e che terminano nella discendente alla parentesi precedente quella sotto cui si pone la quantità in quistione.

13. Il valore di $N(n-1)$ è contenuto fra le parentesi $\underset{2}{(}\quad\underset{n-(n-2)}{)}$ del prodotto $a(n)N(n)$, e giunto con questo fornirà il valore di $N(n+1)$.

14. La sesta somiglianza di composizione si scoprirà nel numeratore $M(n+1)$ della Frazione $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$ quando essa sarà eguale ad una Frazione continua maggiore dell' unità, come è l' espressione generale del n.° 1; in fatti si avrà

$$M1 = a$$

$$M2 = a1a+1$$

$$M3 = a2\underset{1}{(}a1a+1\underset{1}{)}+a$$

$$M4 = a3\underset{1}{(}a2\underset{2}{(}a1a+1\underset{2}{)}+a\underset{1}{)}+a1a+1$$

$$M5 = a4\underset{1}{(}a3\underset{2}{(}a2\underset{3}{(}a1a+1\underset{3}{)}+a\underset{2}{)}+a1a+1\underset{1}{)}+a2(a1a+1)+a$$

$$M6 = a5\underset{1}{(}a4\underset{2}{(}a3\underset{3}{(}a2\underset{4}{(}a1a+1\underset{4}{)}+a\underset{3}{)}+a1a+1\underset{2}{)}+a2(a1a+1)+a\underset{1}{)}+$$

$$a3(a2(a1a+1)+a)+a1a+1$$

$$M7 = a6\underset{1}{(}a5\underset{2}{(}a4\underset{3}{(}a3\underset{4}{(}a2\underset{\substack{5\\n-1}}{(}a1a+1\underset{\substack{5\\n-1}}{)}+a\underset{\substack{4\\n-2\\n-m}}{)}+a1a+1\underset{\substack{3\\n-3\\n-(m+1)}}{)}+$$

$$a2(a1a+1)+a\underset{\substack{2\\n-4\\n-(m+2)}}{)}+a3(a2(a1a+1)+a)+a1a+1\underset{\substack{1\\m(n-1)}}{)}$$

$$+\ a4(a3(a2(a1a+1)+a)+a1a+1)+a2(a1a+1)+a$$

&c.

E in generale

$$M(n+1)=a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2..n-2}{(\cdots(}\ a2\underset{n-1}{(}a1a+1\underset{n-1}{)}+a\underset{\substack{n-2\\ n-m}}{)}+a1a+1\underset{\substack{n-3\\ (n-m+1)}}{)}+$$

$$a2(a1a+1)+a\underset{\substack{n-4\\ n-(m+1)}}{)}+a3(a2(a1a+1)+a)+a1a+1\underset{\substack{n-5\\ n-(m+3)}}{)}+$$

$$a4(a3(a2(a1a+1)+a)+a1a+1)+a2(a1a+1)+a\underset{\substack{n-6\\ n-(m+4)}}{)}+\cdots+$$

$$a(n-3)(a(n-4)(\ldots\ldots\underset{n-(n-1)}{)}+M(n-1) \qquad (5)$$

15. Onde per aver subito il valore di $a(n)M(n)$, pongasi il prodotto

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}a(n-2)\underset{3..n-2}{(\ \ldots}\ \underset{n-1}{(}a2(a1a+1\underset{n-1}{)}+a\underset{\substack{n-2\\ n-m}}{)}+a1a+1\underset{\substack{n-3\\ n-(m+1)}}{)}$$

Al di là di questa $n-2^{ma}$ parentesi ritornano uniformemente, come quì avanti, le quantità che principiano nella serie ascendente delle parentesi: onde vale ancora in questo caso la regola del n.° 6, essendo quì m successivamente $=2, 3, 4, \ldots\ldots n-1$.

16. Perciò si formerà con somma facilità il valore di $(n)M(n)$ scrivendo la serie de' fattori quì sopra sino alla parentesi $\underset{n-2}{)}$, dopo la quale si scriveranno le quantità, che nella serie ascendente così cominciano, partendo dalla media, $a1a+1$, $a2(a1a+1)+a$, $a3(a2($ &c., $a4(a3($ &c., e che terminano alla parentesi precedente quella sotto cui si scrive la quantità in quistione.

17. Il valor di $M(n-1)$ è compreso fra le parentesi $\underset{2}{(}\qquad\underset{n-(n-2)}{)}$

del prodotto $a(n)M(n)$; giungendolo a questo si avrà il valore cercato di $M(n+1)$.

18. Ora ristringendo in poche parole, quanto ho sin quì esposto, onde formar si possano col libero moto della penna i valori generali di $M(n+1)$ ne' casi di $\frac{A}{B}$ maggiore e minore dell' unità, e del denominatore comune a questi due casi, dico, che basterà di scrivere a tale obbietto le quantità che occupano il sito di mezzo ne' mentovati valori, aggiungendovi quella che le segue, cioè

$$\left.\begin{array}{l} \text{Se } \frac{A}{B} > 1\text{, si scriverà } \underset{n-1}{(}a\,a+1\underset{n-1}{)}+a\underset{n-2}{)} \\ \text{Se } \frac{A}{B} < 1\text{, } \ldots\ldots\ldots \underset{n-3}{(}a3a2+1\underset{n-3}{)}+a2\underset{n-4}{)} \end{array}\right\}\text{ per i valori di } M(n+1)$$

E per il valore di $N(n+1)$, $\ldots\underset{n-2}{(}a2a1+1\underset{n-2}{)}+a1\underset{n-3}{)}$

Facendo precedere queste quantità medie da destra a sinistra, rispettivamente da

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}\ldots\ldots\underset{n-3}{(}a3\underset{n-2}{(}a2$$

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}\ldots\ldots\underset{n-5}{(}a5\underset{n-4}{(}a4$$

$$a(n)\underset{1}{(}a(n-1)\underset{2}{(}\ldots\ldots\underset{n-4}{(}a4\underset{n-3}{(}a3$$

Continuandole poi da sinistra a destra, scrivendovi successivamente dopo le parentesi $n-2$, ovvero $n-4$, ovvero $n-3$ le quantità terminate alla parentesi antecedente, e principianti nella serie ascendente sotto la parentesi segnata dallo stesso numero che affetta l'antecedente or mentovata, conformemente alla regola del n.° 6; i valori di $M(n-1)$, e $N(n-1)$ saranno contenuti fra le parentesi $\underset{2}{(}\quad\underset{n-(n-2)}{)}$ de' valori di $a(n)M(n)$, $a(n)N(n)$.

19. Parlerò ora brevemente delle equazioni indeterminate

del primo grado; la loro risoluzione dipende dal teorema seguente.

Dato un rotto irriducibile $\frac{B}{A}$, *si può sempre trovare un moltiplicatore* $M(n)$, *che renda* $BM(n)$, *multiplo di* A *col resto* ± 1.

Il quale non è che un corollario della nota proprietà di due frazioni qualunque consecutive, convergenti verso il valore di $\frac{A}{B}$ sviluppato in frazione continua; per es. di $\frac{M(n)}{N(n)}$, $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$ le quali danno generalmente

$$N(n)M(n+1) - M(n)N(n+1) = \pm 1$$

qualunque sia il numero intiero n; + ovvero —, secondo che il numero de' quoti a, $a1$, ... $a(n)$ della frazione continua eguale a $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$ è pari ovvero dispari, cioè

$$N(n)M(n+1) - M(n)N(n+1) = -(-1)^n \qquad (6)$$

Se di passaggio si volesse dimostrare l' equazione (6), col mezzo della presente notazione, si potrebbe ragionare così; per il calcolo delle derivazioni, la cui forza ha luogo in questo caso, attesa la legge costante di composizione de' valori qualunque $M(n)$, $N(n)$, contenuta nelle equazioni (2), provata tale equazione per due valori qualunque di n, corrispondenti al doppio segno $\pm$, essa rimarrà provata generalmente.

Pongansi quindi per n i due più semplici valori possibili, relativi al doppio segno, cioè sia $n = 0$, e $n = 1$, si avrà

$$No\,M1 - Mo\,N1 = -1$$

$$N1\,M2 - M1\,N2 = 1$$

E sostituendo in queste espressioni i valori di No, Mo, N1, N1, &c. dati ne' numeri (1, 10 e 14), esse diverranno

$$0.a - 1.1 = -1$$

$1(aa1+1)$

$$1(aa1+1) - aa1 = 1$$

20. Ritornando al teorema quì sopra enunciato, egli è chiaro, che se nella notazione de' termini della frazione $\frac{M(n+1)}{N(n+1)}$, si dà a n il più grande valore possibile, tale frazione, comprendente allora l' ultimo denominatore $a(n)$, (n. 10, e 14), è eguale alla data $\frac{A}{B}$; perciò $A = M(n+1)$, $B = N(n+1)$, e così si dimostrerà anche quì di passaggio con somma facilità il mentovato teorema, sostituendo nell' equazione (6) a $M(n+1)$, $N(n+1)$ i loro valori A e B, e quindi si avrà

$$N(n)A - M(n)B = -(-1)^n$$

d' onde $$\frac{M(n)B}{A} = N(n) + \frac{(-1)^n}{A} \qquad (7)$$

21. Sia di presente

$$ax \mp by = c \qquad (8)$$

l' equazione proposta indeterminata del primo grado; essendo a e b primi fra di loro; non essendo tali, e c non avendo comune con essi lo stesso divisore, la proposta è evidentemente irrisolubile.

Sia x l' indeterminata che ha il maggiore coefficiente, cioè sia $a > b$; si ha

$$x = \frac{c \pm by}{a}$$

E $$M(n)\frac{c \pm by}{a} = \frac{cM(n)}{a} \pm \frac{bM(n)y}{a} = \frac{cM(n)}{a} \pm N(n)y + \frac{(-1)^n y}{a} \quad (9).$$

Ora si sarebbe tentato di porre $\frac{cM(n) \pm (-1)^n y}{a}$ = ad un numero qualunque intiero e, giacchè egli sembra a prima vista che tale espressione sia la sola che in quella di x, lascierebbe una quantità che da per se non sarebbe un numero intiero; e in fatti, operando in questa guisa, si scioglierebrebbe la proposta ; ma il valore di y così ottenuto, e quindi quello di x, non sarebbero generalmente i più semplici possibili ; e la ragione *a priori* n'è , che il moltiplicatore $M(n)$, può rendere $\frac{cM(n)}{a}$ un numero frazionario , cioè può essere

$$\frac{cM(n)}{a} = c' + \frac{a'}{a} \cdot \qquad (10)$$

Allora $$M(n)\,\frac{c \pm by}{a} = c' + \frac{a'}{a} \pm N(n)y \pm \frac{(-1)^n y}{a}\,.$$

Ora pongasi la sola e più semplice frazione, che incontrar si possa nel valore di $M(n)\,\frac{c \pm by}{a}$, $= e$, cioè facciasi

$$\frac{a' \pm (-1)^n y}{a} = e$$

d' onde $(-1)^n y = ae \mp a'$

e facendo in modo, che qualunque sia n, pari o dispari, y resti sempre positivo, e raccogliendo ambi i casi in una sola espressione generale , si avrà

$$y = ae \mp (-1)^n a' ;$$

sostituito tale valore in quello di x, ed avvertendo che in virtù delle equazioni (7) e (10), si ha

$$c - (-1)^n a'b = (-1)^n a[bc' - cN(n)]$$

si otterrà $$x = \pm be + (-1)^n [bc' - cN(n)]$$

22. Quindi della proposta

$$ax \mp by = c$$

si ha la semplicissima soluzione

$$y = ae \mp (-1)^n a' \qquad (11)$$
$$x = \pm be + (-1)^n [bc' - cN(n)] \qquad (12).$$

I termini della frazione $\frac{M(n)}{N(n)}$, ch'è la penultima delle convergenti verso il valore di $\frac{a}{b}$, essendo noti per lo sviluppo di $\frac{a}{b}$ in frazione continua, ed i valori di a' e di c' per l'equazione (10) .

23.

23. Avanti di paragonare questa soluzione con quelle di *Eulero* (*a*) , *Lagrange* (*b*) e *le Gendre* (*c*) , piglio un esempio, cioè l' equazione

$$56x - 39y = -11$$

trattata da *Eulero* e *Lagrange* ne' luoghi citati .

Si ha $x = \frac{-11 + 39y}{56}$. $a = 56$, $b = 39$, $c = -11$. E

$$\frac{56}{39} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}}$$

$$a = 1, a1 = 2, a2 = 3, a3 = 2 ; n = 4 ; M4 = 23 ; N4 = 16 .$$

$$\frac{cM(n)}{a} = \frac{-11.23}{56} = -4 - \frac{29}{56}, a' = -29, c' = -4.$$

Dunque le formole (11) e (12) danno

$$y = 56e + 29$$
$$x = 39e + 20 .$$

Eulero e *Lagrange* trovano

$$y = 56e + 253$$
$$x = 39e + 176 .$$

Nella mia soluzione i più piccoli valori di x e di y si trovano subito col supporre ad e il minore valore possibile, atto a dare per x e per y, de' numeri intieri e positivi , cioè facendo $e = 0$, la dove nelle soluzioni de' sommi Geometri or or mentovati , bisogna fare $e = -4$, per avere i minori numeri $y = 29$, $x = 20$.

24. *Eulero* scioglie le equazioni in quistione , esaurendo successivamente colla divisione continua i coefficienti a e b, sinchè il coefficiente di y arrivi ad eguagliare l' unità; ed il suo metodo tradotto , per mezzo della notazione adottata precedentemente , in una espressione generale algebrica , conduce alla soluzione seguente della proposta ax

---

(*a*) Alg. Tom. 2.

(*b*) Addiz. all' Alg. di Eulero . Tom. cit.

(*c*) Essai sur la théorie des nombres §. 11.

$$ax \mp by = c$$

$$y = ae \mp (-1)^n cM(n) \qquad (13)$$

$$x = \pm be - (-1)^n cN(n) \qquad (14)$$

Onde i numeri $cM(n)$, $cN(n)$ essendo più grandi rispettivamente de' numeri a', $cN(n) - bc'$, le soluzioni (11) e (12) sono più semplici delle precedenti; nè si può temere che $cN(n)$ e bc' abbiano lo stesso segno, poichè i segni di c e c' sono i medesimi nell' equazione (10).

25. *Lagrange* dà la risoluzione dell' equazione $ax - by = c$, in due modi diversi; nel primo Egli fa vedere, che se ne fosse nota una sola soluzione, da questa se ne dedurrebbero tutte le altre possibili, e chiamando α e β i valori qualunque particolari che soddisfanno alla proposta, dimostra essere

$$y = ae + \beta$$

$$x = be + \alpha$$

Egli è chiaro che questi valori non sono generalmente così semplici come li (11) e (12), appunto perchè lasciano ignoti quelli di α e di β, per la cui determinazione, il citato Geometra prescrive de' limiti.

Nella seconda maniera, Egli fa dipendere la soluzione della proposta dall' equazione $ap - bq = \pm 1$, ov' egli suppone tacitamente $b > a$; ma avend' io supposto il contrario, questa equazione tradotta ne' segni adottati, viene espressa così $aN(n) - bM(n) = -(-1)^n$, ed il citato Geometra trova $y = \pm qc$, $x = \pm pc$, cioè $y = \pm cM(n)$, $x = \pm cN(n)$, e prendendo questi valori per α e per β, Egli ottiene da ultimo

$$y = ae \pm cM(n)$$

$$x = be \pm cN(n).$$

I quali valori ritornano a quelli dell' *Eulero*, e a quelli dati dal *le Gendre* nell' opera citata.

26. *Lagrange* avendo trovato per x e per y i valori particolari $\pm cN(n)$, $\pm cM(n)$, ha dovuto ricorrere al suo primo metodo, per ottenere, se non m' inganno, la soluzione generale; ora parmi di potere dimostrare *a priori*, che

quest' ultima non si dà, senza che ne esista prima una particolare; ciò che forma lo scopo del seguente

Teorema . *La soluzione generale delle equazioni indeterminate del primo grado , inchiude necessariamente una soluzione nota particolare , e questa è della generale il più semplice caso particolare , non escludendone , se fia bisogno, i risultati negativi .*

Perchè se nelle formole (11) e (12), facciasi $e = 0$, si avranno le soluzioni particolari $y = \mp (-1)^n a'$

$$x = -(-1)^n (cN(n) - bc') = \frac{c-(-1)^n a'b}{a} \qquad \text{N.° 21}$$

Cioè sostituiti questi valori nella proposta

$$ax \mp by = c$$

si ha in conseguenza

$$c - (-1)^n a'b + (-1)^n a'b = c.$$

27. Per i più piccoli valori di y e di x quì sopra rapportati, ho dovuto generalmente non escluderne i negativi; nientemeno si troverebbe in più casi, che le soluzioni in quistione danno i più piccoli valori assoluti; ma ne ometto il dettaglio per terminare questa troppo lunga Memoria .

DELL' OBLIQUITA' DELL' ECLITTICA.

MEMORIA

Di Giuseppe Piazzi.

Ricevuta il dì 29 del 1804.

Sebbene, in questi ultimi tempi principalmente, si sieno studiati gli Astronomi di determinare colla più scrupolosa esattezza la vera quantità dell' obliquità dell' Eclittica, ed il suo annuo decremento; rimane tuttavia qualche incertezza ancora su l' una e su l' altro. Io non so se questa possa essere tolta, in parte almeno, dalle mie Osservazioni: quali però esse siano, ardisco presentarle alla Società nostra, accompagnate dai risultati che ne ho dedotto.

Le mie osservazioni cominciano dal 1791; e come quelle degli anni 1791. 1792. e 1793 son già state pubblicate nell' opera della Specola Astronomica ec., non darò che le altre degli anni susseguenti, e di queste stesse le sole più prossime ai Solstizj, e su le quali ho tessuti i miei calcoli. Esse sono state fatte collo Stromento o Cerchio medesimo, e nella guisa istessa delle prime, volgendo cioè alternativamente le divisioni del Cerchio a Levante e a Ponente; onde avere per ogni osservazione l' errore particolare della linea di collimazione che gli corrisponde: nel che principalmente consiste il vantaggio del Cerchio sopra qualsisia miglior Quadrante.

§. 1.

Distanze del Sole dal Zenit nei Solstizj osservate in Palermo dall' anno 1794 *all' anno* 1803.

La lettera D (diretto) indica le osservazioni fatte colle divisioni rivolte a Levante, e la lettera I (inverso) quelle con le divisioni a Ponente. La semisomma di due consecutive, ciascuna delle quali sia ridotta al Solstizio, dà la distanza osservata dal medesimo. Il Barometro è in pollici Inglesi, e li due termometri su la scala di Farenheit.

Anni, Mesi, e Giorni	Barometro	Termometro		Lembo Inferiore	Lembo Superiore	
		Inter.	Ester.			
1794 Giugn. 15	29,84	73,5	70,3	15° 1' 25",0	14° 29' 43",7	I
16	29,83	75,0	73,0	14 59 27 ,0	27 46 ,5	D
17	29,81	76,1	72,0	57 24 ,0	25 40 ,7	I
19	29,67	76,2	77,5	55 16 ,0	23 38 ,5:	D
20	29,72	75,2	71,5	54 33 ,0	22 48 ,5	I
22	29,77	77,0	75,5	54 52 ,7	23 11 ,2	D
23	29,75	76,8	76,0	55 23 ,0	23 39 ,0	I
Dicembre 18	29,79	54,4	57,5	61 46 55 ,5	61 14 7 ,5	I
20	29,75	52,2	49,5	49 3 ,7	16 20 ,0:	D
24	29,54	51,2	56,3	47 24 ,0	14 41 ,5	D
1795 Dicem. 16	30,07	58,2	61,5	61 42 39 ,5	61 9 59 ,0	D
17	30,01	60,2	66,0	44 48 ,5	12 2 ,5	I
19	29,96	62,3	64,0	48 1 ,7	15 22 ,3	D
20	30,00	60,5	61,0	48 49 ,0	16 6 ,0	I
22	30.10	58,5	60,0	49 15 ,0	16 32 ,5	D
23	30,12	58,3	59,5	48 30 ,7	15 49 ,0	I
25	29,92	57,8	58,7	46 12 ,0	13 34 ,7	D
1796 Giugn. 18	30,11	74,7	72.6	14 55 31 ,3	14 23 49 ,7	D
19	30,10	75,2	74,8	54 57 ,3	23 10 .8	I
20	30,04	76,5	75,2	54 28 ,0	22 46 ,8	D
21	29,86	76,5	76,3	54 33 ,0	22 50 ,0	I

Anni, Mesi, e Giorni	Barometro	Termometro		Lembo Inferiore	Lembo Superiore	
		Inter.	Ester.			
1796 Giugn. 22	29,90	77,0	74,3	14°55′ 6″,4:	14° 23′21″,3:	D
23	29,94	75,0	71,5	55 57 ,8	24 12 ,5	I
24	29,94	74,2	72,5	57 17 ,0	25 40 ,0	D
Dicembre 18	29,97	54,5	60,5	61 48 1 ,0	61 15 20 ,5	I
19	29,78	58,5	62,5	48 30 ,3	15 48 ,7	D
21	29,77	57.5	59,5	49 34 ,7	16 53 ,0	I
22	29,84	57,0	61,0	48 35 ,3	15 56 ,6	D
23	29,78	58,0	62,0	48 14 ,5:	15 33 ,0:	I
25	29,60	59,5	64 0	44 35 ,5	11 56 ,0	D
26	29.49	62.7	69,5	42 45 ,0:	10 2 ,0:	I
28	29,83	62,5	64,0	36 11 ,0	3 31 ,7	D
1797 Giugn. 13	29,89	69,0	68,0	15 6 34 ,0	14 34 52 ,0	I
14	29,91	70,5	68,0	3 0 ,0	31 18 ,0	D
15	29,92	72,7	74,0	1 8 ,0	29 28 ,0	I
16	29,91	74,9	83,0	14 58 32 ,0	26 51 ,0	D
17	29,92	74,7	72,0	57 15 ,5	25 32 ,0	I
18	29,92	74,5	71,0	55 30 ,0	23 50 ,2	D
19	29,96	73,5	72,5	55 10 ,3	23 28 ,0	I
21	29,84	80,5	76,0	54 8 ,0	22 31 ,7	D
22	29,91	78,7	74,0	54 54 ,5	23 19 ,3	I
23	29,90	79,4	81,0	55 34 ,0	23 52 ,3	D
24	29.99	81,5	82,0	57 1 ,0	25 19 ,0	I
25	30,03	82,5	81,0	58 21 ,0	26 40 ,0	D
26	29,98	83,0	86,5	15 0 43 ,7	28 59 ,5	I
Dicembre 11	29,74	60,2	60.0	61 26 50 ,0	60 54 16 ,0	I
12	29,65	60.0	63.5	30 56 ,5.	58 25 ,0:	D
13	29,63	59,0	59 5	35 7 .5	61 2 29 ,5	I
14	29,63	59,3	59 0	38 17 ,0	5 36 ,0	D
16	29,94	57,0	58.0	44 5 ,3	11 25 ,5	I
18	29,99	56.5	57,0	47 11 ,5	14 40 ,5	D
19	29.99	56.8	55,0	48 40 ,0	16 4 ,0	I
21	29,95	54,8	56,0	. . . . .	16 31 ,0	D
1798 Giugn. 17	29,90	78,5	82,0	14 57 13 ,0	14 25 45 ,0	D

Anni , Mesi , e Giorni	Barometro	Termometro Inter.	Termometro Ester.	Lembo Inferiore	Lembo Superiore	
1798 Giugn. 18	29,95	79,0	78,0	14°56′ 0″,0	14°24′ 20″,5	I
19	29,90	78,7	78,0	54 56 ,5	23 18 ,0	D
20	29,87	77,2	77,0	54 37 ,0	23 0 ,0	I
21	29,74	77,5	76,5	54 12 ,0	22 34 ,0	D
22	29,85	77,2	75,5	54 48 ,0	23 8 ,0	I
23	30,04	76,0	75,5	55 11 ,5	. . . . .	D
24	29,98	75,5	72,0	56 39 ,0	24 54 ,0	I
25	29,85	75,6	72,0	57 49 ,0	26 13 ,0	D
26	29,80	74,3	72,0	15 0 4 ,3	28 22 ,0	I
1799 Giugn. 15	29.62	76,0	74,0	15 1 59 ,0	14 30 22 ,0	I
16	29,83	76.3	74,8	14 59 23 ,5	27 45 ,0	D
17	29,90	75,9	73,7	57 53 ,5	26 9 ,0	I
23	29,77	76,0	76,5	54 58 ,0	23 20 ,3	D
24	29,82	76,2	76,0	56 13 ,0	24 37 ,5	I
25	29,83	77,3	78,0	57 23 ,0	25 47 ,0	D
26	29,83	78,4	79,2	59 28 ,0	27 52 ,0	I
1800 Giugn. 16	29,84	74,5	71,5	14 59 53 ,0	14 28 14 ,5	D
17	29,87	74,3	71,0	58 12 ,5	26 28 ,0	I
18	29.92	73,3	70,5	56 20 ,0	24 43 ,0	D
19	29,86	73,0	74,4	55 27 .0	23 48 ,0	I
20	29,88	72,5	71,0	54 25 ,0:	22 48 ,0:	D
21	29,92	72,6	71,6	54 21 ,5	22 42 ,0	I
22	29,82	74,0	73,8	54 16 ,0	22 39 ,5	D
23	29,88	74,5	73,5	54 55 ,0	23 15 ,5	I
Dicembre 17	29,99	57,0	61,2	61 44 38 ,0	61 12 5 ,0	I
18	29,95	56,2	56,8	46 13 ,5	13 34 ,5	D
22	30,00	52,3	53,4	49 26 ,0	16 50 ,0	I
1801 Giugn. 17	29,84	72,5	72,5	14 58 35 ,0	14 27 1 .0	I
18	29,79	73,2	70,7	56 41 ,0	25 7 ,0	D
19	29,82	74,2	72,8	55 36 ,5	23 57 .0	I
20	29,86	74,0	71,0	54 34 ,0	22 59 0	D
21	29,89	75,0	73,2	54 25 ,0	22 45 .0	I
22	29,85	76,3	75,2	54 8 ,0	22 33 ,0	D

Anni, Mesi, e Giorni	Barometro	Termometro Inter.	Termometro Ester.	Lembo Inferiore	Lembo Superiore	
1801 Giugn. 23	29,87	76,8	75.4	14° 54′ 47″,0	14° 23′ 9″,0	I
24	29,85	77,4	75,5	55 20 ,0	23 49 ,0	D
(*) 1802 Dic. 20	29,82	55,8	58,6	61 48 38 ,0	61 16 1 ,5	I
1803 Giugn. 17	29.97	77.8	76,0	14 59 39 ,0	14 28 1 ,0	I
18	29.93	78,3	78,6	57 23 ,5	25 44 .0	D
19	29.78	78,2	76,0	56 21 ,0	24 39 ,5	I
20	29,85	79,2	77,2	55 0 ,0	23 21 ,0	D
21	29,92	80,0	77,0	54 45 ,0	23 2 ,0	I
22	29.91	79,9	77,0	54 8 ,5	22 28 ,0	D
23	29,70	79,0	75,3	54 43 ,5	23 3 ,0	I
24	29,71	77,0	70,5	54 57 ,0	23 18 ,5	D
25	29,90	74,7	72,3	56 22 ,5	24 44 ,0	I
26	30,04	74,4	71,5	57 32 ,0	25 53 ,0	D
Dicembre 11	29,89	50,8	52,0	61 19 30 ,0	60 46 50 ,5	D
13	29,84	55,4	58,8	29 22 ,0	56 37 ,0	I
16	29.51	61,5	66,2	40 1 ,5:	61 7 31 ,5:	D
18	29,78	62,6	63,0	45 12 ,0	12 31 ,5	I
19	29,84	61,0	65,2	46 48 ,0	14 8 ,0	D
20	29,86	63,4	67,8	48 24 0	15 46 ,0	I
22	29,89	60,8	59,3	49 32 ,0	16 50 ,0	I
23	29,97	60,0	61,3	49 9 ,5	16 30 ,5	D

§. 2.

(*) Nel Solstizio iemale del 1802, per cagion del tempo, non potei fare che questa sola osservazione: in essa l' errore della linea di collimazione cavato dalle Stelle è di —12′,05.

§. 2.

Obliquità dell' Eclittica dedotta dalle mie osservazioni Solstiziali dal 1791 al 1803.

Le osservazioni degli anni 1791-92-93 si erano da me calcolate supposta l'altezza del Polo 38° 6 44″: posteriori indagini mi fecero conoscere che dovea farsi 38° 6′ 45″,5. Con questa pertanto ho corrette le prime, e calcolate le altre. Ho fatto la Parallasse del Sole 8″,5; la Nutazione 19″.0, e la rifrazione a 61° 33′ dal Zenit 1′ 45′,3. Nella tavola seguente do i diversi risultati che si hanno dalle osservazioni di ciascun anno, così estive come iemali. La prima colonna contiene l'obliquità apparente, la seconda la media, la terza il numero delle osservazioni.

	Solstizj	estivi	n.° di	Solstizj	jemali	n.° di
anno	obliq. appar.	obliq. media	oss.	obliq. appar.	obliq. media	oss.
1791	. . . .	. . . .	. . .	23.°27′ 44″,26	23.°27 53″,64	2
2	23.°27′ 50″,16	23.°27′59″, 66	8	. . .	. . .	. . .
3	27. 50 ,82	27.59 , 71	5	27.43 , 57	27 51 , 77	8
4	27. 54 ,80	28. 2 , 13	5	27.45 ; 07	27.51 , 26	3
5	. . .	. . .	. . .	27.47 57	27.51 , 00	7
6	27. 56 ,07	27.57 , 97	7	27 52 , 17	27.52 , 46	8
7	27. 59 ,54	27.58 , 21	10	27.53 , 26	27.50 , 33	8
8	28. 3 ,09	27.58 , 77	9	. . .	. . .	. . .
9	28. 4 ,58	27.57 , 70	7	. . .	. . .	. . .
1800	28. 8 ,10	27.59 , 42	6	27.54 , 34	27.45 , 14	3
1	28. 8 ,75	27.59 , 30	8	. . .	. . .	. . .
2	. . .	. . .	. . .	27.58 , 8	27.50 , 1	1
3	28. 4 ,07	27.56 , 20	9	27.56 , 41	27.49 , 53	8

E perchè non resti alcun dubbio su la maniera come dalle mie osservazioni si ricavi l' errore della linea di collimazione e l'obliquità, soggiugnerò qui l' intiero calcolo del Solstizio jemale del 1803, a norma del quale sono stati fatti gli altri tutti. Nella quarta colonna chiamo temperatura vera quella che è indicata dal Barometro, e dalla semisomma dei termometri esteriore ed interiore.

Gior-

Giorni	Centro osservato del Sole	Riduzione al Solstizio	Rid. alla temp vera e alla rif. a 61.° 33′	Centro ridotto al Solstizio		Centro Corretto
11	61.° 3′ 10″, 25	+ 29′ 48″, 13	— 1″ 48	61° 32′ 56″, 90	D	61° 33′ 2″, 95
13	12.59 , 50	20. 12 , 00	— 2 , 50	33. 9, 00	I	33. 5 , 78
16	23.51 , 50	9. 15 , 61	— 4 , 56	33. 2, 55	D	33. 4, 71
18	28.51 , 75	4.17 , 83	— 2 , 91	33. 6, 67	I	33. 1 , 49
19	30.28 , 00	2.31 , 23	— 2 , 91	32. 56, 31	D	33. 5, 58
20	32. 5 , 00	1.12 , 87	— 3 , 01	33. 14 , 86	I	
22	33.11 , 00	0. 1 , 00	— 1 , 57	33. 14, 43	I	33. 5 , 38
23	32.50 , 00	0. 7 , 59	— 1 , 26	32. 56 , 33	D	

Medio 61. 33. 4, 31
Rifrazione media . . . . . + 1.45, 30
Parallasse del Sole . . . — 7, 70

61. 34.41 , 91
38. 6.45 , 50

Obliquità apparente . . . 23.27. 56 , 41
Nutazione . . . . — 6 , 88

Obliquità media . . . . 23.27. 49 , 53

§. 3.

Obliquità dell' Eclittica dedotta dalle osservazioni di Greenwich del Dottor Maskelyne dall' anno 1790 *al* 1799.

Le migliori osservazioni, per general consenso, riputate essendo quelle del Dottor Maskelyne, di esse ho voluto similmente giovarmi in questa mia Memoria: e ciò non solo per conoscere qual peso dar possa al mio travaglio, ma ad oggetto ancora di stabilire con più sicurezza la vera obliquità pel principio del secolo. Non ho potuto estendere i miei calcoli oltre l' anno 1799, mancandomi le osservazioni posteriori di quel valentissimo Astronomo.

Ann.

	Solstizj	estivi	n.° di oss.	Solstizj	jemali	n.° di oss.
Anno	Obliq. appar.	Obliq. media		Obliq. appar.	Obliq. media	
1790	23° 27′ 51″, 23	23° 27′ 58″, 73	4	23° 27′ 45″, 50	23° 27′ 53″, 88	3
1	27. 47 , 54	27. 56 , 56	2	27. 43 , 10	27. 52 , 36	3
2	27. 45 , 76	27. 55 , 26	3	27. 45 , 04	27. 54 , 38	2
3	27. 47 , 55	27. 56 , 44	3	27. 44 , 55	27. 52 , 15	4
4	27. 50 , 33	27. 57 , 63	4	27. 45 , 96	27. 53 , 23	4
5	27. 49 . 12	27. 54 , 02	2	27. 45 , 58	27. 49 , 00	3
6	27. 55 , 64	27. 57 , 54	2	27. 47 , 23	27. 47 , 54	3
7	27. 55 , 78	27. 54 , 45	4	27. 52 , 26	27. 49 , 33	3
8	27. 57 , 11	27. 52 , 79	4	27. 59 , 27	27. 53 , 56	3
9	28. 2 , 16	27. 55 , 28	4	27. 54 , 67	27. 46 , 80	4

§. 4.

Della differenza tra le due Obliquità che si hanno dai Solstizj estivi e jemali .

L' obliquità che risulta dalle mie osservazioni de' solstizj estivi è costantemente maggiore di quella che danno le osservazioni dei solstizj jemali . Lo stesso si vede nel paragrafo precedente, in cui son riportati i risultati dei solstizj di Greenwich . I celebri Slop a Pisa , Chiminello a Padova , Méchain e la Lande Nipote a Parigi han similmente trovato la medesima cosa . Egli si è pensato dal chiar. de la Lande , che ciò provenga dalla rifrazione Bradlejana , di cui generalmente sogliono valersi gli Astronomi nella riduzione delle loro osservazioni ; la quale , come giudica quel grande Astronomo , è un poco troppo picciola .

Che le rifrazioni del Bradley sieno alquanto inesatte si è detto da molti : nè può negarsi che nello stabilire la formola da cui esse dipendono , abbia egli forse avuta in maggior considerazione la semplicità ed eleganza, che il rigore della medesima , in quanto si ricava dall' eguale aumento di densità nei diversi strati di aria dal Zenit sino a 80.° dallo stesso . Ma considerate ancora senza alcun riguardo alla formola , pajono veramente un pò minori di quanto esser dovrebbero, supposta l'altezza del Barometro , e grado del Termometro secondo cui sono calcolate . La qual cosa , se vogliasi accordare qualche peso alle mie ricerche su questo punto, si rende assai chiara. Dopo aver stabilite le rifrazioni per quest' osservatorio (Lib. V. par. IV. della Specola Astron.) per mezzo degli Azimut e distanze dal zenit di diverse stelle, ho voluto ultimamente esaminare e ritessere i miei primi calcoli. Nel che fare mi sono avveduto che quelle domandavano qualche picciola correzione, e per avere impiegate osservazioni dipendenti da stelle, che quasi radevano le montagne, che giacciono a Settentrione e Mezzodì dell' osservatorio, e nelle quali in conseguenza potea benissimo accadere che alla rifrazione astronomica fosse congiunta la terrestre; e perchè dai metodi così degli angoli orarj come dagli Azimut, non si può sperare molta precisione. Mi sono quindi ristretto alle sole stelle circompolari, le di cui distanze dal zenit non fossero maggiori di 80.°, e da molte osservazioni di esse ne ho conchiuso per mezzo della nota formola del Simpson (Vedi la Lande, Astronomie. Liv. XII. §. 2211.) i valori di m ed n. Ho trovato $m = 0,9982639$, $n = 6,25781$, ed avendoli in varie guise esaminati e discussi, mi sono questi sembrati i più opportuni all'uopo. Le rifrazioni pertanto che risultano da questi valori, siccome le altre da me prima stabilite, tutte generalmente sono un poco maggiori delle Bradlejane, quando per l' opposto dovrebbero esser minori, se è vero che esse diminuiscono dal Polo all'Equatore, come pare non si possa dubitarne. A 74.° 50' dal Zenit, che per Greenwich è la distanza del Sole nel Solstizio d' inverno, si ha 3'.28".68, e supposto, per dir poco, 0, 03 di aumento per la differenza in Latitudine tra Palermo e Greenwich, sarebbe la rifrazione per quella Specola a 74.° 50' dal zenit 3'.34".95, maggiore di 7", 12 di quella che si dà dal Maskelyne per la stessa distanza.

Tutto ciò parrebbe quindi che fosse per appoggiare l' opinione del celebre de la Lande, e tanto maggiormente, che preso il medio delle differenze tra li dieci solstizj estivi e li corrispondenti jemali da me calcolati, esso differisce di ben po-

poco da quanto secondo me si dovrebbero aumentare le rifrazioni del Bradley. Ma ciò, a creder mio, è più tosto un puro caso, che una conseguenza della picciolezza delle rifrazioni suddette; poichè, preso un numero minore di confronti, la compensazione non ha più luogo: oltrecchè a molti altri solstizj osservati in altre Specole non può affatto adattarsi sì fatta correzione. I miei certamente non si possono per tal mezzo in alcun modo ravvicinare; e sebbene tra i diversi valori di m ed n, che si hanno dalle moltiplici mie osservazioni a 60.° 84.° e 86.° dal zenit, se ne incontrino due, cioè $n = 10$, ed $m = 0,99717$, i quali a 61.° 30.′ danno 1′. 47″; nè sì fatti valori, quantunque commodissimi per calcolare le rifrazioni prossimamente, son confermati da altri confronti, nè possono servire oltre li 86.°, nè in fine bastano a togliere la differenza che trovasi tra le due obliquità.

Non veggo per tanto come per mezzo della rifrazione, in quanto la sua correzione o riduzione di media in vera non si fa dipendere che dallo stato dell' Atmosfera indicato dall' altezza del Barometro, e grado del Termometro, si possa render ragione della differenza in questione. La medesima pare che assolutamente dipenda da una causa, che non influisce sensibilmente nè sul Barometro nè sul Termometro, e la quale non è nè costante nè regolare. In alcuni anni così nella tavola dei miei solstizj, come in quella del Maskelyne la differenza è picciolissima tra gli estivi e gli jemali; in altri giugne nei miei sino a 14″, ed in Maskelyne a 10″. Similmente dal Solstizio di un anno a quello dell'anno seguente si trovano talora dei salti, che non si possono assolutamente ascrivere ad errore su le rifrazioni medie, nè alla correzione indicata dal Barometro e Termometro. Questi stessi salti si trovano nelle osservazioni di un medesimo solstizio, come nelle mie del 1797, in cui la differenza estrema è di 5″, cosa che mai non si vede nei soltizj estivi. Nè ciò si osserva nelli solì solstizj di Palermo e Greenwich.

wich. In quelli osservati da Méchain, e paragonati cogli altri osservati da la Lande Nipote, vi sono parimenti dei salti. Io non ne ho degli altri da paragonarne insieme, ma non dubito che tutti debbano più o meno essere soggetti alle stesse ineguaglianze. E come nell' ultimo decennio del secolo passato si sono generalmente trovati i solstizj estivi maggiori degli jemali, in altri tempi forse si troveranno minori, come minori furono osservati in Parigi negli anni 1782, 83, e 84 dall' illustre Presidente della nostra Società, e minori ancora in Verona, negli anni 1787, 88, e 89. Il medio dei due solstizj che Egli osservò in Parigi è minore di 5'',6, ed il medio dei tre osservati in Verona è minore di 9''. (*Vedi Memorie della Società Italiana T. V.*). Nei solstizj di Greenwich del 1782, il solstizio di estate è minore di quello d' inverno di 3'',4, secondo i calcoli di Gerstner riportati dal Barone di Zach nell'introduzione alle sue Tavole Solari pag. 53. Niente di meno la cagione di tale ineguaglianza non dee cercarsi altrove che nell' atmosfera. In essa, a parer mio, in dati tempi più che in altri, e s' introducono, e si svolgono delle sostanze, le quali senza punto alterare il peso e calore della medesima, ne alterano però assai sensibilmente le rifrazioni. Di sì fatte cagioni se ne possono accennare diverse, ma l'elettricità mi pare la sola, che meriti di essere in particolar modo considerata, come quella da cui possa realmente dipendere l'ineguaglianza di cui si tratta. Sono venuto in quest' opinione messo principalmente dalle osservazioni di parecchie distanze dal zenit di diverse stelle vicine all' Orizzonte, le quali, fatte in tempi e di forte sirocco e di forte mezzogiorno, replicate, essendo l' aere tranquillo, e ridotte le une e le altre alla temperatura media, si trovarono costantemente tra loro discordi, quelle cioè col sirocco e mezzogiorno sempre un poco maggiori delle altre, della qual cosa si può vederne un saggio nell' opera mia *Della Specola Astronomica* ec. (Lib. IV. §. XVIII.) ove scorgesi che da 53° a 70° del zenit l' eccesso so delle prime su le seconde è di 3′ in 4″. Se pertanto li venti di sirocco e mezzogiorno in Palermo sopraccaricano l'atmosfera di materia elettrica, siccome più volte me ne sono accertato con la macchina, pare si possa inferirne, che le distanze osservate dal zenit debbano aumentare aumentando la materia elettrica, e diminuire quando essa diminuisce. Ora nei solstizj d' Inverno così in Italia come in Francia, in Inghilterra, e generalmente quasi in tutta l' Europa il tempo (ora più ora meno) è sempre umido e piovoso, e quindi l' atmosfera spogliata in parte del fluido elettrico, che in uno stato medio suole essa contenere. Le distanze dal zenit nei solstizj d' Inverno si osserveranno quindi un poco minori di quanto esser dovrebbero rispetto all' altezza del Barometro, e grado del Termometro pel momento dell'osservazioni. E siccome non accade mai che nei medesimi tempi dell' anno si abbia lo stesso stato del Cielo, ma vi si notano sempre non picciole ineguaglianze nell' inverno principalmente, così egli è agevole ad intendersi perchè le obliquità che si hanno dai solstizj jemali siano tanto tra loro diverse, generalmente minori dell' estive, ma talvolta anche maggiori. E quì si noti, che il medio delle differenze tra un gran numero di solstizj estivi ed i corrispondenti jemali, siccome hanno osservato più Astronomi, è di + 4″ circa, quanto a un di presso si ha dalle mie osservazioni dei 17 Aprile 1792 sopraccitate, tra le distanze osservate, essendo l' aere saturato di fluido elettrico ed il medesimo nel suo stato medio. Io però non insisterò maggiormente su questa congettura, bastandomi di averla indicata, perchè gli Astronomi possano chiamarla ad esame, unendo alle loro osservazioni quelle dell'elettricità atmosferica, siccome io mi son proposto di fare. Intanto, qualunque sia la vera causa di questo fenomeno, ei si rende chiaro abbastanza, che non vi è da contare nè tanto nè poco su l'obliquità dedotta dai solstizj jemali, e che nel determinarne la quantità non dee farsi caso che degli

gli estivi, come oggigiorno suol praticare il maggior numero degli Astronomi.

Un Astronomo, con cui sono in corrispondenza, mi scrive, che diminuendo di un secondo l'altezza del Polo del suo osservatorio, ed aumentando di una cosetta le rifrazioni del Bradley, le sue osservazioni, così estive come jemali, danno lo stesso risultato. Quantunque però io abbia per lui la più alta stima, in questa parte non so approvare quanto egli propone. Per ravvicinare le mie osservazioni, non avrei che a ritenere per altezza del Polo 38.° 6'. 44", come da principio stabilii. Ma toccare ad una quantità ben stabilita per accordarne altre insieme, non egualmente sicure, ella è cosa che non sarò mai per fare. Se una volta si cominci ad usare di simili mezzi termini, non vi saranno più osservazioni, per quanto siano disparate, che non si possano uguagliare.

§. 5.

Dei solstizj di Palermo e Greenwich insieme paragonati.

I solstizj così estivi come jemali di Palermo danno costantemente un' obliquità maggiore di quella che si ha dai corrispondenti di Greenwich: l' eccesso è di 3" circa. Nel considerare sì fatta differenza dubitai da principio di qualche errore nella tessitura dei calcoli, e li rifeci nuovamente: temetti di poi che l' errore della linea di collimazione, stabilito dal Maskelyne su le osservazioni dell' anno 1787 di + 6", non si conservasse lo stesso per gli anni susseguenti; ma non avendo trovato nel Maskelyne nè stelle da cui dedurlo, nè avvertenza alcuna, vano giudicai il mio timore. Intanto cercando onde ciò mai potesse avvenire, mi cadde sotto gli occhi il tomo della Conoscenza dei tempi di Parigi per l' anno XII. Vidi in esso che i solstizj jemali degli anni 1792 e 1793 si accordano quasi al secondo con quelli da me dedotti per gli anni medesimi dalle osservazioni di Greenwich; per l' oppoposto gli estivi similmente osservati a Parigi differiscono dai corrispondenti di Greenwich di 3″, siccome i miei. Mi parve allora che non si potesse più mettere in dubbio, quanto più volte ha notato il chiar. de la Lande, cioè che in alcune divisioni del Murale di Greenwich vi sieno degli errori di 3″ in 4″ (1). Se così è, li miei risultati ricevono una conferma da quei di Greenwich, ai quali sarebbero quindi uguali: e quando pure non così facilmente si volesse ammettere il supposto errore delle divisioni, il solo dubbio è una ragion bastante perchè io non debba toccare alle quantità, che si hanno dalle mie osservazioni.

---

(1) Questo errore medesimo pare confermato dai movimenti proprj di parecchie delle 36 stelle di questo celebre Astronomo. Supposto l'errore di 3″ da sottrarsi dalle distanze dal zenit, da esso lui osservate, i movimenti che risultano dalle sue declinazioni, da quelle del Mayer e di la Caille, comparate colle mie, sono prossimamente d'accordo; mentre senza questa correzione, quei delle stelle boreali differiscono in —, e quelli delle australi in +. Non debbo però tacere che l' obliquità stabilita dal Maskelyne pel 1769 non è punto favorevole a sì fatta ipotesi. Paragonando la medesima coll' altra da me trovata colle ultime osservazioni di Greenwich, si avrebbe per la diminuzione secolare 51″, 39; e 41″, 7 aumentando la seconda di 3″, senza toccare alla prima. Ora così le prime come le ultime osservazioni furono fatte collo stesso Murale. Perciò l' errore delle divisioni dovrebbe essere lo stesso, così nelle une che nelle altre. Vero si è, che nel 1772 fu cambiato l'oggettivo del Cannocchiale del Quadrante, all' antico avendo sostituito il Dollond un eccellente Acromatico, e furono similmente mutati i fili, i quali erano troppo grossi, ed altre picciole rettificazioni e correzioni vennero praticate negli anni susseguenti. Non sarebbe pertanto cosa strana, che nelle osservazioni solari, nelle quali non così facilmente puossi ottenere somma precisione ed esattezza, avanti il 1772 gli errori dalle divisioni rimanessero compensati da altri, cagionati e dalla soverchia grossezza del filo, e dall' imperfezione della lente oggettiva. Si aggiunga, che avendo il Maskelyne stabilita la sua obliquità pel 1769 sulle osservazioni dal 1765 al 1772, quelle degli anni 1765-66-67 danno obliquità costantemente minori di 3″ delle altre degli anni susseguenti. Malgrado pertanto la difficoltà che risulta dal confronto delle due obliquità, il sospetto di errore nelle divisioni del Quadrante di Greenwich, rivolto a mezzodì, non è spregevole.

§. 6.

Della correzione della Nutazione dipendente dal Perigeo Lunare.

La Nutazione dell' asse terrestre cagionata essendo dall' azione della Luna sulla parte più elevata della terra, facilmente s' intende, che essa non dee solo dipendere dal luogo del Nodo, ma da quello ancora del Perigeo. La qual cosa conobbe benissimo il Bradley, e seco lui gli altri Astronomi; ma generalmente giudicarono, che sì fatta circostanza sì poco influisse su la nutazione, che non fosse affatto da tenerne conto. Altrimenti giudicò il P. Ximenes, il quale fidando, forse più che non conveniva, su certe sue osservazioni fatte allo Gnomone Fiorentino, si persuase che nel calcolo della nutazione si dovesse introdurre il luogo del Perigeo. Calcolò quindi questa picciola equazione, la quale trovò nel suo massimo di 2″ circa, additiva all' equazione proveniente dal nodo, quando il medesimo ed il Perigeo sono nei segni boreali, sottrattiva quando l' uno è nei segni boreali e l' altro negli australi. (*Vedi Memorie della Società Italiana T. II. par.* 1.) Mi è pertanto parso bene di esaminare se dai solstizj sopra riportati niente si possa conchiudere in favore o contro l' accennata ipotesi dello Ximenes. A questo fine gli ho ridotti al 1800, supponendo l' annuo decremento di 0″, 42, indi vi ho applicata la correzione dello Ximenes, come siegue.

Obliquità medie ridotte al 1800.

Anni	Dai solstizj estivi di Palermo		Dai solstizj estivi di Greenwich	
	secondo Bradley	Secondo Ximenes	Secondo Bradley	Secondo Ximenes
1790	. . . . .	. . . . .	23° 27′ 54″, 43	23° 27′ 54″, 64
1	. . . . .	. . . . .	27. 52, 69	27. 54, 16
2	23° 27′ 56″, 22	23° 27′ 58″, 17	27. 51, 82	27. 53, 77
3	27. 56, 70	27. 57, 53	27. 53, 43	27. 54, 26
4	27. 59, 55	27. 59, 55	27. 57, 66	27. 57, 66
5	. . . .	. . . .	27. 51, 87	27. 51, 40
6	27. 56, 25	27. 54, 29	27. 55, 82	27. 53, 86
7	27. 56, 92	27. 55, 48	27. 53, 16	27. 51, 72
8	27. 57, 91	27. 57, 70	27. 51, 93	27. 51, 72
9	27. 57, 27	27. 57, 65	27. 54, 85	27. 55, 23
1800	27. 59, 42	28. 1, 09	. . . .	. . . .
1	27. 59, 43	28. 1, 60	. . . .	. . . .
2	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
3	27. 57, 49	27. 57, 45	. . . .	. . . .

Dall' ispezione delle mie diverse obliquità egli si vede. 1.° Che esse son più di accordo calcolate secondo Bradley che secondo Ximenes. 2.° Negli anni 1792 e 1801, nei quali le correzioni dello Ximenes sono vicine al massimo, ed entrambe aumentano l' obliquità, i risultati differiscono a un dipresso della somma delle correzioni; lo stesso si osserva nei risultati degli anni 1792, e 97 tra loro paragonati. Non prendo in considerazione l' anno 1796, come quello, in cui le osservazioni lasciano generalmente l'incertezza di 3″ circa, cosa già da me notata nell' opera *Stellarum inerrantium-positiones mediae*. Dalle osservazioni di Greenwich degli anni 1791 e 92 paragonati coll' anno 1797 similmente si scorge, che la correzione dello Ximenes non è affatto confermata, differendo le medesime di 2″ circa, poco meno della somma delle due correzioni. Come però su le osservazioni può benissimo esservi l' errore di due e di tre secondi, ed il numero degli anni non è sì grande, che possa rendere insensibile un tale errore, non si potrebbe quindi inferirne che la correzione proposta dallo Ximenes fosse assolutamente erronea, quando per altra parte il Geometra La Place non avesse dimostrato nella sua Meccanica Celeste, che la longitudine del Perigeo Lunare non produce alcun effetto sensibile.

§. 7.

Dell' obliquità media dell' Eclittica per il 1800.

Avendo nei §.§. precedenti fatto abbastanza chiaro 1.° Che non si dee tener conto dell' obliquità dedotta dai solstizj jemali. 2.° Che la differenza di 3″ circa tra i miei risultati e quei di Greenwich non pregiudica alle mie osservazioni. 3.° Che la correzione dello Ximenes non può aver luogo; credo potermi sicuramente valere dei miei soli solstizj estivi per stabilire la vera quantità media dell' obliquità pel 1800. Dall' anno 1792 al 1803 son stati da me osservati dieci solstizj; ed escludendo quelli del 1794 e 1796 per esser soggetti a qualche incertezza rispetto all'errore della linea di collimazione, ne rimangono otto, dei quali farò uso solamente. Essi pertanto ridotti al 1800, supposto, come sopra, l'annuo decremento di 0″,42, danno i seguenti valori . . . 23° 27′ 56″,22
56 ,70
56 ,92
57 ,91
57 ,27
59 ,42
59 ,43
57 ,49

Obliquità media per il 1800 . . . . 23.27.57 ,66
Secondo le tavole di la Lande . . . . . 23.27 52 ,90

Correzione alle tavole . . . . + 4 ,76

§. 8.

Annuo decremento dell' obliquità.

A determinare simili variazioni le osservazioni più lontane sono generalmente le migliori. Se però si rifletta su l' incer-

certezza, che lasciano le obliquità in diversi tempi dagli antichi stabilite, senza eccettuarne gli stessi Flamstedio e Dom. Cassini, si dovrà convenire, che le più sicure dalle quali si possa partire son quelle, che ci hanno dato nel 1750 Bradley e la Caille, e nel 1756 Tobia Mayer. Ritrovò il Bradley 23.° 28′. 18″, la Caille 23.° 28′. 19″, e Mayer 23.° 28′. 16″: se con queste si paragoni quella da me fissata pel 1800, cioè 23.° 27′. 57″, 7, si avranno per l' annuo decremento dell'obliquità li seguenti valori . . . dal Bradley . . . 0,406
da la Caille . . . 0,426
da Mayer . . . 0,416

Medio 0,416

Qualunque però possa essere la confidenza, che a giusta ragione dobbiamo riporre nei travagli di questi sommi Astronomi, non possono essere così certi i loro risultati, che su di essi non si debba ragionevolmente temere l' errore di 2″ in 3″ almeno, lo che darebbe 4″ in 6″ sulla diminuzione secolare. Nè soverchio parrà questo mio timore, se per un momento si consideri e la natura delle osservazioni solari, le più difficili, per quanto almeno io provo alla giornata, a farsi con esattezza; e lo stato dell' Astronomia strumentale ai tempi dei sopra lodati Astronomi; e finalmente le non picciole differenze che ci offrono le diverse obliquità, che riportate si vedono nelle migliori effemeridi dei dì nostri. Non è quindi a creder mio da tenersi in gran conto quel valore, se per altra parte non venga confermato e stabilito. Alla qual cosa opportunissimo io giudico l' annuo movimento diretto del punto di Ariete su l' Eclittica; movimento che mi lusingo di avere determinato con bastante precisione per mezzo della precessione in longitudine, che ho dedotto dalle mie declinazioni comparate con quelle del Mayer, e dalla precessione similmente in longitudine, che il Chiarissimo Astronomo di Vienna, l' Ab. Francesco di Paola Triesneker, con molta sagacità ha ricavato, com-

parando le longitudini osservate dal Barone di Zach con quelle del Mayer e di la Caille. Dalle mie declinazioni risulta la precessione in longitudine . . . . . 50'', 2550
e dalle longitudini del Bar. di Zach (Ephem. Vindob. 1804. pag. 372) 50, 0982

quindi il movimento diretto del punto di Ariete su l'eclittica 0, 1568
dal quale si ha per la diminuzione secolare dell' obliquità 42', 2: (1) valore prossimamente uguale al precedente, al quale dà in conseguenza il peso maggiore che possa desiderarsi.

§. 9.

Valore della Nutazione dell'asse terrestre, passando il nodo lunare con moto retrogrado dal principio di Libra al principio di Ariete.

Nel solstizio del 1792 il nodo Lunare aveva oltre-passato il segno di Libra di 0, 003 solamente, e l' equazione non differiva dalla massima che di 0, 006; nel 1801 mancavano al nodo per giugnere in Ariete 0, 014, e l' equazione boreale era, come nel primo caso, prossimamente uguale

---

(1) Dal movimento diretto del punto di Ariete di 15'', 68 in un secolo, ne ho dedotto la diminuzione secolare dell' obliquità = 42'', 37; supponendo che si conservi prossimamente costante la ragione che dà il chiar. de Lalande (edizione terza della sua Astronomia) tra la diminuzione secolare dell' obliquità, ed il prodotto della sua tangente nell' avanzamento secondo l'ordine dei segni del punto di Ariete, cagionata dall' azione dei pianeti, le masse dei quali si dovranno quindi proporzionalmente correggere. Se avessi impiegata la ragione di 56'', 34 a 7'', 69 che si ha dalle formole del celebre Lagrange, la diminuzione secolare dell' obliquità diverrebbe 49'', 87, che certamente non pare possa aver luogo. Ha pertanto il prefato la Lande assai fondatamente diminuita la massa di Venere, supposta da Lagrange; la quale dee diminuirsi ancora, se vogliasi che le teorie siano d' accordo colle osservazioni.

alla massima. Pertanto nel 1792 l' obliquità fu da me osservata . . . . 23° 27′. 50″, 16
e nel 1801 . . . . 23 28. 8 , 75

differenza . . . . 18 , 59
per la diminuzione annua . . . + 3 , 86

onde la Nutazione . . . . 22 , 45

Questo valore risulta maggiore di 4″, 45 secondo Bradley , e di 3″,45 secondo Ximenes ; ma un solo confronto può benissimo lasciare il dubbio di 3″ in 4″. In fatti se in vece di prendere le osservazioni isolate dei due solstizj , dall' obliquità stabilita per il 1800 , si ricavino le corrispondenti agli anni 1792 e 1801 , si avrà

1792 . . . . 23° 27′. 51″, 63
1801 . . . . 23 28. 6 , 73

differenza . . . . 15 , 10
per la diminuzione annua . . . + 3 , 86

Onde il valore della nutazione da Libra in Ariete . . . 18, 96. Il sin qui detto egli è quanto mi è parso , che si potesse immediatamente conchiudere dalle mie osservazioni solstiziali intorno all' Obliquità .

NUOVE CONSIDERAZIONI

SU DI ALCUNE SINGOLARI PROPRIETA' DE' COEFFICIENTI DELLA NOTA FORMOLA DEL BINOMIO NEWTONIANO

Di Gioachino Pessuti.

Ricevute il dì 1 *Febbrajo* 1804.

PARTE I.

L' edifizio ora sì imponente dell' Algebra ed Analisi, di cui avean gittate prime pietre, dopo *Diofanto* e gli Arabi, i coraggiosi italiani *Leonardo da Pisa* e *Luca Pacioli*, crebbe poi rapidamente, intorno all' epoca del risorgimento delle Lettere, per i lodevoli sforzi e la nobil gara delle più colte nazioni di Europa, che in ogni ramo di scibile si adoperarono allora così felicemente, ed in questo soprattutto, che quasi nuovo ed intatto offriva un sì ricco e largo campo alle loro dotte speculazioni. Ma accadde in quel primo fervore ciò che era pur naturale che accadesse, vale a dire, che que' primi coltivatori maggior impegno mostrassero nell' accozzare quanti più materiali poteano per il nuovo edifizio, che nel ripulirli, ed ordinarli. Difatti le prime nuove verità che si scoprirono nella nuova Scienza non furono che parziali, isolate e piuttosto travedute che dimostrate; le soluzioni de' nuovi problemi non si presentarono per lo più che empiricamente, ed attorniate alcune volte da paradossi inesplicabili; e molti de' più bei teoremi analitici non ebber da principio altro fondamento che una plausibile ma non mai intieramente convincente induzione. Per rammentarne tra' molti alcuni soltanto de' più noti esempj, basterà di ricordadare la prima soluzione delle equazioni cubiche date da *Cardano*, o piuttosto da *Tartaglia*, e l' annesso paradosso del così detto *caso irreducibile*; il teorema comunemente attribuito ad *Harriot* intorno al numero delle radici positive e negative delle equazioni che le hanno tutte reali, teorema, che si rimase senza dimostrazione sino a che un secolo e mezzo dopo la sua scoperta, fu per la prima volta rigorosamente dimostrato da *de Gua* e *Segner*: e scendendo a tempi migliori e a noi più vicini, ne' quali per altro regnava ancora in gran parte il medesimo spirito, che animò la prima epoca della Scienza, chi non sa che la celebre formola del *Binomio Newtoniano* estesa a qualunque esponente, la quale può riguardarsi a buon diritto come la prima pietra angolare di tutto l' immenso edifizio analitico, avanti che i posteriori geometri prendessero a dimostrarla, non posò che sopra di una semplice induzione; e che l' istesso calcolo detto *infinitesimale*, che fu poi la primaria chiave che aprì i tesori del Sistema del mondo e di tutta la scienza della natura, non ebbe che labili incerti e sempre contrastati fondamenti, sino a che *d' Alembert* colla teoria de' *limiti*, ed ultimamente *Lagrange* con quella delle *funzioni analitiche*, non lo resero inconcusso, e la medesima evidenza gli conciliarono della più pura Analisi, e della più elementare geometria.

Grazie dunque e lodi infinite si debbono ai grandi Geometri dell' età nostra, perchè nel mentre che a gara si studiarono d' innalzare e dilatare la Scienza al di là de' confini che sembravan prescritti all' umano ingegno, non isdegnarono di diligentemente esaminare allo stesso tempo il lavoro già fatto per lo passato, e quello cercarono di perfezionare e compire in tutti i suoi rapporti, e di assicurarlo sopra la più salda base. Se non è dato a tutti d' imitare i loro sublimi voli e i quasi sovraumani sforzi del loro genio creatore, possono però molti e quasi tutti lodevolmente seguire le loro luminose tracce, nel ripulire e dilucidare i ritrovati che già si posseggono, supplendo a qualche piccola mancanza de' medesimi, o semplicizzandone l' evoluzione e la dimostrazione. L' argomento di questa mia breve Memoria si aggirerà appunto intorno ad alcuni teoremi, i quali benchè vi si presentino naturalmente dalla considerazione del più semplice caso della succennata formola del *Binomio Newtoniano*, pure o non sono stati sinora avvertiti, o certamente non sono stati sinora debitamente dimostrati. Ognun sa che *Clairaut Eulero*, *Moivre*, *Condorcet* ed altri sommi Geometri han fatto oggetto delle loro sublimi speculazioni questa medesima formola, sia per darne la dimostrazione *a priori*, e massime nel caso che l' esponente sia negativo, frazionario, irrazionale o immaginario, sia per dedurne la forma del termine generale di una qualunque potenza di diverse specie di polinomj, sia per altre egualmente sublimi e difficili applicazioni. Ma siccome diceva, queste mie considerazioni, e i teoremi di cui parlo, non si riferiscono che al caso più semplice della suddetta formola, cioè quello, in cui l' esponente n della potenza a cui si vuole innalzare il binomio $a \pm b$, sia un numero intiero e positivo.

E primieramente egli è noto che in questo caso, siccome tutti gli altri si ha $(a+b)^n = a^n + na^{n-1}.b + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} a^{n-2}.b^2 + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} a^{n-3} b^3 + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4} a^{n-4} b^4$ ec., interrompendosi e terminando nel nostro caso la formola dopo un numero di termini $n+1$, cioè quando tra' fattori de' numeratori de' coefficienti de' successivi termini incomincia a trovarvisi $n-n'=0$. L' espressione generale del termine $m.^{sim.}$ dopo il primo a^n è, come è chiaro
$\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}\ldots\overline{n-m+1}}{1.2.3\ldots\ldots m} a^{n-m} b^m$, ed $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}\ldots\overline{n-m+1}}{1.2.3\ldots\ldots m}$ quella del suo coefficiente. Ora ognun sa altresì che questo coef-

coefficiente comparisce sempre sotto la forma di numero intiero, tutte le volte che n sia numero intiero e positivo, ch' è appunto il caso che stiamo considerando. Quindi ne risulta un elegante teorema, il quale rinchiude una singolare proprietà de' numeri, e che può enunciarsi così: *incominciando da qualunque numero se si prenderanno nella serie de' numeri naturali quanti numeri consecutivi si vorranno, il prodotto di tutti questi numeri sarà sempre divisibile per il prodotto di altrettanti numeri consecutivi presi nella medesima serie de' numeri naturali, incominciando da* 1. Così per es. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43 ec. sarà divisibile per 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7 ec. Ora io intendo appunto di dimostrare in primo luogo questa singolare proprietà de' numeri, che per quanto posso ricordarmi, non mi è mai avvenuto di vedere in verun autore, non che dimostrata, ma neppure rilevata ed accennata.

Prima però di passare a questo, debbo farmi carico dell' obbiezione che taluno potrebbe farmi, cioè che io perdo il tempo e l' opera nel cercare questa dimostrazione, giacchè essa trovasi bella e fatta nella formola stessa Newtoniana. Imperocchè nel caso di n numero intiero e positivo, la potenza $(a+b)^n$ si può ottenere moltiplicando $a+b$ successivamente e quante volte occorre per se medesima; onde siccome così operando non possono mai nascere rotti, e i coefficienti debbono venire sempre intieri, ne risulta perciò che debbano essere anche intieri questi medesimi coefficienti dati dalla formola Newtoniana, cioè

$$\frac{n\,.\,\overline{n-1}}{1\,.\,2},\ \frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}}{1\,.\,2\,.\,3},\ \frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4},$$ ed in genere

$$\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,m},$$ ch' è l' espressione generale di tutti. Potrebbe anche aggiugnersi esser notissimo dalla teoria delle combinazioni che i medesimi coefficienti della formola Newtoniana

$$\frac{n\,.\,\overline{n-1}}{1\,.\,2},\ \frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}}{1\,.\,2\,.\,3}\ \ldots\ \frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\ldots\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots m}$$

esprimono il numero delle diverse combinazioni che si possono fare di n cose a due per due, a tre per tre . . . ad m per m; onde essendo certo che il numero di queste combinazioni non può esser mai frazionario, diviene altresì certo anche per quest' altra via, che i medesimi coefficienti della formola Newtoniana non possono esser mai numeri rotti. Potrebbe infine venire in mente essere i medesimi coefficienti n, $\frac{n\,.\,\overline{n-1}}{1\,.\,2}$, $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}}{1\,.\,2\,.\,3}$ ec. i termini generali de' numeri figurati naturali, triangolari, piramidali ec., ond' essendo sempre questi numeri intieri, perchè nascon da somme di numeri intieri, tali dovranno perciò essere ancora i coefficienti della formola Newtoniana.

Ma tutto questo volontieri accordando, spero che in contraccambio mi si vorrà anche accordare che il succennato teorema, benchè implicitamente contenuto nella formola Newtoniana, non era stato però da altri esplicitamente enunciato, siccome da noi si è fatto; che la proprietà de' numeri che ne forma il soggetto, e che in esso si enuncia, sembrava meritarsi di essere a parte rilevata e notata; che questa proprietà de' detti numeri niuna relazione ha nè colle potenze del Binomio, nè colla teoria delle combinazioni, o con quelle de' numeri figurati, e ad essi appartiene indipendentemente da tutte queste estranee considerazioni; e che però non sembra naturale che se ne debba ripetere la dimostrazione da questi remoti ed indiretti principj, ma che piuttosto direttamente e per così dire intuitivamente, dall' indole stessa de' numeri che ne formano il soggetto, possa, anzi debba essa derivarsi. E questo appunto è ciò che ora io intendo di fare, studiandomi così, per quanto le mie deboli forze il permettono, di promuovere e ravvivare quest' amena e sottile parte dell' Analisi, che dopo *Diofanto* e *Fermat*, i sommi Geometri de' nostri tempi *Eulero*, *Lagrange*, *le Gendre* non isdegnarono di coltivare.

Incominciamo dal vedere la verità del teorema ne' casi più semplici, per quindi passare più speditamente alla dimostrazione generale di esso.

Dico dunque I.° Che $\frac{n\,.\,\overline{n-1}}{1\,.\,2}$ sarà sempre un numero intiero, cioè che qualunque sia n, il prodotto $n\,.\,\overline{n-1}$ sarà sempre divisibile per $1\,.\,2$ ossia per 2. Infatti essendo n ed $n-1$ due numeri consecutivi, uno di essi sarà certamente numero pari ossia divisibile per 2, epperò anche il loro prodotto $n\,.\,\overline{n-1}$ sarà parimenti divisibile per 2.

Dico II.° che $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}}{1\,.\,2\,.\,3}$ sarà sempre ancor esso un numero intiero, e per dimostrarlo basterà dimostrare che de' tre fattori del numeratore n, $n-1$, $n-2$, almeno uno certamente sarà divisibile per 2, ed un altro o il medesimo sarà divisibile per 3. Che ve ne debba essere almeno uno divisibile per 2, si dimostrerà come nel caso precedente. Riguardo al divisore 3, o n è un multiplo di 3 per es. $3p$, e la cosa è dimostrata; o non è n un multiplo di 3, ed allora o sarà della forma $3p+1$, ovvero della forma $3p+2$; nell'uno e nell' altro caso o $n-1$, o $n-2$ sarà $=3p$, cioè sarà divisibile per 3.

Dico III.° che sarà sempre parimenti un numero intiero $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}$; poichè di quattro numeri consecutivi, quali sono n, $n-1$, $n-2$, $n-3$, ve ne debbono essere due pari cioè divisibili per 2, ed uno di essi dev' esser anche divisibile per 4, perchè di due numeri pari consecutivi se uno è un multiplo dispari di 2, quello che lo precede e quello che siegue dev' esser un multiplo pari del 2, cioè divisibile per 4. Si dimostrerà poi come nel precedente caso che de' quattro fattori n, $n-1$, $n-2$, $n-3$ del numeratore, uno almeno dovrà esser divisibile per 3 ; e però ec.

Dico IV.° che sarà pure un numero intiero $\frac{n \,.\, \overline{n-1} \,.\, \overline{n-2} \,.\, \overline{n-3} \,.\, \overline{n-4}}{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5}$. Dopo dimostrati i casi precedenti, per dimostrare questo nuovo caso basterà dimostrare, com'è chiaro, che de' cinque fattori del numeratore uno almeno dovrà esservene divisibile per il numero primo 5. Ora ciò si dimostrerà come al Caso II.° si è dimostrato per il 3. Imperocchè o n è un multiplo del 5, per es. $5p$, e la cosa è evidente, o non è n un multiplo di 5, e allora sarà di una delle seguenti quattro forme $5p+1$, $5p+2$, $5p+3$, $5p+4$, e qualunque di queste forme abbia luogo, uno de' quattro fattori $n-1$, $n-2$, $n-3$, $n-4$ consecutivi ad n sarà $=5p$, cioè divisibile per 5.

Giova spesso in questo genere di ricerche, per rendere generali le dimostrazioni, di farle dipendere dall' esame de' casi più semplici, che si suppongono verificati o facili a verificarsi. *Fermat* fu il primo a far uso di questo metodo nel dimostrare che l' area di un triangolo rettangolo, i cui lati sieno espressi in numeri intieri, non può mai eguagliare un quadrato, e di questo medesimo metodo servissi poi felicemente l' *Eulero* per dimostrare diversi eleganti teoremi del medesimo *Fermat*, rimasti sin' allora senza dimostrazione, come per. es. che la somma o differenza di due cubi non può mai essere un cubo, nè doppia di un cubo, se i primi cubi sieno ineguali, che la somma di due biquadrati non può mai essere eguale ad un quadrato, che nessun numero triangolare, eccetto l' 1 può eguagliare un cubo ec. Lo spirito delle dimostrazioni di queste proposizioni negative consiste nel far vedere, che se ciò che si niega fosse vero ne' maggiori numeri, dovrebbe anch' esser vero ne' più piccoli, ne' quali il contrario è evidente. Noi pertanto al contrario farem vedere, che se il nostro teorema positivo è vero, siccome abbiam dimostrato esser vero ne' casi più semplici, cioè per un piccolo numero di fattori, dovrà essere anche vero per un numero di fattori quanto si voglia più grande. Per ottener questo, e render così generale la nostra dimostrazione basterà che dimostriamo, che se il teorema è vero per un dato qualunque numero di fattori, desso sarà necessariamente ancor vero, aggiungendo un nuovo consecutivo fattore tanto al numeratore che al denominatore; dappoichè ripetendo quante volte sarà necessario la medesima dimostrazione, si potranno sempre aggiugner nuovi fattori al numeratore e al denominatore in qualunque numero, e la verità del teorema diverrà generale.

Supponghiamo pertanto che siasi già verificato e dimostrato il teorema per un numero m di fattori, cioè supponghiamo esser già certo dover esser sempre un numero intiero $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,m}$; convien dimostrare che aggiugnendo un nuovo consecutivo fattore tanto al numeratore che al denominatore, dovrà anch' esser sempre un numero intiero $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,m+1}$. Due casi distingueremo, cioè il primo, che il nuovo fattore $m+1$ che si aggiunge al denominatore sia un numero primo che chiameremo p, ed il secondo, che il suddetto nuovo fattore aggiunto al denominatore non sia un numero primo, ma bensì il prodotto di due o più numeri primi che rappresenteremo per $pgrs$ ec.

Nel primo caso dimostreremo primieramente, come l'abbiam già fatto per il 3 e per il 5, ch' essendo p il numero de' fattori tanto del numeratore che del denominatore dell' espressione $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,m+1}$, dovrà tra' primi trovarsene immancabilmente uno divisibile per p. Imperocchè se non è n un multiplo di p per es. tp, nel qual caso la cosa è per se stessa evidente, sarà necessariamente n di una delle seguenti forme $tp+1$, $tp+2$, $tp+3$ ec. sino a $tp+p-1$, epperò tra' seguenti fattori del numeratore $n-1$, $n-2$, $n-3$ ..... $n-m$, cioè $n-1$, $n-2$, $n-3$ .... $n-p+1$, uno certamente ve ne sarà $=tp$, cioè divisibile per p. Ora questo divisore p del numeratore dell' espressione $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,\ldots\ldots\,\overline{n-m}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,\ldots\,.\,\overline{m+1}}$ supponendo che appartenga a qualcuno de' fattori del numeratore dell' espressione precedente $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,\ldots\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,\ldots\ldots\,m}$, allorchè questa riducasi a forma intiera, siccome si suppone potervisi ridurre, dovrà sempre rimanervi, dappoichè i fattori del denominatore $1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,\ldots\ldots\,m$ di quest' espressione e i loro componenti sono tutti minori del numero primo $m+1$ o p. Quindi allorchè essa riducesi a forma intiera, dovrà prender la forma Np, intendendo per N un qualunque numero intiero; e in conseguenza l' espressione seguente e risultante dall' aggiunta di un nuovo fattore al suo numeratore e al suo denominatore potrà esser messa sotto la forma $\frac{Np\,.\,\overline{n-m}}{m+1} = \frac{Np\,.\,\overline{n-m}}{p} = N\,.\,\overline{n-m}$, cioè potrà ridursi a forma di numero intiero, siccome dovea dimostrarsi.

Che se il divisore p del numeratore dell' espressione $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,\ldots\ldots\,\overline{n-m}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,\ldots\,.\,\overline{m+1}}$ appartenga all' ultimo fattore $n-m$ del numeratore, cosicchè questo possa esser rappresensentato da tp, allora chiamando N il numero intiero a cui riducesi l' espressione precedente $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,m}$, coll' aggiunta di un nuovo consecutivo fattore al numeratore e al denominatore, si avrà $\frac{\mathrm{N}tp}{m+1} = \frac{\mathrm{N}tp}{p} = \mathrm{N}t$, cioè un numero intiero come prima.

Passiamo ora al secondo caso, che il nuovo fattore $m+1$ aggiunto al denominatore, in vece di essere un numero primo, sia il prodotto di due o più numeri primi. Sia per es. il prodotto di due numeri pq. Nel denominatore adunque della nuova espressione $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,pq}$ vi sarà un numero q di multipli di p, ed un numero p di multipli di q, e lo stesso sarà pure del numeratore; poichè essendo pq il numero de' fattori del numeratore, siccome abbiam poc' anzi provato che allorchè è p il numero di questi fattori, uno certamente dev' esservene divisibile per p, così potrà egualmente provarsi ch' essendo pq, ve ne dovranno esser q divisibili per p, e p divisibili per q. Ma nel denominatore dell' espressione precedente $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,m}$ ossia $\frac{n\,.\,\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}\,.\,\overline{n-3}\,.\,.\,.\,.\,\overline{n-m+1}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,.\,.\,.\,.\,pq-1}$ non vi possono essere che $q-1$ multipli di p, e $p-1$ multipli di q, dappoichè il seguente fattore pq è il $q^{.\text{simo}}$ multiplo di p, ed il $p^{.\text{simo}}$ multiplo di q. Supponendo adunque che tutti i q multipli di p, e tutti i p multipli di q, che debbon trovarsi tra' fattori del numeratore dell' espressione

$\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}\cdot\overline{n-3}\cdot\ldots\cdot\overline{n-m}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot\overline{m+1}}$ appartengano ai fattori del numeratore dell’ espressione precedente $\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}\cdot\overline{n-3}\cdot\ldots\cdot\overline{n-m+1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot m}$, siccome nel suo denominatore non vi sono che $q-1$ multipli di p, e $p-1$ multipli di q, allorchè essa ridurrassi a forma intiera, dovrà comparire sotto la forma Npq, e però l’ espressione seguente e risultante dall’ aggiunta di un nuovo fattore nel numeratore e nel denominatore sarà $\frac{Npq\cdot\overline{n-m}}{m+1} = \frac{Npq\cdot\overline{n-m}}{pq} = N\cdot\overline{n-m}$, cioè potrà mettersi sotto forma intiera ancor essa, siccome volea dimostrarsi.

Che se uno dei q divisori eguali a p, ed uno dei p divisori eguali a q appartenga all’ ultimo fattore $n-m$ del numeratore di $\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}\cdot\overline{n-3}\ldots\overline{n-m}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot\overline{m+1}}$, cosicchè questo fattore sia $= tpq$, allora chiamando N l’ intiero a cui riducesi l’ espressione $\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}\cdot\overline{n-3}\ldots\overline{n-m+1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\ldots m}$, coll’ aggiunta di un nuovo fattore al numeratore e al denominatore si avrà la seguente espressione $\frac{N\cdot\overline{n-m}}{m+1} = \frac{Ntpq}{pq} = Nt$, cioè sotto forma di numero intiero, come prima.

E similmente se supporrassi che uno solo de’ q divisori eguali a p, o dei p divisori eguali a q appartenga ad $n-m$, per es. che gli appartenga solamente p, e che però sia $= tp$, allora vi saranno $q-1$ divisori eguali a p, e p divisori eguali a q nel numeratore dell’ espressione $\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}\cdot\overline{n-3}\cdot\cdot\overline{n-m+1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\ldots m}$, onde siccome il suo denominatore non ha che $q-1$ divisori eguali a p e $p-1$ divisori eguali a q, allorchè quest' espressione riducesi a forma intiera, potrà rappresentarsi per Nq. Coll' aggiunta adunque di un nuovo fattore al suo numeratore e al suo denominatore, essa diverrà $\frac{Nq.\overline{n-m}}{m+1} = \frac{Nq.tp}{pq} = Nt$, cioè sarà riducibile ad un intiero, siccome in tutti gli altri casi.

Ora a noi sembra che debba facilmente vedersi come possa estendersi il medesimo discorso al caso, che il numero fattore $m+1$ del denominatore sia il prodotto di tre, di quattro ec. numeri primi, e rendersi così generale la dimostrazione del teorema enunciato. Infatti supponendosi che $m+1$ sia il prodotto di tre numeri primi pqr, si dimostrerà come prima che tanto il numeratore quanto il denominatore dell' espressione $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}\ldots\overline{n-m}}{1.2.3.4\ldots\overline{m+1}}$ dovrà avere pq divisori eguali ad r, pr divisori eguali a q, e qr divisori eguali a p; mentre il denominatore dell' espressione precedente $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}\ldots\overline{n-m+1}}{1.2.3.4\ldots m}$ non potrà avere che $pq-1$ divisori eguali ad r, $pr-1$ divisori eguali a q, e $qr-1$ divisori eguali a p. Se dunque i pq divisori eguali ad r, i pr divisori eguali a q, e i qr divisori eguali a p del numeratore dell' espressione $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}\ldots\overline{n-m}}{1.2.3.4\ldots\overline{m+1}}$ appartengano tutti al numeratore della preced. $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}\ldots\overline{n-m+1}}{1.2.3.4\ldots m}$, allorchè questa riducesi ad una forma intiera, dovrà ritenere un fattore r, un fattore q, ed un fattore p, e comparire perciò sotto la forma $Npqr$; e però aggiugnendo un nuovo fattore al numeratore e al denominatore; onde passare all'espressione seguente, si avrà $\frac{\mathrm{N}pqr.\overline{n-m}}{m+1} = \frac{\mathrm{N}pqr.\overline{n-m}}{pqr} = \mathrm{N}.\overline{n-m}$, cioè anche quest' espressione sarà intiera, se lo è, come si suppone, la precedente. Che se uno de' detti divisori per es. p appartenga al nuovo fattore $n-m$ del numeratore, che però potrà farsi $= tp$, allora l' espressione precedente ridotta a forma intiera, dovrà sempre per le ragioni dette ritenere un fattore q ed un fattore r, e comparire sotto la forma $\mathrm{N}qr$; onde aggiugnendo il nuovo fattore al numeratore e al denominatore, l' espressione seguente sarà $\frac{\mathrm{N}qr.\overline{n-m}}{m+1} = \frac{\mathrm{N}qr\,tp}{pqr} = \mathrm{N}t$, cioè potrà mettersi sotto forma d' intiero, come prima. E similmente se il nuovo fattore $n-m$ del numeratore ne contenga due de' suddetti divisori, per es. pq, cosicchè possa farsi $= tpq$, l' espressione precedente ridotta a forma intiera dovrà sempre ritenere il terzo fattore r, e comparire sotto la forma $\mathrm{N}r$, onde coll' aggiunta del nuovo fattore al numeratore e al denominatore, si avrà $\frac{\mathrm{N}r.\overline{n-m}}{m+1} = \frac{\mathrm{N}r.tpq}{pqr} = \mathrm{N}t$, come prima. Finalmente se $n-m$ conterrà tutti tre i divisori p, q, r, e sarà però $= tpqr$, chiamando N l' intiero a cui riducesi l' espressione precedente, sarà pure intiera l' espressione seguente, poichè sarà

$$\frac{\mathrm{N}.\overline{n-m}}{m+1} = \frac{\mathrm{N}tpqr}{pqr} = \mathrm{N}t.$$

L' istesso discorso vorrà tenersi per il caso che il nuovo fattore $m+1$ aggiunto al denominatore sia il prodotto di quattro numeri primi; ed ognuno deve ora facilmente vedere come esso è veramente generale, ed estendesi a qualunque

que caso, che il suddetto nuovo fattore risulti dalla moltiplicazione di quanti si vorranno numeri primi. Rimane dunque pienamente, e generalmente dimostrato il teorema quì sopra enunciato, cioè che *moltiplicandosi quanti numeri consecutivi si vorranno presi nella serie de' numeri naturali, il loro prodotto sarà sempre divisibile per il prodotto di altrettanti numeri consecutivi presi nella medesima serie de' numeri naturali incominciando da* 1. La dimostrazione che ne abbiam dato è stata dedotta, siccome appunto si conveniva ad una proprietà generale de' numeri, dalla considerazione medesima ed analisi de' numeri che ne formano il soggetto, ed è affatto indipendente da ogni estranea ed indiretta considerazione di binomio Newtoniano, di teoria di combinazioni, di numeri figurati ec. Insistiamo sopra questo, perchè crediamo che per i maggiori e più rapidi progressi della Geometria ed Analisi, molto importi appunto di cercar sempre delle verità a queste scienze appartenenti, le dimostrazioni le più naturali e le più semplici, e quelle che direttamente nascono dalla considerazione analitica del soggetto; poichè altrimenti facendo, non si ha mai nelle mani il filo analitico della ricerca, e le verità di cui si tratta, dimostrate così a stento e per oblique vie, prendono l' aspetto di verità empiriche ritrovate a caso, e si rimangono quindi lungamente sterili ed isolate.

Nè io quì temo che vi sia chi mi dica esservi pur troppo nella Geometria ed Analisi molte verità di natura loro isolate ed oziose, e che quella che si enuncia nel nostro teorema sembra appunto essere una di queste. Noi crediamo al contrario, e siamo intimamente persuasi che le verità del medesimo ordine e del medesimo genere tutte tra loro si collegano con indissolubil catena, e che tutte nascono da altre verità, siccome altre ne partoriscono, e che se a noi sembrano alcune volte isolate e sterili, ciò deve unicamente attribuirsi alla nostra ignoranza e corta veduta, che non ne discerne e penetra i nessi e le relazioni. Le proprietà delle curve coniche dimostrate da Apollonio si rimasero per circa duemil' anni affatto oziose, e non furono che oggetto di pura geometrica curiosità, sino a che Galileo vi edificò sopra la Scienza de' projettili, e Newton il sistema del Mondo. Quindi il nostro teorema stesso, almeno nella teoria de' numeri a cui appartiene, dovrà avere i suoi usi e le sue applicazioni.

Per darne una pruova, mi piace appunto di accennare la dimostrazione che da questo teorema si può dedurre di un altro nobile teorema di *Fermat*, risguardante una singolare proprietà de' numeri primi. Il teorema è questo: *Essendo* p *un numero primo, ed* N *un qualunque numero non divisibile per* p, *la potenza* p—1 *di* N *diminuita dell' unità, cioè* $N^{p-1}-1$ *sarà sempre divisibile per* p: dimostreremo prima un altro teorema, di cui questo di *Fermat* non sarà che un immediato corollario, cioè che *essendo* p *un numero primo, ed* N *un qualunque numero, sarà sempre* $N^p - N$ *divisibile per* p. Ora ecco come questo teorema per mezzo del nostro potrà agevolmente dimostrarsi. Se $N = 1$, la verità del teorema è per se stessa manifesta, poichè si avrà evidentemente $1^p - 1$ cioè 0 divisibile per qualunque numero p, essendo il quoziente parimenti 0. Quindi se in luogo di 1 scriveremo $2-1$, dovrà esser parimenti divisibile per p l'espressione $(2-1)^p - 1$. Ora la potenza $(2-1)^p$ essendo sviluppata colla nota formola del Binomio, darà una serie di termini, il primo de' quali sarà 2^p, l' ultimo -1^p cioè -1 per esser p numero primo e in conseguenza dispari (1), e tutti i termini ni intermedj saranno separatamente divisibili per p. Imperocchè questi termini saranno, siccome è noto, le potenze $p-1$, $p-2$ ec. del primo termine 2 del Binomio moltiplicate per i coefficienti $-\frac{p}{1}$, $\frac{p.\overline{p-1}}{1.2}$, $-\frac{p.\overline{p-1}.\overline{p-2}}{1.2.3.}$, $\frac{p.\overline{p-1}\,\overline{p-2}.\overline{p-3}}{1.2.3.4}$ ec., e l' espressione generale del termine $m.^{simo}$ dopo il primo sarà $\pm\frac{p.\overline{p-1}.\overline{p-2}.\overline{p-3}..\overline{p-m+1}}{1.2.3.4...m}2^{p-m}$, nella quale sarà sempre $m<p$. Ma per il teorema da noi dimostrato l'espressione generale $\frac{p.\overline{p-1}\,\overline{p-2}.\overline{p-3}..\overline{p-m+1}}{1.2..3.4...m}$ dei coefficienti di questi termini intermedj dev' esser sempre un numero intiero, cioè dev' esser sempre $p.\overline{p-1}.\overline{p-2}....\overline{p-m+1}$ divisibile per 1.2.3..... m, ed essendo $m<p$, e non potendo p come numero primo risultare dalla moltiplicazione di numeri compresi tra 1 ed m, il fattore p, allorchè dividerassi, siccome si può, $p.\overline{p-1}.\overline{p-2}...\overline{p-m+1}$ per 1.2.3...m, non potrà sparire e dovrà rimanervi. Dunque tutti i termini intermedj, fuori che il primo e l' ultimo della potenza $(2-1)^p$, allorchè si ridurranno a forma intiera, siccome è possibile di ridurveli, tutti rimarranno multipli di p, cioè divisibili per p; onde dovendo esser, come si è detto, $(2-1)^p-1$ divisibile per p, ommettendo tutti i termini intermedj della potenza $(2-1)^p$ i quali sono per sestessi divisibili per p, e ritenendo soltanto il primo e l' ultimo cioè 2^p-1, dovrà essere anche divisibile per p l' espressione 2^p-1-1, cioè 2^p-2.

---

(1) Se p sia 2, ch' è il solo numero primo il quale sia pari, la dimostrazione divien facilissima, dappoichè N^2 sarà pari o dispari secondo che sarà pari o dispari N, onde $N^2 - N$ sarà o la differenza di due numeri pari o la differenza di due numeri dispari, cioè sarà sempre un numero pari, e in conseguenza sempre divisibile per 2.

Dall' esser dunque 1^p-1 divisibile per p ne abbiam dedotto che debba esser divisibile per p anche 2^p-2. Ora nell' istessa guisa dall'essere 2^p-2 divisibile per p, ne dedurremo che debba esser divisibile per p anche 3^p-3. Imperocchè mettendo 2^p-2 sotto la forma $(3-1)^p-2$, farem vedere co-

come prima, che sviluppando la potenza $(3-1)^p$ tutti i termini intermedj, fuori del primo e dell' ultimo 3^p-1, sono separatamente divisibili per p, onde ommettendo questi termini intermedj, e ritenendo solamente il primo e l' ultimo, se 2^p-2, cioe $(3-1)^p-2$ è divisibile per p, anche 3^p-1-2 cioè 3^p-3 dovrà essere divisibile per p.

Dall' esser 3^p-3 divisibile per p, se ne dedurrà ora col medesimo raziocinio che dovrà esser divisibile per p anche 4^p-4, è quindi anche 5^p-5, e così procedendo di mano in mano, si giugnerà finalmente a provare che dovrà esser divisibile per p anche N^p-N, qualunque sia il numero N; ch' era appunto il teorema che ci eravamo proposti di dimostrare.

Che se si supporrà che il numero proposto N non sia divisibile per p, mettendo N^p-N sotto la forma $N(N^{p-1}-1)$, siccome il numero primo p non è risolubile in fattori, e dee dividere $N(N^{p-1}-1)$, non dividendo il fattore N di questo prodotto, dovrà di necessità dividere l' altro fattore $N^{p-1}-1$; ch' è appunto il teorema di *Fermat* quì sopra enunciato.

II.ª PARTE.

La dimostrazione delle proprietà che ci presentano i coefficienti della potenza n del Binomio $a \pm b$, allorchè n è intiero e positivo, ci ha naturalmente condotti alla considerazione di un' altra singolare proprietà de' medesimi coefficienti, allorchè essi vengono rispettivamente moltiplicati per le potenze m de' termini di una qualunque progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d$ . . . $c+nd$. La somma di tutti questi prodotti si trova sempre $=0$, tutte le volte che sia $m<n$, ed il Binomio sia $a-b$; ed essendo $m=$ ovvero $>n$ per il Binomio $a-b$, ed in tutti i casi per il Binomio $a+b$, la somma de' detti prodotti con una semplicissima e generale formola potrà sempre assegnarsi. La dimostrazione di questi teoremi, i quali sono di grandissimo uso nella teoria delle differenze finite, ed in quella de' numeri primi, risulterà naturalmente dalla risoluzione del seguente :

PROBLEMA. Determinare la somma de' prodotti de' coefficienti della potenza n *del Binomio* a ± *b rispettivamente moltiplicati per le potenze* m *de' termini di una qualunque progressione aritmetica* c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d \ldots \ldots \ldots c+nd$.

Sia primieramente $m=0$, e però le potenze m de' termini della progressione aritmetica tutte eguali ad 1 : si tratterà dunque di trovare la somma de' coefficienti medesimi di $(a \pm b)^n$, cioè la somma di $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} +$ ec., la qual somma è evidentemente $=(1 \pm 1)^n$.

Sia ora $m=1$, e dovrà allora trovarsi la somma de' prodotti de' coefficienti $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} +$ ec. rispettivamente moltiplicati per $c, c+d, c+2d, c+3d \ldots \ldots c+nd$. Ora la parte di questi prodotti moltiplicata per c darà evidentemente $c\left[1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} + \text{ec.}\right] = c(1 \pm 1)^n$; e l'altra nascente dalla rispettiva moltiplicazione per $0.d$, $1.d$, $2\,d$, $3.d \ldots\ldots n.d$ darà colla stessa evidenza una somma $= \pm nd\left[0 + 1 \pm \overline{n-1} + \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2} \pm \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3} + \text{ec.}\right] = \pm nd(1 \pm 1)^{n-1}$. Sarà dunque la cercata somma $=$

$$\overset{(A)}{c\left[1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} + \text{ec.}\right]} \pm \overset{(B)}{nd\left[0 + 1 \pm \overline{n-1} + \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2} \pm \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3} + \text{ec.}\right]} = c(1 \pm 1)^n \pm nd(1 \pm 1)^{n-1}.$$

Per passare ora al caso di $m=2$, bisognerà di nuovo moltiplicare tanto (A) che (B) termine per termine per i termini della progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d \ldots c+nd$, ed è evidente che di nuovo per il caso precedente tanto (A) che (B) darà ciascuno due serie di termini, cioè (A) darà

$$c^2\left[1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \overset{(C)}{\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4} + \text{ec.}\right]$$

$$\pm cnd\left[0 + 1 \pm \overline{n-1} + \overset{(D)}{\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2}} \pm \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3} + \text{ec.}\right];$$

e (B) darà $+ nd(c+d)\left[0 + 1 \pm \overline{n-1} + \overset{(E)}{\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2}} \pm \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3} + \text{ec.}\right] + n(n-1)d^2\left[0+0+1 \pm \overline{n-2} + \overset{(F)}{\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2}} \pm \frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2.3} + \text{ec.}\right]$. Imperocchè non essendo (A) che $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} + \text{ec.}$ moltiplicato per c, da (A) debbono nascere le medesime due serie di termini moltiplicati per c, che sono nate da $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} + \text{ec.}$ Riguardo a (B) la serie de' termini ch' esso presenta, differisce da $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} + \text{ec.}$ nell' esser moltiplicata per $\pm nd$, nell' aver o per primo termine, ed $n-1$ in vece di n; onde moltiplicando questa serie per i rispettivi termini della progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d \ldots c+nd$, ne nasceranno due serie analoghe ad (A) e (B), scrivendo cioè in questa $n-1$ in-

in vece di n, $c+d$ in vece di c perchè il primo termine 1 di $0+1\pm\overline{n-1}+\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2}+$ ec. fattore di (B) è moltiplicato per $c+d$, e moltiplicando poi tutto per $\pm nd$.

Sarà dunque finalmente la somma de' prodotti de' coefficienti $1\pm n+\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}\pm\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}+$ ec. moltiplicati rispettivamente per i quadrati de' termini della progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d$ . . . $c+nd$, eguale a (C) + (D) + (E) + (F), cioè riunendo in una somma i termini simili (D) ed (E) e chiamando questa somma (G) si avrà per la somma de' suddetti prodotti

$$c^2\left[1\pm n+\overset{(C)}{\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}}\pm\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}+\text{ec.}\right]\pm(c+c+d)nd\left[0+1\pm\overset{(G)}{\overline{n-1}}+\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2}\pm\text{ec.}\right]+n.(n-1)d^2\left[0+0+1\pm\overset{(F)}{\overline{n-2}}+\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2}\pm\text{ec.}\right]=c^2(1\pm1)^n\pm(c+c+d)nd(1\pm1)^{n-1}+n(n-1)d^2(1\pm1)^{n-2}.$$

Ora all' istesso modo per passare al caso di $m=3$, siccome bisognerà moltiplicare i termini di ciascuna delle tre serie (C), (G), (F), rispettivamente per quei della progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d$ . . . . $c+nd$, si dimostrerà come nel caso precedente che ciascuna delle dette tre serie due dovrà somministrarne, cioè (C) le due

$$c^3\left[1\pm n+\overset{(H)}{\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}}\pm\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}+\text{ec.}\right]\pm c^2nd\left[0+1\pm n-1+\overset{(I)}{\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2}}\pm\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3}+\text{ec.}\right];$$

(G) le due

(K)

$$\pm(c+c+d)(c+d)nd\left[0+1\pm\overline{n-1}+\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]$$

(L)

$$+(c+c+d).n(n-1)d^2\left[0+0+1\pm\overline{n-2}+\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right];$$

ed (F) le due

(M)

$$n(n-1)d^2(c+2d)\left[0+0+1\pm\overline{n-2}+\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]\pm$$

(N)

$$n(n-1)(n-2)d^3\left[0+0+0+1\pm\overline{n-3}+\frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]$$

Raccogliendo adunque in due somme i termini simili (I) e (K), ed i termini parimenti simili (L) ed (M), e chiamando queste due somme (O) e (P), si avrà la somma de' prodotti de' coefficienti del Binomio $(a\pm b)^n$ rispettivamente moltiplicati per le terze potenze dei termini della progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d$ . . . . $c+nd$, eguale ad (H) + (O) + (P) + (N), cioè eguale a

(H)

$$c^3\left[1\pm n+\frac{n\,.\,\overline{n-1}}{1\,.\,2}\pm\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1\,.\,2\,.\,3}+\text{ec.}\right]\pm(c^2+c.\overline{c+d}+$$

(O)

$$\overline{c+d}^2)nd\left[0+1\pm\overline{n-1}+\frac{\overline{n-1}\,.\,\overline{n-2}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]+$$

(P)

$$(c+c+d+c+2d)n.\overline{n-1}.d^2\left[0+0+1\pm\overline{n-2}+\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]\pm$$

(N)

$$n(n-1)(n-2)d^3\left[0+0+0+1\pm\overline{n-3}+\frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1\,.\,2}\pm\text{ec.}\right]=c^3(1\pm1)^n$$

$\pm(c^2+c.\overline{c+d}+\overline{c+d}^2)nd(1\pm1)^{n-1}+(c+c+d+c+2d)\,n(n-1)d^2$ $(1\pm1)^{n-2}\pm n(n-1)(n-2)d^3(1\pm1)^{n-3}$.

Dall' attento esame dello sviluppo di questi pochi casi sarà agevole di dedurre l'andamento, e la composizione della formola generale esprimente la somma de' prodotti de' coefficienti di $(a\pm b)^n$ rispettivamente moltiplicati per le potenze m de' termini di qualunque progressione aritmetica $c, c+d$, $c+2d$, $c+3d$ . . . . . $c+nd$. Imperocchè egli è evidente che questa somma sarà sempre composta di $m+1$ termini rispettivamente moltiplicati per $(1\pm1)^n$, $(1\pm1)^{n-1}$, $(1\pm1)^{n-2}$ . . . . $(1\pm1)^{n-m}$, e i di cui coefficienti saranno del primo $+c^m$; del secondo $\pm nd$ moltiplicato per la somma di tutti i prodotti di $m-1$ dimensioni, che si posson formare coi primi due termini c, $c+d$ della progressione ripetendo qualunque de' due quante volte si vuole; del terzo $+n(n-1)d^2$ moltiplicato colla somma di tutti i prodotti di $m-2$ dimensioni che posson nascere dai primi tre termini della progressione c, $c+d$, $c+2d$, ripetuti come prima quante volte si vuole; e così di mano in mano sino all' ultimo che sarà naturalmente $\pm n(n-1)(n-2)(n-3)$ . . . . . . $(n-m+1)d^m(1\pm1)^{n-m}$.

Si avrà dunque generalmente la somma de' prodotti de' coefficienti $1\pm n+\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}\pm\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}+$ ec. del Binomio $(a\pm b)^n$ rispettivamente moltiplicati per c^m, $(c+d)^m$, $(c+2d)^m$, $(c+3d)^m$ . . . $(c+nd)^m$, espressa nel seguente modo $c^m(1\pm1)^n\pm[c^{m-1}+c^{m-2}.(c+d)+c^{m-3}.(c+d)^2 \ldots\ldots +(c+d)^{m-1}]$ $nd(1\pm1)^{n-1}+[c^{m-2}+c^{m-3}.(c+d)\ldots+(c+d)^{m-2}+c^{m-3}.(c+2d)\ldots$ $\ldots+(c+2d)^{m-2}+(c+d)^{m-3}.(c+2d)+(c+d)^{m-4}.(c+2d)^2+\ldots\ldots$ $+(c+d)(c+2d)^{m-3}]n.(n-1).d^2(1\pm1)^{n-2}\ldots\ldots\pm[c+c+d+c+2d$ $+c+3d\ldots+c+(m-1)d]n.(n-1).(n-2)\ldots(n-m+2).d^{m-1}(1\pm1)^{n-m+1}$ $\pm n.(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-m+1)d^m.(1\pm1)^{n-m}$.

Così se sia per es. $m=4$, la somma de' prodotti de coefficienti $1 \pm n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \pm \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3.} + $ ec. moltiplicati rispettivamente per c^4, $(c+d)^4$, $(c+2d)^4$, $(c+3d)^4 \ldots\ldots (c+nd)^4$, sarà eguale a $c^4(1 \pm 1)^n \pm [c^3 + c^2.(c+d) + c.(c+d)^2 + (c+d)^3] nd(1 \pm 1)^{n-1} + [c^2 + c.(c+d) + (c+d)^2 + c.(c+2d) + (c+2d)^2 + (c+d)(c+2d)] n.(n-1) d^2 (1 \pm 1)^{n-2} \pm [c+c+d+c+2d+c+3d] n.(n-1).(n-2) d^3 (1 \pm 1)^{n-3} + n.(n-1).(n-2).(n-3) d^4 . (1 \pm 1)^{n-4}$.

Corollarj facili e spontanei della formola generale
che abbiamo ora esibito, sono i seguenti,
a nostro credere, non ineleganti teoremi.

I.° La somma de' coefficienti di qualunque potenza n del Binomio $a - b$ è sempre $= 0$. Imperocchè potendoci allora figurare che i medesimi coefficienti vengan moltiplicati per le potenze o dei termini di una qualunque progressione aritmetica, si avrà perciò $m = 0$, e dovendo esser sempre $m+1$ il numero de' termini della formola generale, si ridurrà perciò in questo caso la detta formola al solo primo termine $c^m (1-1)^n$, cioè $c^0 (1-1)^n = 0$. Così per es. se si supporrà $n = 4$, i coefficienti di $(a-b)^4$ saranno $1 - 4 + 6 - 4 + 1$, la di cui somma $= 0$.

II.° Sarà pure $= 0$ la somma de' prodotti de' medesimi coefficienti della potenza n di $a - b$, rispettivamente moltiplicati per qualunque potenza m minore di n de' termini di una qualunque progressione aritmetica c, $c + d$, $c + 2d$, $c + 3d \ldots\ldots c + nd$. Imperocchè essendo, come si suppone, $m < n$, le potenze successivamente decrescenti di $1-1$ ossia di o, cioè $(1-1)^n$, $(1-1)^{n-1}$, $(1-1)^{n-2} \ldots (1-1)^{n-m}$ che moltiplicano i termini della formola generale esprimente la detta somma, saranno tutte positive, e in conseguenza tutte eguali a o; onde la somma stessa sarà anche $= 0$. Così per es. i coefficienti $1 - 4 + 6 - 4 + 1$ di $(a-b)^4$ moltiplicati rispettivamente per i termini della progressione aritmetica 2, 5, 8, 11, 14, o per i loro quadrati, ovvero per i loro cubi, daranno sempre una somma di prodotti $= 0$.

III.° Se però sarà $m =$ ovvero $> n$, la somma de' prodotti de' coefficienti della potenza n di $a - b$, moltiplicati rispettivamente per le potenze m de' termini di una qualunque progressione aritmetica c, $c + d$, $c + 2d$, $c + 3d \ldots \ldots c + nd$, non sarà più $= 0$; la formola però generale che abbiam dato ci metterà sempre in grado di determinare anche in questo caso con molta facilità ed eleganza il valore della detta somma. Imperocchè se supporrassi $m = n$, egli è evidente che tutti i termini della formola esprimente la detta somma saran moltiplicati per potenze positive di $1 - 1$ ossia o, e però saran tutti $= 0$, eccetto l' ultimo, il quale sarà moltiplicato per $(1 - 1)^0 = 1$; onde il valore di questa somma sarà in quest' ipotesi eguale al coefficiente del medesimo ultimo termine, cioè $= \pm\, n.(n-1).(n-2).(n-3) \ldots \ldots (n-m+1) d^m = n.(n-1).(n-2).(n-3) \ldots\ldots 3.2.1 d^m$. Così per es. i coefficienti $1 - 4 + 6 - 4 + 1$ di $(a - b)^4$ rispettivamente moltiplicati per le quarte potenze de' termini della progressione aritmetica 2, 5, 8, 11, 14 daranno una somma di prodotti $= 4.3.2.1.3^4 = 1944$.

Essendo però $m > n$, come per es. $m = n + 1$, l' ultimo termine della nostra formola generale diverrà

$$\pm\, n.(n-1).(n-2).(n-3) \ldots 3.2.1.0.d^n (1-1)^{-1} = 0.\frac{1}{0} = 0;$$

il penultimo sarà $[c + c + d + c + 2d \ldots + c + nd] n.(n-1)(n-2)(n-3 \ldots \ldots 3.2.1.d^{m-1}.(1-1)^0 = [c + c + d + c + 2d \ldots\ldots + c + nd].n.(n-1).(n-2).(n-3) \ldots\ldots 3.2.1.d^{n-1}$; e tutti gli altri termini precedenti, essendo moltiplicati per potenze positive di $1-1$ cioè o, si ridurranno a 0. In quest' ipotesi adunque il valore della nostra formola generale si ridurrà al penultimo termine $[c + c + d + c + 2d \ldots + c + nd] n.(n-1)(n-2).(n-3) \ldots\ldots 3.2.1.d^{m-1}$, il quale in conseguenza esprimerà il valore della cercata somma. Così per es. se i coefficienti $1-4+6-4+1$ di $(a-b)^4$ si moltiplicheranno per le quinte potenze de' termini della progressione aritmetica $2, 5, 8, 11, 14$, la somma de' prodotti si troverà $=(2+5+8+11+14)4.3.2.1.3^4=77760$.

All' istesso modo si dimostrerà ch' essendo $m=n+2$, tutti i termini della nostra formola generale svaniranno eccetto l'antepenultimo, il quale rappresenterà in conseguenza la somma cercata; e in genere ch' essendo $m=n+p$, la detta somma verrà espressa da quel termine della nostra formola generale, che dista dall' ultimo luoghi p.

IV.° Trattandosi poi de' coefficienti di $(a+b)^n$, i termini della nostra formola generale saran tutti positivi ed in numero $m+1$, sino a che si supporrà $m<n$. Supponendosi però $m=$ ovvero $>n$, il numero de' medesimi termini, i quali continueranno ad esser tutti positivi, sarà indipendentemente da qualunque valore di m, sempre $=n+1$. Imperocchè egli è evidente che se sarà $m=n$, tutti i termini saran pur come prima positivi, ed il loro numero sarà, come sempre, $m+1=n+1$. Che se supporremo $m=n+1$, l' ultimo termine che troverassi moltiplicato per $n-m+1$, si ridurrà in questo caso a 0, sussistendo tutti gli altri, il numero de' quali si ridurrà in conseguenza ad m; cioè ad $n+1$. Similmente se sarà $m=n+2$, epperò $n-m+2=0$, poichè $n-m+2$ entra tra' fattori de' due ultimi termini, siccome apparisce dalla loro ispezione, questi due medesimi termini perciò mancheranno, e i rimanenti saranno in conseguenza $m+1-2=n+2+1-2=n+1$, come prima. In genere essendo $m=n+p$, mancheranno sempre, com'è chiaro, gli ultimi p termini, tra' fattori de' quali vi è $n-m+p=0$, e non rimarranno che termini $m+1-p=n+p+1-p=n+1$.

Del rimanente o sommando gli $m+1$ termini della formola generale quando sia $m<n$, o tenendo conto soltanto degli $n+1$ primi termini, quando sia $m=$ ovvero in qualunque guisa $>n$, si avrà facilmente la somma de' prodotti de' coefficienti di $(a+b)^n$ moltiplicati rispettivamente per le potenze di qualunque grado de' termini di qualunque progressione aritmetica c, $c+d$, $c+2d$, $c+3d \dots c+nd$.

Così per es. i coefficienti di $(a+b)^3$ essendo $1+3+3+1$, se questi si moltiplicheranno rispettivamente per le terze potenze de' termini della progressione aritmetica $1, 3, 5, 7$, la nostra formola darà per la somma de' prodotti gli $m+1$ ovvero $n+1$ cioè quattro termini $1^3.2^3+(1^2+1.3+3^2).3.2.2^2+(1+3+5).3.2.2^2.2+3.2.1.2.3 = 8+312+432+48=800$.

Che se invece delle terze si moltiplichino i medesimi coefficienti per le quinte potenze de' termini della stessa progressione aritmetica $1, 3, 5, 7$, si avrà per la somma de' prodotti la somma de' seguenti $n+1$ cioè quattro termini $1^5.2^3+(1^4+1^3.3+1^2.3^2+1.3^3+3^4)\,3.2^2+(1^3+1^2.3+1.3^2+3^3+1^2.5+5^3+3^2.5+3.5^2+1.3.5.).3.2.2^2.2+(1^2+1.3+3^2+1.5+5^2+1.7+7^2+3.5+3.7+5.7)3.2.1.2^3=8+121.24+330.48+170.48=26912$.

Abbiam detto esser grandissimo l' uso di questi teoremi nella teoria delle differenze finite, ed in quella de' numeri primi. Per darne un rapido cenno supponghiamo per modo di esempio che si cerchi l' espressione generale della differenza $n.^{sima}$ di x^m nell' ipotesi che sia costante la differenza Δx di x. Richiameremo alla memoria quel notissimo teorema il quale c' insegna ch' essendo z, z', z'', $z''' \dots z^{(n-2)}$, $z^{(n-1)}$, z^n i successivi valori di una variabile z, la differenza $n.^{sima}$ di z verrà espressa da $z^{(n)}-nz^{(n-1)}+\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}z^{(n-2)} \dots\dots \pm z$, dove (n), $(n-1)$, $(n-2)$ ec. sono indici e non esponenti. Avendosi dunque nel nostro caso in vece di z, z', z'', $z''' \dots z^{(n-2)}$, $z^{(n-1)}$, $z^{(n)}$ i successivi valori di x^m, cioè x^m, $(x+\Delta x)^m$, $(x+2\Delta x)^m, \dots (x+\overline{n-2}.\Delta x)^m$, $(x+\overline{n-1}.\Delta x)^m$, $(x+n\Delta x)^m$, si avrà perciò $\Delta^n x^m=(x+n\Delta x)^m-n(x+\overline{n-1}.\Delta x)^m+\frac{n\,\overline{n-1}}{1.2}(x+\overline{n-2}.\Delta x)^m-\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}(x+\overline{n-3}.\Delta x)^m \dots\dots \pm x^m$.

Ora sviluppando le potenze indicate, e riunendo insieme i termini moltiplicati per la stessa potenza di x, si raccoglierà agevolmente 1.° Che x^m si troverà moltiplicata per $1-n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} - \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} +$ ec. cioè per o, secondo i nostri teoremi, quando che sia $n > 0$. 2.° Che x^{m-1} verrà moltiplicato per $m\Delta x$, e per la somma de' prodotti de' medesimi coefficienti $1-2 + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} - \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}$ ec. rispettivamente moltiplicati per i termini della progressione aritmetica n, $n-1$, $n-2$, $n-3$ ec. la qual somma sarà ancora $= 0$ per i medesimi nostri teoremi, se sia $n > 1$. 3.° Che x^{m-2} troverassi moltiplicata per $\frac{m.\overline{m-1}}{1.2}\Delta x^2$, e per la somma de' prodotti de' medesimi coefficienti rispettivamente moltiplicati per n^2, $(n-1)^2$, $(n-2)^2$, $(n-3)^2$ ec. la qual somma è pure, secondo i nostri teoremi, $= 0$, quando che sia $n > 2$. 4.° Che allo stesso modo dovrà annullarsi la somma de' termini moltiplicati per x^{m-3}, x^{m-4} ec. purchè sia $n > 3$, $n > 4$ ec., ed in genere dovranno ridursi a zero tutti i termini sino al termine moltiplicato per x^{m-n} esclusivamente, il quale sarà il primo a rimanere; ed è evidente dalle cose dette e dai nostri premessi teoremi che questo primo termine che resterà sarà il prodotto di x^{m-n} moltiplicato per $\frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-2}\ldots\overline{m-n+1}}{1.2.3.\ldots\ldots n}.\Delta x^n$, e per la somma de' prodotti de' coefficienti $1-n+\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}-$ ec. rispettivamente moltiplicati per le potenze $n.^{\text{sime}}$ de' termini della progressione aritmetica n, $n-1$, $n-2$ ec., la qual somma per uno de' nostri teoremi è $= n.\overline{n-1}.\overline{n-2}\ldots\ldots 3.2.1$; siccome è egualmente chiaro dai medesimi principj che il termine seguente risulterà dalla moltiplicazione di x^{m-n-1} per $\frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-2}\dots\overline{m-n}}{1.2.3\dots\overline{n+1}}\Delta x^{n+1}$ e per la somma de' prodotti de' coefficienti $1 - n + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} -$ ec. moltiplicati per le potenze $\overline{n+1}^{\text{sima}}$ di n, $n-1$, $n-2$, ec., somma da trovarsi facilmente coi nostri teoremi; e così di mano in mano, vedendosi chiaramente con qual legge progrediscano i termini superstiti della serie, i quali debbono esprimere il desiderato valore di $\Delta^n x^m$.

Dall' andamento di questa serie si raccoglierà facilmente 1.° Che la differenza dell' ordine n di x^m non contiene veruna potenza di Δx inferiore alla potenza n, nè veruna potenza di x superiore alla potenza x^{m-n}. 2.° Che se sarà $n > m$, la differenza n.sima di x^m sarà sempre $= 0$. 3.° Che se $n = m$, la differenza n.sima di x^m si ridurrà alla quantità costante $m.m - 1.m-2 \dots 3.2.1.\Delta x^m$. 4.° Che avendosi la funzione razionale senza divisori variabili $Ax^m + Bx^p Cx^q +$ ec., la differenza n.sima della medesima sarà parimenti nulla se sia n maggiore di qualunque degli esponenti m, p, q ec., sarà una quantità costante se sia n eguale ad uno o più d'uno de' maggiori fra gli esponenti m, p, q ec., e potrà infine sempre determinarsi per mezzo della data serie, quando che sia n minore di alcuno de' medesimi esponenti ec. ec.

Potremmo ora passare a dare molte altre applicazioni della formola generale del nostro problema, e de' teoremi che da essa se ne sono dedotti, e soprattutto potremmo far vedere di quanto grande uso essi possono essere nell' astrusa teoria de' numeri primi. Molto facilmente per es. per mezzo dei detti teoremi potremmo dimostrare quell' elegante teorema di cui *Waring* attribuisce la prima scoperta a *Wilson*, e che *Lagrange* fu il primo a dimostrare, cioè ch' essendo p un un qualunque numero primo, il prodotto $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots (p-1)$ accresciuto dell' unità sarà sempre divisibile per p, e non lo sarà senonchè essendo p numero primo (1). Ma lasciando do questa ed altre simili applicazioni a chi potrà esserne curioso, noi crediamo che sia tempo di terminare, se non altro per non giustificare o almeno per non aggravare l' accusa che pur troppo temiamo che ci si opponga, di esserci cioè soverchiamente dilungati in un argomento così semplice ed elementare.

---

(1) Difatti abbiam quì sopra dimostrato ch' essendo n un qualunque numero, la somma de' prodotti de' coefficienti $1-n+\frac{n\cdot\overline{n-1}}{1\cdot 2}-\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}}{1\cdot 2\cdot 3}$ + ec. rispettivamente moltiplicati per n^n, $(n-1)^n$, $(n-2)^n \ldots\ldots$ 2^n, 1^n, 0^n, cioè $n^n-n(n-1)^n+\frac{n\cdot\overline{n-1}}{1\cdot 2}(n-2)^n-\frac{n\cdot\overline{n-1}\cdot\overline{n-2}}{1\cdot 2\cdot 3}(n-3)^n$ + ec. $= 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 \ldots n$, onde se supporremo $n=p-1$, intendendo per p il proposto numero primo, avremo $(p-1)^{p-1}-\frac{p-1}{1}(p-2)^{p-1}+\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}(p-3)^{p-1}-\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}\cdot\overline{p-3}}{1\cdot 2\cdot 3}(p-4)^{p-1}$ + ec. $= 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 \ldots (p-1)$, essendo n ossia $p-1$ il numero de' termini del primo membro, giacchè n è appunto il numero de' moltiplicatori da cui essi nascono, cioè n^n, $(n-1)^n$, $(n-2)^n$ .... 2^n, 1^n. Ma per il teorema di *Fermat*, di cui abbiam dato una dimostrazione nella *I.ª Parte*, $(p-1)^{p-1}-1$, $(p-2)^{p-1}-1$, $(p-3)^{p-1}-1$ ec. sono sempre divisibili per p, e in conseguenza $(p-1)^{p-1}$ sarà eguale a un multiplo di p, per es. $Hp+1$, $\frac{p-1}{1}(p-2)^{p-1}$ sarà eguale a un multiplo di p, per es. $Ip+\frac{p-1}{1}$, e similmente $\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}(p-3)^{p-1}$ si potrà esprimere per un multiplo di p, per es. $Lp+\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}$ ec. Chiamando adunque Np la somma de' multipli di p, che vengon dati dai successivi termini $(p-1)^{p-1}-\frac{p-1}{1}(p-2)^{p-1}+\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}(p-3)^{p-1}-$ ec., si avrà $Np+1-\frac{p-1}{1}+\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}-\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}\cdot\overline{p-3}}{1\cdot 2\cdot 3}$ + ec. $=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 \ldots\ldots (p-1)$. Ora $1-\frac{p-1}{1}+\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}}{1\cdot 2}-\frac{\overline{p-1}\cdot\overline{p-2}\cdot\overline{p-3}}{1\cdot 2\cdot 3}+$ ec., continuando la serie, siccome si è detto, per un numero di termini $p-1$, rappresentano la potenza $(1-1)^{p-1}$ diminuita del suo ultimo termine, il quale essendo p numero primo, e $p-1$ in conseguenza numero pari, sarà certamente $+1$. Si avrà dunque $Np+(1-1)^{p-1}-1=$

$Np - 1 = 1 . 2 . 3 . 4 \dots (p-1)$, e quindi $1 . 2 . 3 . 4 \dots (p-1) + 1 = Np$, cioè $1 . 2 . 3 . 4 \dots (p-1) + 1$ divisibile per p, siccome dovea dimostrarsi.

Egli é da notarsi che questo teorema, siccome abbiamo già accennato, appartiene esclusivamente ai numeri primi, cioè non si verifica senonchè essendo p numero primo. Difatti se p fosse per es. il prodotto di due qualunque fattori disuguali q ed r, siccome questi due fattori dovrebbero esser minori di p, si troverebbero perciò tra' numeri $1, 2, 3, 4 \dots (p-1)$, onde la quantità $1 . 2 . 3 . 4 \dots\dots (p-1) + 1$ divisa per q ed r cioè per p, lascerebbe il residuo 1. E lo stesso pure accadrebbe, quando anche p fosse il prodotto di due fattori eguali $q . q$, poichè allora sarebbe $p-1 = q^2 - 1 > 2q$, sempre che sia $q > 2$, onde nella serie de' numeri $1, 2, 3, 4, \dots (p-1)$ si avrebbero i fattori q e $2q$, e quindi di nuovo $1 . 2 . 3 . 4 . \dots (p-1) + 1$ diviso per q^2 o p lascerebbe l' avanzo 1. Che se q sia 2, cioè $p=4$, ognun vede che $1 . 2 . 3 . + 1$ cioè 7 non è divisibile per 4.

SUL CATARRO EPIDEMICO

OPUSCOLO

Di Giovanni Verardo Zeviani

Ricevuto il dì 24. Marzo 1804.

PARTE PRIMA

Descrizione del Morbo.

Il Catarro Epidemico, volgarmente detto *Grippe*, o *Catarro Russo*, ha sintomi comuni con l' ordinaria infreddatura, che noi diciamo *raffreddore*. Per questo nei primi secoli della sua comparsa, gli uomini presi da questo morbo erano detti gli *infreddati*. Una spontanea lassezza, non dolorosa, ma fredda e stupefattiva delle membra è il tristo annunzio del morbo vicino, quando è in piedi l' Epidemia. Dopo poche ore insorgono de' brividi in tutta la persona, che poi si cangiano in una febbre, per lo più effimera. Nel tempo istesso duole e si carica la testa di una più o men dolorosa ed acre flussione, detta dai Medici *corizza*. Stillano dagli occhi infiammati brugianti lagrime: dal naso e dalle più interne narici esce il sangue, e dopo, un focoso muco sottile, che fa sternutare, tossire, e vomitare i rappresi. Se il corpo sia di fredda temperatura, o sia fredda la stagione, la febbre non è molto sensibile, ma replicano allora dopo il primo altri termini di febbre a guisa di terzana; i quali perchè non finiscono col libero e copioso sudore, se ne prolunga il corso del morbo; il quale poi passa ad ingombrare il polmone, producendo da prima la raucedine con senso di ardore molesto lunghesso la trachea, e dopo eccitando una molesta tosse, che si estende a più settimane, prima di portar fuori un facile e concotto catarro, che dia fine al morbo. Viziata la scialiva dal muco infetto, si fa frequente e molesto lo sputo, si altera il sapore degli alimenti, si perde la voglia di mangiare; onde divengono deboli, e si scarnano gli infermi. Propagandosi la catarrale infezione alle parti inferiori ed al sangue, restano alcuni attaccati dalla pleuritide e dalla peripneumonia: altri si fanno tabidi: altri dissenterici: altri oppressi da perigliose febbri maligne. Passato il furore del morbo, resta frequente la lippitudine e l' apoplessia: e vi succedono d' ordinario il vajuolo ed i morbilli, o qualche altro morbo epidemico. Passa il morbo celeremente di una in altra persona, di una in altra famiglia, di una in altra Città: attaccando tutti indifferentemente di ogni età e di ogni sesso, sino a diffondersi nel corso di un anno a tutta l' Europa; dove infierendo nel verno, dove in primavera, dove nell'estate, e dove nell'autunno; fermandosi in un sito niente più di quattro o sei settimane. Non tacciono gli altri morbi ordinarj nel tempo del catarro; come dicono che succede in tempo di peste: e singolarmente se la stagione il comporti, si uniscono al tempo le febbri periodiche, o si risvegliano.

Serie delle Catarrali Epidemie dall' anno 1239. *sino al presente*.

1239. In questo anno nelle Croniche de' Frati minori leggesi che fu nel mese di Agosto una influenza catarrale.

1311. Nelle stesse Croniche leggesi di una influenza simile in tutta la Francia, per cui morì gran numero di persone.

1323. Nella Istoria Fiorentina del Buoninsegni, leggesi che in quest' anno di Agosto fu un vento pestilenziale, per il quale ammalò di freddo e di febbre per alcuni dì quasi tutte le persone in Firenze; e questo medesimo fu per quasi tutta Italia.

1327. Nella stessa Istoria si legge che nel mese di Marzo zo fu quasi per tutta l' Italia una corruzione di febbre per freddo.

1358. Nella stessa Istoria si legge che nel principio dell' inverno cominciò una influenza di freddo, che quasi ogni persona della Città e distretto d' intorno infreddarono, e molti ne morirono.

1387. Questa pur leggesi nella Storia Fiorentina: nel mese di Gennajo cominciò in Firenze una influenza, che quasi ogni persona malava di freddo e con febbre, e durò insino a mezzo Febbrajo, e morirono molti di ogni età, ma più de' Vecchi. Leggesi ancora nel supplemento alla Storia di Forlì del Marchesi, che in quest' anno seguì una congiura, sedata la quale la città restò travagliata da un' Epidemia di tosse, e freddure con febbri lente, che universalmente non la perdonarono ad alcuno; il qual morbo si dilatò per tutta la Provincia di Romagna, se ben pochi ne morirono. Questa si è la prima Epidemia catarrale che si trovi accennata da' Scrittori di Medicina: e fu il primo Valesco di Taranta: *Ego vidi Montepessulano anno quo ego accepi licentiam* 1387; *quod fuit Catarrhus quasi generalis; ita quod vix decima pars gentium praeter infantes evasit catarrhum cum febre, et fere omnes decrepiti moriebantur propter dictam causam.* (*a*)

1400. Due catarrali Epidemie furono in questo torno di anni, accennate dallo stesso Valesco.

1410. In questo anno scriveva Valesco, quando correva una quarta Epidemia catarrale fra quelle che furon da lui vedute: *est quasi aegritudo generalis, et quasi pestilentialis suo modo: et aliqui inde moriuntur, maxime decrepiti: et per loca facit cursum suum: et bene tempore meo vidi quatuor vicibus* (*b*). Non so comprendere la ragione perchè questi pas-

---

(*a*) De Catarrho Pronosticatio.

(*b*) De signis Catarrhi.

passi di Valesco, i quali si trovano nella Veneta edizione delle sue Opere all'anno 1523, siano poi stati ommessi nella edizione di Francfort all' anno 1599. Forsechè è stato creduto necessario ommetterli, come quelli che non si accordano coll'anno di sua nascita, ch' è marcato dal Mangeti all' anno 1382. Ma accordandosi i sopra addotti passi del Buoninsegni e del Marchesi a mettere essi pure una Epidemia di catarro all'anno stesso 1387., in cui la pose Valesco, meglio era attribuire l' errore agli Autori che quel tempo hanno segnato della sua nascita, che crederlo corso nell' Opera dello stesso Valesco.

1414. Secondo il Mezereij a' tempi di Carlo VI. fu un catarro epidemico, chiamato la *Coqueluche*, che nei mesi di Febbrajo e di Marzo tormentò ogni genere di persone, e quasi tutti li vecchi ne morirono (*c*). Questo è notato anche da Frate Girolamo da Forlì nel suo Cronico.

1438. Al fin di questo anno, leggo di un' influenza, probabilmente catarrale diffusa in questo tratto di Italia, accennata dal Carli al tomo sesto della sua Storia di Verona.

1482. Descrive il Mezereij un' epidemica malattia in questi termini: = il courut une maladie epidemique toute extraordinaire, qui attaquoit aussi bien les Grands, que les petits. = È da credere che questo morbo fosse di catarro, stantechè è accennato da Alessandro Benedetto in questi termini: *aetate nostra hujusmodi destillationes graves, periculosaeque cum acuta febri omnem Italiae oram infestaverunt ex quodam caelesti influxu; ita ut plurimi caderent* (*d*).

1505. Descrive in questo anno Gasparo Torella un male pestifero e contagioso che infestò la Spagna e l' Italia. Benchè sia questo da lui chiamato *Ægritudo Ovina*, credo io non ostante che altro non fosse che il catarro epidemico: stan-

---

(*c*) Abregé, part. 2. tom. 3.

(*d*) Lib. 4. cap. 18.

stantechè gli Italiani nelle vere e certe Epidemie catarrali che furon dappoi, hanno seguitato ad usare il nome di *mal del castrone*: nome che significa la tosse, familiar morbo de' castroni.

1510. Ecco infatti il vero catarro epidemico, detto già dai Francesi *Coqueluche*, in questo anno descritto dal de-Thou, col nome di mal del castrone: *Morbus novus, in Italia dictus Vernecinus, qui in Oriente primum, dein Italia et Hispania lethalis (nam et ex eo Anna Philippi Regis uxor decessit, et Gregorius XIII. periculose aegrotavit) incognita initio remediorum ratione, multos afflixit: coquelucham vulgo vocabant* (*e*). Il Mezereij per verità alquanto diversamente descrive questo morbo; il che ha dato occasione al dotto di Sauvages di dubitare se veramente fosse di catarro. Non c' è però occasion da dubitarne per la maniera con cui lo descrive anche il Fernelio: *communis illa porro omnibus decantata gravedo anhelosa anno* 1510., *in omnes fere mundi regiones debacchata, cum febre, cum summa capitis gravitate, cum cordis, pulmonumque angustia, atque tussi; quamquam multo plures attigit, quam jugulavit* (*f*). Quindi dal Valleriola e dal Sennerto fu questa pure annoverata fra le altre catarrali Epidemie che furon dappoi. E per ventura è quella di cui scrisse Gregorio Horstio: *huc etiam pertinet malum Epidemium, gravedo scilicet anhelosa cum tussi, quae ante* 90. *annos universum fere mundum ab occidente in orientem per omnia quatuor anni tempora pervagata est* (*g*).

1515. Questa è riferita dal Paradino, secondo che si legge in Marcello Donato (*h*).

1543. Si fa menzione di una Cefalea pestilente in molti luoghi epidemica dal Trochoreo in speciale libretto.

1557.

(*e*) Hist. lib. 71.

(*f*) De abdit. lib. 2. cap. 12.

(*g*) Op. tom. 1. p. 285.

(*h*) De Med. Hist. lib. 6. cap. 4.

1557. Questa Epidemia catarrale è descritta pienamente dal Valleriola, che la dice diffusa in tutta la Francia (*i*). Con più vivi colori vien descritta da un Anonimo Francese, nelle osservazioni del Riverio. La stessa fu osservata in Olanda dal Foresto e dal Dodoneo.

1562. Fu in quest' anno veduta e provata una influenza catarrale in Basilea da Giovanni Bauhino, della quale così scrisse al Gesnero: *licet non sit mihi commoditas magna scribendi, cum laborem morbo Epidemio, qui est gravitas capitis cum dolore et defluxionibus magnis, quibus correpti sumus fere omnes (vocant hunc morbum Galli* coqueluche*) nihilominus tamen volui tibi scribere* (*l*).

1574. Così scrive il Ballonio di questa Epidemia: *Anno hoc, quum aestas pluvia esset, austrina, et autumnus eam excepisset eodem temperamento, infinitos prehenderunt dentium dolores, coryzae, ophtalmiae, tusses, pulmonum affectiones, destillationes in partes subjectas: immo et nonnullis apoplexiae* (*m*).

1578. Ecco un' altra Epidemia catarrale descritta dallo stesso Ballonio: *si serum malignum et indomitum in animantium capitibus generatum in fauces et asperam arteriam influebat, tusses violentas, pruritus quosdam in pectore, et inania tussiendi desideria excitabat. Immo Medici qui popularis morbi saevitiam considerabant, eos affectus ei consimiles arbitrabantur, quem olim* coqueluche *vocitabant*. (*n*)

1580. Questa fu veduta in Spagna dal Mercato. In Germania dall' Henischio. In Olanda dal Foresto. In Francia dall'Anonimo in Riverio. Qual fosse in Italia, lo abbiamo da Pietro Salio diverso, dal Capivaccio, dal Mercuriale, da Francesco Campo di Lucca, che ne stese un trattato. Parlonne anche il Cicarelli nelle vite de' Pontefici.

(*i*) Append. loc. com. cap. 2.

(*l*) Gesner. Epist.

(*m*) Tom. 1. pag. m. 34.

(*n*) Tom. 1. pag. m. 147.

1591. Notò in questo anno il Sennerto una febbre catarrale Epidemica in Germania. Questa forse fu quella stessa veduta dal Varandeo in Francia, la quale per testimonio del Camilli fu diffusa in tutta la Italia; e ne parla anche il Trunconio, ed il Platina nella vita di Gregorio XIV. Mal s'appose il Gennari, volendo che fosse forse il mal del montone (*o*).

1593. Questa Epidemia è rammemorata dal Chiflet in Francia, e dal Cagnato in Italia.

1597. Si trova un libretto di Giambattista Mella, intitolato il *Cortesivo*, o vero del mal di castrone. Per questo libro si dimostra una catarrale Epidemia in Italia: ciò che si comprova altresì da un passo dello Schenchio, che la fa comune anche alla Germania: *hujus saevitia Romae eo ipso tempore quo Germaniam invasit, supra novem millia hominum absumpta fuisse litteris amicorum didici (p)*. Sembra che questa sia indicata ancora dal Zacchia; il quale mentre scriveva all' anno 1627, parla di una Epidemia catarrale molesta ai Napoletani dopo quella dell' anno 1580. (*q*).

1617. Quando però di questa non parlasse Zacchia, della quale parlando il Mercuriale così dice: *peregrinus hic hospes Neapolim involavit ubi ad sexaginta millia infantium (hanc aetatulam in primis adoriebatur) praeter innumeros cujusvis aetatis et conditionis homines, qui contagiosa hac lue, ab incolis* male in canna *nuncupata, intra septimum ab invasione diem, nil proficientibus antidotis, extincta sunt* (*r*).

1622. Fu pure in Napoli in questo anno una Epidemia di mali di gola e del respiro, descritta dal Boncore.

1627.

(*o*) In Penada, osserv. tom. 1. p. 83.

(*p*) Præfat.

(*q*) Quæst. pag. m. 263.

(*r*) Lib. de Peste.

1627. Questa è indicata dal Zacchia: *Nam et benignissimi quidam vagantur morbi populares, quales sunt raucedines et gravedines, quae hoc tempore plures Italiae urbes molestarunt, et adhuc anno presenti* 1627 *molestant* (*s*).

1658. In questo anno vide e descrisse esattamente il Villis in Inghilterra una febbre catarrale, a mezza primavera, Epidemica (*t*). E fu probabilmente la stessa natura di morbo quello che vide a' suoi giorni Giambattista Doni: *morbus, quem ridiculo nomine castronem vocant, multos, ex debilioribus, eisque qui non satis obtecti incederent, afflixit vel interemit* (*u*).

1663. In questo anno, al riferire del Paulini, fu in tutto lo stato Veneto una Epidemia catarrale, chè infermò più sessanta mille uomini.

1669. Una Epidemia catarrale fu veduta in questo anno dal Fanoisio, onde scrisse un libro intitolato: *dissertatio Medica de morbo Epidemico hactenus inaudito: praeterita aestate anni* 1669 *Lugduni Batavorum, vicinisque locis grassante*. Questa stessa fu descritta dal Bartolini: *alias tusses Epidemicae et pleuritides hac aestate anno* 1669 *grassabantur, non paucis lethales* (*x*). Fu descritta anche da Silvio le Boe, il quale poco dopo per essa morì.

1675. In questo anno notò il Sidenamio in Inghilterra una tosse Epidemica, che si tirò dietro la peripneumonia. Era però un vero Catarro Epidemico, per tale descritto dall' Ettmullero, che lo dice comune a tutta la Germania. Tanto afferma anche il Reygero nelle effemeridi Germaniche, e l' Offmanno stesso (*y*). Trascurando il Catarro fatto comune in Inghilterra, morinne Tomaso Villis, fatto peripneumonico.

1779.

(*s*) Loc. citato.

(*t*) Op. tom. 1. pag. m. 202.

(*u*) De Salut. Agri Romani.

(*x*) Ephem. German.

(*y*) Med. System. tom. 2. cap. 4.

1779. Niccola de Blegny descrive un catarro Epidemico in questo anno apparso in Francia. Questo stesso fu veduto in Inghilterra dallo Scacht, e dal Morley.

1691. Nella Stiria fu in quest' anno un Catarro Epidemico, descritto dal Leben-valdt; e fu in Roma una simile infezione, descritta dal Cagnati (z).

1699. In questo anno è descritto dai Curiosi della Natura un catarro Epidemico in Ratisbona; e lo stesso fu notato in Lipsia dall' Offmanno (a).

1709. Lo stesso Offmanno descrive un catarro Epidemico nella Prussia in questi termini: *Aprili et Majo initiante, Berolini, quo tum degebam, et alibi quamplurimos corripiebat febris cum horripilatione et aestu, summo languore, tussi ferina, nonnullis quasi suffocatoria, ingenti siti, et ciborum nausea. Circa noctem invalescebant haec omnia; et somnus inde mirum turbabatur: in quibusdam extrema, mox calebant, mox horrebant. Qui vix convalescentes, in publicum prodibant cito nimis, incurrebant ingentem capitis torporem, gravativum dolorem, vertiginem, gravedinem, den Stokschnupten (b)*. La stessa epidemia fu veduta in Roma dal Lancisi; e la dice diffusa in tutta l' Italia, nell' Olanda, ed in Francia (c).

1711. L' Offmanno descrive una certa febbre Epidemica: *quae totam Marchiam et Ducatum Magdeburgium, Thuringiam quoque infestabat* (d). Ma fu un vero catarro Epidemico, come tale notato dal Boettichero (e), e dal Bayero (f).

1729.

(z) Opusc.

(a) Opusc. Med. Phys.

(b) Med. Syst. tom. 4. pag. m. 70.

(c) Rom. Epid. pag. m. 105.

(d) Med. Syst. tom. 2. pag. m. 111.

(e) Act. Lips.

(f) Eph. German.

1729. Parlò di questo catarro Epidemico l'Offmanno (g). Ma più distintamente il Loevo in particolare libretto: *Febris catarrhalis anno* 1729, *singillatim mense Septembris atque Octobris Viennae epidemice grassata est, cujus mali semina non tantum per Svetiam, Daniam, Hollandiam, Angliam, Hispaniam, Galliam, Elvetiam, Italiam, Austriam, Germaniae partes reliquas, Hungariam, Poloniam, totamque Europam, eodem tempore sparsa sunt. Unde etiam est quod in hac Civitate Viennae non* 60000 *hominum, quod novellae tradidere, sed longe major numerus hanc perpessus sit*. Fu questa in Padova nel seguente Gennajo 1730 per referimento del Morgagni (*h*), e morinne il celebre Antonio Vallisneri (*i*).

1733. Questa fu molto osservabile, ed è pienamente descritta nei saggi di Edimburgo: singolarmente si nota „ che prima che questa malattia si fosse palesata fra gli uomini, i cavalli tanto della città, quanto delle vicinanze furono generalmente soggetti ad un raffreddamento, che loro faceva avere un corso di mucosità per le narici. Questo male Epidemico si sparse in tutta l' Europa, nè risparmiò gli abitanti dell' America; cosicchè per avventura è stata la malattia più universale che si abbia mai veduto. Le prime relazioni che ne abbiamo ricevute l' anno scorso in Europa, ci vennero verso la metà di Novembre dalla Sassonia e da Hannover, e dai paesi circonvicini della Germania. Si fece sentire nel tempo stesso in Edimburgo, e Basilea. Palesossi in Londra nella seconda settimana di Gennajo. Verso la metà dello stesso mese si scoprì a Parigi, dove fu conosciuta col nome della Follette. L' Irlanda non cominciò ad esserne infetta che su la fine del mese istesso. Verso la metà di Febbrajo ne fu parimenti assalita la Città di Livorno; e su la fi-

---

(*g*) Med. Hist. tom. 4. pag. m. 180.

(*h*) De Sed. morb. lib. 1. epist. 13.

(*i*) Vita.

fine del mese, gli abitanti di Napoli e di Madrid provarono i cattivi effetti di questa costituzione Epidemica sparsa nell' aria. Nell' America cominciò verso la metà di Ottobre dalla nuova Inghilterra, da dove si estese alla parte di mezzogiorno, e scorse le Barbade, la Giamaica, il Perù ed il Messico: presso a poco nella istessa maniera che avea fatto in Europa „. Veder si può anche l' Huxham al Febbrajo di questo anno, ed il Gortero in ispeziale Opuscolo. Parlonne altresì il Jussieu, il Mosca, ed il Muratori.

1737. Ferdinando Pauli dà la descrizione di una febbre catarrale in Germania, nella primavera di questo anno fattasi epidemica (*l*). Questa stessa fu descritta in Inghilterra dall' Huxham (*m*).

1743. Cominciò questa nel precedente anno in alcuni tratti della Germania secondo che si legge nella Medicina di Europa del Roncalli (*n*), e nella raccolta di Opuscoli Medici dell' Allero (*o*). Dilatossi a tutta la Europa in Primavera l' anno dopo, 1743. Onde l' Uxham la vide in Inghilterra; il de Sauvages in Francia, il Pringle in Germania, ed il Roncalli in Italia.

1762. Nell' Autunno di questo anno vedemmo noi in Italia una benigna e mite Epidemica catarrale, della quale non farei menzione, se questa stessa non fosse stata in Inghilterra, secondo il Saillant; in Germania secondo il Collegio de' Medici di Argentina; in Francia secondo il Razoux, e secondo il Giornale Medico Francese. Il Saillant fa menzione di due Epidemie catarrali nell' anno 1775, e nell' anno 1780. Non leggendole da altri rimarcate, non le credo vere ed osservabili.

1782.

(*l*) Acta Nat. Cur. tom. 5.

(*m*) Obs. de aer. 1737.

(*n*) Pag. m. 112.

(*o*) Tom. 3. pag. m. 295.

1782. Sul declinare dell' Inverno fu in questo anno un freddo eccessivo ed insolito. Allora insorse nella Russia un morbo catarrale epidemico, che di là al mezzo giorno di luogo in luogo spandendosi, occupò fra lo spazio di sei mesi tutta l' Europa. Entrò in Italia al cominciare di Luglio: in stagione all' eccesso calda e secchissima, per cui disseccatesi in erba le seconde biade, e struttisi i frutti degli alberi fu grandissima carestia, che quadruplicò quì ed altrove il prezzo ordinario dei grani. Verona e Vicenza furono le prime Città d' Italia offese dal morbo. Poco dopo la metà di Luglio entrò in Sinigaglia per occasione della Fiera: da dove poi dilatossi quà e là a tutte l' altre Città col ritorno dei Negozianti. Faceva dimora in un luogo per lo spazio di circa sei settimane. Cominciava il morbo in quasi tutti con un senso di freddezza e stupefazione alle parti estreme: preludj di una febbre che poi manifestavasi acuta e forte, con i sintomi ordinarj dell' infreddamento: aggravio cioè di testa, distillazione di materia acre dagli occhi, dalle narici, dalla bocca, con tosse secca e ferina. Ajutando la calda stagione il bollor della febbre, e l' uso che facevasi di bevande calde, prorompeva poco dopo il sudore, il quale poneva fine al morbo. Era per lo più effimera la febbre: solo che in alcuni che non coltivavano il sudore se ne ripigliava un secondo termine, che ripigliava con salute il sudore rappreso. In qualcuno di fredda o lassa temperatura era niuna la febbre; ovvero appena sensibile, ed in tal caso si prolungava al settimo giorno, e più tardi ancora. Li caratteri più universali e proprj di questo morbo, anche più mite, erano un riscaldamento di testa che faceva turbulenti sonni, e sogni paurosi per ombre e tetri fantasmi. Un resto di freddezza agli arti inferiori anche nel bollor della febbre: accompagnata a guisa di lipiria da un senso di foco acre interno, massimamente dalla gola alla pozza dello stomaco. Un odore che tramandavano il sudore e l' orina ed il muco, insolito e grave, come di brassica cotta e stufata. Facili erano oltre a ciò nel decorso del morbo le pustule alla pelle; le emorragie, e le affezioni verminose, anche nei vecchi decrepiti. Entrato in una casa il morbo quasi tutti nello spazio di una settimana ne aggrediva gli abitanti, mentre altre case erano del tutto immuni. Ne' conventi delle Monache che vivono ritirate, niuna infermossi: mentre, negli altri, quasi tutte in un tempo ne erano offese, per la qual ragione furono esenti dal concepire il catarro gli stessi uomini e donne rinserrati nelle prigioni. Egualmente assalì bambini, giovani e vecchi, donne gravide e lattanti, ammalati e sani: e fu breve e benigno in tutti; ma micidiale in chi nol riguardò: essendo per questo difetto periti due giovani Medici. Rinnovaronsi in molti al fin dell'anno le catarrali affezioni moleste in allora e ferigne, e così nel seguente anno le tossi, le facili peripneumonie, le febbri maligne, ed ogni sorte di epidemie d'altra natura. Allora alla metà di Giugno e tutto Agosto si ricoprì il basso Cielo di una secca e polverosa nebbia, che toglieva il raggio del Sole, benchè fosse alquanto trasparente: rendendolo sanguigno e smorto. Questo fenomeno mi piace ricordarlo, stantechè altre volte fu osservato dopo il Catarro epidemico: segnatamente nell'anno 1704, 1733, 1737, il quale vien descritto nobilmente dal Fracastoro (*p*) e da lui riposto fra i segni d'una peste imminente: massimamente se vi si aggiunga un cielo sempre infocato, con spessi e vivacissimi lampi e fulmini, quali meteore noi pure abbiamo osservate; senza chè la peste sia succeduta.

1788. Venuto dalla Germania, fu nel Tirolo ed in Venezia questo Catarro nel mese di Agosto. In Verona pervenne all'Ottobre allorchè si diffuse in Mantova ed in Brescia. Inclinando la stagione al freddo fu il Catarro alquanto diverso nel suo corso dal solito. In luogo della corizza sottile e mordace fu quì in Verona il principale sintomo un dolor gravati-

---

(*p*) De contag. lib. 1. cap. 13.

tivo alla nuca, discendente al dorso e alle spalle. Il naso anzichè distillare materia, era costipato e secco: la bocca arsiccia, e dentro carica di atro color sanguigno. La febbre non fu effimera, perchè i sudori non erano pronti; onde nuovi accessi ripigliavano irregolarmente dopo il primo: con un perpetuo senso di stanchezza, di dolori, di agghiacciamento delle membra. Tardi compariva la tosse con ardor alle fauci: secca al principio, poi con lo sputo di materia catarrale, saponacea e fetente. Li sangui tratti dalle vene erano atri e densissimi, ma senza crosta gelatinosa. Li polsi in quasi tutti erano aspri e ristretti, e tremolanti come ne' mali spasmodici. Le orine frequenti ed acquidose. Alcuni furono poco molestati, e se la passarono fuori del letto. Ma chi troppo trascurava il governo incorse nella pleuritide, in dolori ischiadici, in febbre maligna, quì detta *mal di mazzucco*, per cui molti perirono. Conficcate per l'orrido freddo susseguente d'inverno le reliquie della materia catarrale di autunno, furono per tutta la primavera perpetue e ferine le tossi, le flussioni edematose della testa, l'otalgia, la ottalmia, l'odontalgia, le risipole della faccia. Fu rara la pleuritide vera, quì solita a travagliare in primavera; ma molte febbri periodiche autunnali tornarono a risvegliarsi, come pure il vajuolo ed i morbilli.

Varie denominazioni del Catarro Epidemico.

Quantunque dal complesso dei sintomi di questo morbo sempre sia apparso un ordine stesso ed un male di sua propria natura da ogni altro diverso; pure in qualche sito ha spiegata la Epidemia più vivamente uno che un altro de' suoi caratteri. Quindi è avvenuto che con varj nomi in varj tempi e luoghi è stato dagli Autori denominato.

Alcuni gli hanno dato il nome d'*infreddatura*, che noi diciam volgarmente *raffreddore*, i Latini *gravedo*, i Greci *coryza*. Questo per verità si fu in ogni epidemia il primo, il più ordinario e perpetuo suo carattere. *Gli infreddati* per la stessa ragione erano detti i presi dal morbo dal Buoninsegni nell' epidemia dell' anno 1387.

Influenza comunemente è appellato anche al dì d' oggi dagli Inglesi, con vocabolo tolto dal nostro Italiano; ignorando essi che presso noi è un vocabolo generale che non definisce veruna speziale malattia: il quale in questo luogo altro più non significa che Epidemia. L' errore è nato dall' aver letto in alcuni Storici Italiani: *cominciò una influenza di freddo ec.*

Coqueluche il dicevano ne' primi tempi li Francesi. Le Bon crede che questo vocabolo provenga da *coquelicot*, che noi diciamo *papavero*, stantechè usavasi questo per rimedio del Catarro. Ma è da dedursi questa denominazione dalla *cocolla*, o sia cappuccio, che gli infreddati portavano in testa: mentre nel Latino de' bassi tempi dicevasi *coqueluca* al cappuccio; come si legge nel Glossario.

Mal del castrone volgarmente una volta era chiamato il Catarro epidemico dagli Italiani Romani e Lucchesi, probabilmente per patire le pecore un somigliante male di raffreddore e di tosse.

Li Napoletani, come notò il Mercuriale, lo chiamavano *mal in canna*, probabilmente per un sintomo suo ordinario, d' ardore molesto lungo la trachea.

Li Tedeschi, secondo riferisce l' Offmanno, volgarmente lo chiamano *stockschnupfen*, noi lo diremmo, raffreddore per costipazione. Più comunemente però, per la sopraddetta ragione *schafshusten*, tosse delle pecore: per la qual causa da molti fu detto in Latino *morbus arietis*, *aegritudo ovina*, *morbus vervecinus*.

Per ischerzo, non so quale, il popolo Francese, uso a trastullarsi anche nelle cose più serie, adopera anche al dì d' oggi li vocaboli, *grippe*, *folette*, *allure*, *coquette*, *grenade*, *generale*, *baraquette*, *petite poste*, *petit Courier*.

Difficile si è render ragione perchè da alcuni Italiani sia stato detto il *Cortesivo*. Io penso che sia come dire il *Cortigiano:* e sia così detto seguendo le orme di Lodovico Lobera, il quale ripose il Catarro epidemico nel primo luogo fra quattro infermità proprie delle corti dei Principi. Diede egli alle stampe in Toledo nell'anno 1544 un libro con questo titolo: *libro de las quatro Enfermedades Cortesanas, que son Catarrho* ec.

Scrive lo Schenchio che sin dai suoi tempi avea questo male varie denominazioni. Era detto *cephalalgia epidemica*, atteso il dolor di testa. *Catarrhus epidemicus*, per il raffreddore universale. *Tussis & febris epidemica, febris catarrhalis, catharrhus febrilis*, per la tosse congiunta colla febbre. Mal delle galline, das hünervehe, *quod laborantes ad instar gallinarum coryza vexarentur*. Trovasi anche detto *pestis quaedam universalis catarrhi: rheuma epidemicum, febris epidemica, synocha catarrhalis*. Il Foresto l'ha chiamato col nome di *angina*. Il Farnelio *gravedo anhelosa;* ed il Dodoneo con quello di *peripneumonia*. Il Sennerto numera li nomi: *catarrhus febrilis, febris catarrhosa, febris suffocativa, catarrhus epidemicus, tussis epidemica, cephalgia contagiosa; den ziep, den schaffshusten, die schaffskrankeit, dus hünervewehe*. L'Offmanno *stockschnupfen*, noi diremmo raffreddore per costipazione.

A molti Medici ignari delle antecedenti epidemie essendo di tempo in tempo riuscito nuovo ed inaudito il morbo, l'hanno chiamato *morbo nuovo, morbo inaudito, morbo alla moda:* come segratamente hanno fatto il Viero, Elia Camerario, ed il Fanoisio: ponendo un titolo a ciò corrispondente alle loro Opere.

Il Catarro dell'anno 1782 essendo a noi pervenuto dalla Moscovia fu comunemente detto Catarro Russo. E l'Autore della *Acroasi*, a cui piacque non so per qual ragione, occultare il suo nome, chiamollo *tussis Russa*. Denominazione però, la quale niente compete a quella Epidemia, che per relazioni fedeli provenne dall'Asia Orientale; e meno no alle passate, che d' altronde trassero la loro sorgente. Molto più che vien da molti riferito essere l'Imperio Russo, per non so qual privilegio, esente dal patire la tosse.

A me è piacciuto di trascegliere fra tanti nomi la denominazione di Catarro epidemico: sembrandomi questa la più comune nei libri, la più adattata a contrassegnare l' indole delle malattie, e la più universale per abbracciare i varj sintomi nel decorso del male apparenti, e la moltiplicità delle persone e de' luoghi in cui si diffonde e propaga.

E' morbo nuovo.

Chiunque, contentandosi di oscure e scarse notizie, è fermo di opinione che ognuno de' morbi in questi ultimi secoli dagli Autori descritti per nuovi, si trovi pure scritto nei libri degli Antichi, potrà agevolmente in questi riscontrare il Catarro epidemico.

Ippocrate nei libri degli Epidemj descrive una costituzione pestilente nel Taso: nella quale signoreggiava, fra gli altri sintomi, la tosse con la raucedine: *Multis autem tusses siccae. — fauces autem plurimis horum a principio & semper dolebant, rubrae cum phlegmone fluxiones paucae tenues, acres, celeriter crescebant (q).* E altrove nomina una tosse epidemica: *Chavitem hyeme ex tussicula epidemiali orta febris acuta apprehendit (r).* Ed altrove ancora: *in Perintho plurimi tabidi; causa tussis hyemalis in populum grassata (s).*

Vuolsi da alcuni che la peste descritta da Tucidide, altra non fosse che quella stessa veduta da Ippocrate nel Taso: nella quale parimenti descrive Tucidide le affezioni di catarro. *Primum*, dic' egli, *capitis dolores invadebant vehementes, & oculorum rubores & inflammationes, atque internae*

(q) Epid. 1. sect. 1.
(r) Epid. 7. num. 59.
(s) Epid. 6. sect. 8.

nae partes & fauces & linguae sanguinolentae statim erant , & spiritus difficilis & faetens exibat . Deinde ex his sternutatio & raucedo succedebant ; ac non multo post labor in pectus descendebat cum tussi vehementi (t) .

Galeno fa menzione di una peste da lui veduta in Roma in tutto simile a quella riferita da Tucidide (*u*) .

Nell' anno 590 fu una peste , in cui sternutavano gli uomini, e sternutando morivano . Da questa vogliono gli Istorici che sia derivato il costume di dir salute a chi sternuta . Leggo però molto più antico questo costume : trovandosene sicuri riscontri presso gli Scrittori Greci e Latini . *Perinde igitur quasi bonae inditium valetudinis partis optimae sternutamentum adorant , beneque augurantur ,* dice Aristotele *(x)* e Plinio : *cur sternutamentis salutamur ? quod etiam Tiberium Caesarem , tristissimum (ut constat) hominum , in vehiculo exegisse tradunt (y)* . Nel Catarro epidemico degli anni 1737 , e 1743 notò l' Huxam *sternutamenta perpetua* . Così il Saillant notò nel Catarro dell' anno 1762 .

Finchè dunque qualche passo di antico Scrittore Medico , o di accreditato Storico , non si adduca , che meglio contrassegni il nostro Catarro , staremo noi nella opinione , che sia questo un morbo nuovo , che prima del secolo terzo-decimo non era in Europa : non trovandosi descritto nei libri d' Ippocrate e di Galeno ; nè negli altri Autori più celebri de' tempi antichi , i quali certamente non l' avrebbono nelle loro grandi Opere trasandato : essendo il più universale di tutt' i morbi , e senza opposizione il principe de' morbi epidemici .

Favorisce questa opinione il trovare che prima e dopo della comparsa in Europa del Catarro epidemico , altri nuovi

---

(*t*) De Bello Pelop. lib. 2.

(*u*) De Simp. facul. lib. 9.

(*x*) Problem. sec. 33.

(*y*) Hist. nat. lib. 28. cap. 2.

vi morbi son dati fuori che prima non erano: come sono il vajuolo, i morbilli, il morbo gallico, la febbre petecchiale e miliare, lo scorbuto, il sudor Anglico, ed altri. Alcuni de' quali appunto come il Catarro epidemico, epidemici sono; e com' esso più volte in un secolo sempre simili a se stessi rinascono, e poi tacciono.

E' morbo epidemico.

A tutta ragione compete questo aggiunto al nostro Catarro, perchè epidemico altro non significa che frequente nel popolo, ed è il Catarro di che parliamo senza dubbio un morbo universale e comune nel popolo; assalendo in un tempo ogni genere di persone. Per la qual cosa dovrebbe dirsi *pandemico*, se così fosse in uso di dirsi. Il comune consenso però che talvolta assegna forza ai vocaboli o maggiore o diversa da quella, che la loro etimologia significa, vuole che i morbi per doversi dire epidemici, abbiano oltre la frequenza, un' altra particolarità: quella cioè di ricomparire di tratto in tratto, dopo essere stati per lunga pezza occulti e non osservabili: di questa proprietà non manca il Catarro nostro, che da alcuni secoli in quà va rinascendo quattro o sei volte in un secolo; per pochi giorni durando fermo in un sito, senza dar segno in seguito di se stesso.

E' morbo contagioso.

Per conoscere ad evidenza come il Catarro epidemico sia inoltre un mal contagioso, basta dare un riflesso al suo modo di procedere successivamente di persona in persona, di casa in casa, di Città in Città, di regno in regno: in pochi giorni, in poche settimane, in pochi mesi, in un anno fugacemente passando sopra tutta quasi la faccia della terra, dove un Uomo possa trasferirsi a portarvelo: senza aver forza di penetrare in segrete prigioni, ed in ben custoditi monasteri . Questa sua singolare proprietà l' abbiamo noi riscontrata nelle tre ultime epidemie degli anni 1782, 1788, 1803. Questa stessa è stata notata dagli Autori, che hanno riferite le anteriori epidemie . *Per loca facit cursum suum*, scrive Valesco della epidemia dell' anno 1387. (z) . *Erat id aegritudinis genus non tam mortifera vi timendum, quamquam & ex illo multi perierint, quam progressu & celeritate , quae proxima quaeque loca, serpente contagione, complectebatur, admirabile* , scrisse il de Thou (*a*) , parlando dell' Epidemia dell' anno 1510. In quella dell' anno 1557 , scrisse il Valleriola : *in universum cujusvis aetatis, sexus, victus rationis, homines, eodem morbo, eodemque anni tempore, corripiebantur : moxque uno in unaquapiam familia correpto , in universam domum incendium atque contagio obrepebant* (*b*) . Di questa pure parlò il Gemma: *narrat Cornelius Gemma viguisse populariter suo tempore catarrhi prodigiosum genus magna serpens contagii vi , neminem fere praeteriens* (*c*). Di quella dell' anno 1580 scrive il Foresto : *publice ac catervatim grassabantur catarrhi, subito delabentes cum febre admodum contagiosa — itaut integrae familiae subito eo malo corriperentur* (*d*) . Di questa parlava Marcello Donato : *praeteritis annis catarrhi prodigiosum genus populariter viguit, magna serpens contagii vi, neminem fere praeteriens* (*e*) . Di questa scrisse Renato Moreo, nella Vita del Ballonio : *pestilens lues, quae ferini & contagiosi catharri a caputio denominati praenuntia scholas feriari coegit, dispersis doctoribus & discipulis urbem & Academiam deserentibus* . Il Varandeo stimò contagiosa l' Epidemia catarrale dell' anno 1591 *ex leviore coru-*

(*z*) De sign. Catarrh.

(*a*) Hist. lib. 72.

(*b*) Append. cap. 2.

(*c*) Zacut. Lusit. lib. 6. pag. m. 919.

(*d*) Tom. 1. pag m. 191.

(*e*) Donat. de Med. Hist. lib. 6. cap. 4.

rupti aeris, vel contagiosi fomitis impressione (*f*). Tommaso Willis nell' anno 1658, parlando di un' Epidemia catarrale, dice che *insuper malignitatis cujusdam subibat notam, & certa satis contagii atque pernitiei suae documenta dederat; in quantum de domo in domum serpebat; plures ejusdem familiae, & praesertim cum aegris familiarius versantes eadem labe infecit* (*g*). L' Etmullero di un' altra parlando disse: *superiori anno grassabatur hic Catarrhus epidemicus tempore vernali, isque malignus & insigniter contagiosus* (*h*). Federico Offmanno veduto che ebbe l' andare delle due Epidemie catarrali degli anni 1699 e 1709, non dubitò di asserirle per contagiose: *quod autem catarrhi & catarrhales febres contagiosae etiam sint, & alios propinquos atque dispositos contagio inficiant, eam utique fit ob causam &c.* (*i*). Il Bayero descrivendo la Epidemia catarrale dell' anno 1711 la dice *facili contagione propagatam, paucis omnino pepercisse quibus frequens cum aegris erat commercium, unde totas familias infecit* (*k*). La febbre catarrale dell' anno 1729, al dire del Loevo *contagium per totam Europam praesetulit* (*l*). Quindi in Germania il volgo che non sa contenersi fra i limiti del giusto e del convenevole, è passato a temere il contagio facile anche nella ordinaria infreddatura, fuggendo il consorzio degli infreddati, come riferisce Cratone, ed in ciò fanno bene secondo lui: *in catarrhosis pituitam putrescere, & putridum quiddam eos expirare inditio sunt coryzae, habitu etiam contagiosae. Id cum vulgus in Germania sciat, non facile ex eodem poculo, e quo coryza laborans potum hausit, bibit* (*m*). Dopo tante osservazioni di

---

(*f*) Op. pag. m. 326.

(*g*) De febr. cap. 17.

(*h*) Op. tom. 1. pag. 415.

(*i*) Med. Hist. tom. 4. pag. m. 66.

(*k*) Eph. Germ. cent. 6. obs. 97.

(*l*) Hist. febr. Catar. an. 1729.

(*m*) Cons. & Epist. lib. 2. pag. m. 234.

di testimonj autorévoli , che resta a dire di Girolamo Capivacceo , e di Girolamo Mercuriale , i quali negano il contagio nelle catarrali Epidemie? *Nec putamus morbum fuisse contagiosum: praesertim ad nos quoniam nec fuit pernitiosus* , disse il primo (*n*). Ed il secondo : *non sine ratione dixi (contagiosus), quia sunt morbi multi communes qui non sunt contagiosi: puto vos meminisse catarrhos interdum vagari, qui integra regna occupant , sed non sunt contagiosi* (*o*) .

Altro dir non si può , che questi due Girolami , illustri Professori di Padova, fossero un poco troppo restii e difficili a conoscere e confessare il contagio ne' morbi. Perciocchè chiamati in Venezia a decidere se alcune malattie colà introdotte nel popolo fossero o no contagiose , decisero francamente che non lo erano : benchè fossero da altri Medici per tali stimate. Da che avvenne che da quel Magistrato di sanità furono trascurati i necessarj ripari; e ne scoppiò poco dopo una fiera peste che tolse la vita a più di quaranta mille persone (*p*). Da che forse è avvenuto che il Mercuriale del suo facile errore accorto e dolente, nella catarrale Epidemia benchè benigna che fu in Padova ed altrove nell' anno dappoi 1580, non ardì di negarne il contagio ; ma ne chiese umilmente il parere del suo amico Cratone : *utrum contagiosus sit , libenter sententiam tuam intelligerem . Et si Deus benedictus pravitatem non ademisset , salva non esset facta omnis caro* (*q*) .

E' benigno e maligno .

È costume de' morbi epidemici l' essere benigni tal volta , tal volta maligni . Il vajuolo per lo più in questi paesi è così benigno che tre o quattro appena fra cento toglie di

---

(*n*) Epist. ad Mon.

(*o*) Prælect. Patav. lib. 5. cap. 17.

(*p*) Maurocen. Hist. Venet. tom. 2. lib. 12.

(*q*) Craton. Consil. & epist. lib. 2. pag. m. 232.

vita : ma in certi tempi e in certi paesi è così micidiale che una gran parte degli ammalati toglie di vita . La istessa peste , la di cui essenza riponesi in essere perniciosa, lo è così più o meno che essa pure distinguesi in benigna e maligna . Lo stesso Ippocrate dichiarò col nome di peste la parotide epidemica, che noi volgarmente diciamo *mal del montone :* notando egli pure essere questa di sua natura così benigno morbo, che niuno uccide, e non abbisogna di cura medica o chirurgicale (*r*).

Questa proprietà non manca al Catarro epidemico, anzi siccome è il principale de' morbi epidemici, la possede anche in grado eccellente : talmentechè di morbo che è d' ordinario benigno e breve , in qualche circostanza di sito diverso viene ad essere tanto pernicioso che sembra una vera peste . Meglio è però conservare l' indole primigenia del morbo, e chiamarlo in tal caso catarro pestilenziale; non già *pestis sub larva catarrhi ;* ovvero ramo di peste , com' è piaciuto al consiglio di Sanità di Vienna, ed a Gallizio Vicentino . Basta dare un' occhiata alle passate Epidemie catarrali per vedere come in molte di esse sia stato il morbo benigno in molti luoghi , e nel tempo stesso in altri maligno e pestilente. Nella Epidemia dell' anno 1387, secondo Buoninsegni molti morirono in Toscana, e secondo il Marchesi pochi morirono in Romagna. Quella dell' anno 1400 in Italia fu pestilenziale ; e quì in Verona *morinne una terza parte della gente* (*s*). Quella dell' anno 1414 fu egualmente maligna tanto in Italia, secondo Frate Girolamo da Forlì, quanto in Francia secondo il Mezerey . Quella dell' anno 1510 fu pestilenziale quì in Verona , come portano i nostri Istorici ; quando in Francia, secondo il de Thou, non fu di molta rilevanza . Quella dell' anno 1557 fu dappertutto micidiale : precedè ad essa una specie di peste in Venezia , accennata dal

---

(*r*) Epid. lib. 1. sect. 1.

(*s*) Biancolini Ist. di Verona tom. 1. pag. 125.

dal Bochelino: fu accompagnata da peste in Olanda descritta dal Foresto: fu seguita immediatamente da peste in Moravia, ricordata da Cratone, e da quella di Lovanio, per cui morirono due medici famosi grandi amici, *Triverio e Gemma*, disprezzato avendo ogni riguardo ed ogni Medica cura. Quella dell' anno 1578, fu mortifera in Francia secondo il Ballonio: fu preceduta da una peste in Trento e Brescia secondo i nostri Istorici; e fu accompagnata dalla peste in Basilea, secondo Platero. Quella dell' anno 1780, di tutte la più famosa, fu in Francia e nell' Olanda del tutto benigna, secondo l' Anonimo in Riverio, e secondo Foresto. Così in questa parte settentrionale di Italia fu mite secondo il Capivacceo ed il Mercuriale: ma in Roma ne perirono più di due mille persone al dir del Sennerto; quando in Germania secondo lui *vix millesimus quisque moriebatur* (t). Fu in Parigi micidiale: leggendosi nel Ballonio: *pestis gravissima in homines saeviit. Quanta fuerit calamitas, quam dolenda symptomata, aliis locis aperiemus, sed id magno nostro dolore* (u). In questo anno son perite nel Cairo cinquanta mille persone (*x*). Quella dell' anno 1591, secondo il Sennerto ed il Varandeo, mite in Germania ed in Francia, portò con se in Italia febbri maligne e pestilenti; delle quali scrisse il Camilli, il Cagnati, il Tronconio, il Platina, ed il Muratori. Quella degli anni 1567, 1598, fu mite in Germania al riferire dello Schenchio; ma in Roma tolse di vita nove mille persone. Fu preceduta da un' Epidemia in Venezia descritta da Diomede Amico; o da una simil peste in Amburgo, e fu accompagnata da non so qual peste in Ulma, ed in Forlì, ricordate l' una da Gregorio Horstio, e l' altra dallo Spinelli. Il Sennerto in questi anni appropria una mortale Epidemia in molti luoghi della Germania. Nell' anno 1658, la benigna, in Primavera, Epidemia catarrale del Villis, in Autunno

---

(*t*) De febr. lib. 4. cap. 17.

(*u*) Op. tom. 1. pag. m. 175.

no divenne una febbre maligna fatale: e fu peste nel precedente anno in Roma, in Napoli, in Genova, ed in altre Città d' Italia. Quella del 1669, altrove benigna fu pestilente in Leida al riferire di Le Boesilvio. Quella dell' anno 1675, in molti tratti d' Europa benigna, fu pestilente in Malta, in Colonia, in Giessa, secondo il Muratori, il Danckers, ed il Melchiore. Quella dell' anno 1679, benigna in Francia, fu pestilente in Napoli ed in Vienna, secondo il Tozzi ed il Foscarini. Quella dell' anno 1691, benigna nella Stiria, fu maligna in Modena secondo il Ramazzini: e secondo il Baglivi fu peste in Puglia, e nell' anno seguente apparvero facili cancrene nelle parti piagate. Quella dell' anno 1699, benigna in Ratisbona, fu maligna in Ala di Sassonia secondo l' Offmanno. Quella dell' anno 1709, in Turino benigna secondo il Fantoni, fu micidiale nel resto del Piemonte ed in Francia: fu benigna dapprincipio in Roma, poi si mutò in maligna e micidiale secondo il Lancisi: e fu in questo anno peste in Olanda, in Prussia, nella Slesia e nella Polonia, secondo il Canoldo ed altri Autori. Nel tempo della Epidemia catarrale degli anni 1711, 1712, furono in varj tratti della Germania pessime Epidemie; e segnatamente nell' Austria, e nell' Alsazia fu peste, secondo il Bensa ed il Boetichero. In quella degli anni 1729, 1730, si legge che negli Svizzeri *nemo enectus est*; eppure fu micidiale in Francia ed in Inghilterra: e tanto offesi ne vennero in Italia i Ferraresi ed i Ravennati, che i Bolognesi per timore di peste chiusero i passi. Così quella in molti paesi benigna degli anni 1732, 1733, fu in Italia mortifera, come si legge nel Moreali e nel Muratori. Fatale parimente fu in Parigi secondo il de Sauvages, in Dresda secondo il Violante, in Inghilterra secondo il Pringle, in Italia secondo il Muratori, la Epidemia catarrale dell' anno 1742, 1743. Anzi fu peste in Calabria, ed in Sicilia. Noi quì in Verona ne fummo cotanto travagliati, che raddoppiossi il consueto numero de' morti: e nel solo Ospital militare ne perirono più di trecento; con tre de' Medici destinati alla lor cura. Nel benignissimo Catarro dell' anno 1782, vengo ragguagliato da chi colà trovavasi, che molte migliaja di persone per esso sono perite. E quì in Verona, trascurato senza temerne il lor morbo, due Medici giovani di molta speranza per esso sono periti.

Queste Memorie, cavate per la maggior parte con qualche studio da luoghi oscuri e dimenticati, ho io quì succintamente esposte, non già per far pompa di una vana erudizione ridicola, ma perchè i Medici meglio conoscano il genio traditore di questo morbo, onde con più sicurezza con opportuni medicamenti trattarlo: e perchè imparino a guardare la propria vita dalla facile sua maligna contagione: e soprattutto per fare accorti li Magistrati che presiedono alla salute del popolo, a chiudere li passi se le vicine Città ne siano malamente offese; a proibire quando è penetrato, ogni e qualunque, o sacro o profano che sia, concorso di popolo; a tenere a pubbliche spese nelle proprie abitazioni gl' infetti poverelli, senza accumularli negli Ospitali; e a mettere in opera quelle precauzioni, che sono solite a praticarsi in tempo di vera peste. Massimamente che trattasi di un pericolo che in poche settimane passa e si dilegua.

PARTE SECONDA

Teoria del Morbo.

Il catarro epidemico è una infiammazione della membrana pituitaria, prodotta dal muco investito da un eterogeneo miasma, che esala da' corpi del medesimo morbo infetti.

Altro dunque propriamente non è che una *corizza* o sia *raffreddore*: in ciò solo dall' ordinario differente, in quanto è prodotto, l' ordinario, dagli umori proprj o naturali, o morbosi del corpo; e l' epidemico è prodotto da una estrinseca forestiera materia morbosa. Questa differenza di cagione ed origine fa che un medesimo morbo, al senso egualmente molesto, e dai medesimi sintomi accompagnato, in un caso sia semplice e benigno, e niuna conseguenza peggiore con se porti, benchè diuturno e molesto; nell' altro caso perchè contagioso sia più temibile, e delle peggiori conseguenze capace. La membrana pituitaria si estende per tutta la superficie delle interne narici; e ne investe le varie anfrattuosità, le conche, le pareti dal tramezzo del naso; e ne penetra stessamente nei seni frontali, nei mascellari, negli sfenoidali, nei condotti palatini e nei lacrimali. E' di una tessitura cellulare e vellutata. Ha nervi, arterie e vene, e separa una linfa mucilaginosa, che la tien morbida contra la secchezza dell' aria che si respira, e per uso dell' odorato, di cui è l' organo. Per evitare questa secchezza, che impedirebbe il senso dell' odorato, con semplicissimo artifizio colano per il sacco e per il condotto lacrimale le lacrime dopo aver bagnato l' occhio, ricevute dai punti lacrimali, penetrando esse per un foretto che penetra il duro osso, e dentro il naso le porta. Oltre a ciò i seni sono talmente dentro le narici nei dintorni disposti, che in tutte le positure del corpo sempre uno o l'altro tramandano molta umidità. Perchè posato il capo sul fianco destro si vuota il seno mascellare sinistro: posando sul sinistro si vuota il destro: inclinato il capo per davanti, si scaricano i seni sfenoidali: piegandolo all' indietro si scaricano i frontali. Oltre a ciò per umettare questa membrana ascendono vapori dallo stomaco; e più ancora dal polmone nel mandar fuori l'aria che si respira. Or tutta questa untuosa umidità che alla membrana pituitaria proviene, o da altra parte, o da se stessa separata, tutta poi cola giù dietro all' ugola, senza che l' Uom se ne avveda. E per ventura colando per l' ugola bagna la sommità della laringe, e per essa discende nella trachea al polmone. Si fa dunque quì un perpetuo circolo di questa linfa: non male paragonato dai nostri antichi ad un lambicco in cui la bollente acqua sale e discende. Questa membrana è continuata ancora di là dalle narici interne sopra la faringe, sopra il tramezzo del palato, e giù per l' esofago e per la trachea, sempre ricoperta di una linfa mucilaginosa, in cui facilmente si fermano ed invischiano morbose particelle somministrate dal giro comun degli umori; o dai nocivi vapori che si sollevano dall' infetto polmone, o dallo stomaco sporco ed ingombrato; ed essendo per se stessa di una sostanza cellulare, ravvivata da molti vasi sanguigni e nervosi coperta con una sola sottile epidermide, esposta immediatamente all' aria aperta, o stemperata o ripiena di cattive esalazioni; da tutto questo ne viene che è facilissima ad infiammarsi. Attratto così coll' aria che si respira il venefico miasma catarrale, che dai corpi vicini ne esala se siano di esso infetti, s' intrica e ritiene in quella mucosità: stuzzica irrita, ed infiamma, a segno talvolta di sfracellare o distruggere la membrana stessa: e giù talvolta ne discende per le sue propagazioni la pestifera infezione a produrre altre moltiplici malattie dello stomaco e del polmone; quali si veggono sussistere dopo il primo corso del catarro Epidemico.

Indole del Miasma Catarrale.

Di niuna classe de' morbi si trovano tanti Scrittori, quanti sopra le malattie epidemiche e contagiose. E ciò non ostante rimane ancora questa parte di Medicina del tutto misteriosa ed impercettibile. Un celebre moderno Autore si è data la pena di consultare parecchi Scrittori, che trattano in grossi volumi sopra la peste, e non gli è riuscito di trarne una definizione che ne comprenda il carattere. Si scorge in queste malattie una costante legge, per cui rinascono sempre a se stessi simili, e pur son molti ed essenzialmente uno dall' altro distinti, e però costanti di principj primigenj ed indelebili; senza che si arrivi a conoscere in che siano differenti; come cessino per molti anni; e di tratto in tratto sempre simili a se stessi rinascano. Generalmente i morbi in diverso cielo ed in diversa stagione mutano aspetto e diversa cura richieggono; gli epidemici soli sono sempre gli stessi in tutti i climi, ed in tutte le stagioni. Nei nostri paesi, parlando della peste e degli epidemici veri e primigenij, non si veggono mai nascere spontanei, ma per contagio solo si accostano e propagano. Qual dunque ne è la prima origine? dobbiam forse ridurci, come qualcuno ha pensato, a stabilire di essi i semi sin dal principio del mondo con le altre cose creati? Questo è uno sconcio: mentre la natura non crea, ma patisce i morbi. Questo pensiero ha cotanto ingombrato il cervello di qualche imbecille uomo, che per fuggire questa difficoltà è divenuto a negarne in ogni morbo il contagio. Queste ed altre cotali difficoltà, che in seguito del nostro discorso appariranno, fanno me iscusato se cosa non saprò dire che pienamente soddisfaccia. In tanta oscurità di cose il meno assurdo che si pensi o dica, tiene il luogo della maggiore verisimiglianza e probabilità.

E' virus Catarrhoicum.

Essendo a noi ignota l' intrinseca natura ed indole di questo catarrale miasma, per non cadere esso sotto ai sensi, nè esser soggetto ad esami di Chimica, saremo contenti per non confessare sì facilmente la nostra ignoranza, di chiamarlo per ora *virus catarrhoicum*, in quel modo che altri veleni, solo conosciuti dai loro effetti, sono chiamati dai Medici *virus venereum*, *virus variolosum*, *virus morbillosum*. Poichè questo veleno sempre simile a se stesso negli effetti che produce, ed è da qualunque altro morbo distinto, basta al Medico definirlo col titolo di catarrale, per distinguerlo dalle altre specie di morbosi veleni. Quale poi in se stesso siasi esso, si lascia agli oziosi Filosofi l' indagarlo: ai quali è libero il produrre le più stranie opinioni, senza danno della Umanità.

Per difetto d' Istoria rimane oscura altresì l' origine del ca-

catarro epidemico, e del miasma che lo produce. Ogni peste, come leggesi nel Vallisneri, provien dal Settentrione. Ogni peste, dice Plinio, proviene dal mezzogiorno. Noi al contrario la veggiamo più spesso procedere dall' Oriente. Di là provenne secondo fedeli relazioni anche il catarro dell'anno 1782. Da tal parte provennero una volta il vajuolo, i morbilli, ed altri morbi epidemici, ignoti prima in Europa; laonde non è fuor di ragione il credere che di là sia pur da principio provenuto il catarro epidemico. Vuolsi che da tal parte siasi aperto l' adito a noi di questi morbi, col commercio delle nazioni fatto più libero ed aperto in que' secoli. La questione sta se come il vajuolo ed i morbilli, e gli altri epidemici morbi di là provenuti sembra che ora presso noi siano fatti nazionali, così sia del catarro: o se pur di volta in volta che quì appare sia di là trasportato. Non era in Europa un tempo la mentagra: vi fu introdotta, secondo Plinio, al tempo di Tiberio Claudio Cesare, e quì è restata. Non era in Europa il vajuolo, fu quì introdotto a' tempi di Maometto, e vi permane. Non era in Europa il morbo gallico: quì fu introdotto ultimamente, e vi permane. Non era in America il vajuolo, vi fu introdotto dai nostri, e vi permane. Non credo che sia così del catarro epidemico; ma stimo che qualunque volta rinasce, venga da' lontani paesi a noi trasportato: a somiglianza della vera peste, che sempre qualunque volta a noi viene, ci è portata da' corpi o robe infette di colà dov' è perpetuo il suo regno. Mi fa creder così l' essere esso contagioso; qual non è il catarro che ne' nostri paesi è perpetuo: e di un contagio prontissimo a diffondersi sopra la faccia della terra in pochi mesi, cessando dov' è del tutto in poche settimane con ritardare per alquanti anni il suo ritorno.

Non è putrido.

Col supporre il miasma pestilenziale operare in forza della sua putridità, palese dal fetido odore che mena, si spiegano facilmente molti fenomeni de' morbi contagiosi epidemici. Si rende ragione della forza che ha di guastare e corrompere gli umori e le parti ferme del corpo, producendo maligni morbi, per cui fatti cadaveri gli uomini, più presto e più forte dell' ordinario putono e si corrompono. Si spiega anche coll' idea della putredine il loro facile contagio; come si vede che un pomo marcito ne guasta i vicini sani: come una pecora infetta ne guasta un branco: come un pezzo di carne putrida fa più presto puzzare e corrompersi un pezzo di essa ancor fresca ed incorrotta. Infatti, e dagli antichi e dai moderni Autori questa causa de' morbi pestilenziali si trova accolta ed adottata, *notum est*, dice l' Offmanno (x) *omnes qui contagio propagantur morbos lymphae corruptionem, vappescentiam, vel putredinem habere causam*. Ma per vero dire poco competono i fenomeni del catarro epidemico con quelli della putredine; mentre questi tutto disciolgono e tramutano, con generarne poi de' diversi, *corruptio unius est generatio alterius*, dice il Filosofo: e quelli del catarro all' incontro sono fecondi e generativi di se stessi. È l' odore che sparge il miasma catarrale, è sempre simile a se stesso, e da ogni altro odore differente; ch' è solito provenire da' corpi o altre materie putrefatte e corrotte. Vediamo li lavoratori dentro le cloache, e nei sepolcri niun danno riportare dalla lor puzza: e se qualcuno ne riportano, non è contagioso, e niente ha di simile col catarro epidemico.

Non è animato.

Verso la metà del secolo antipassato il Circhero introdusse una nuova sua opinione sull' origine de' mali contagiosi si e pestilenti, volendoli causati da piccolissimi insetti. Non è dubbio che con questo sistema non si renda ragione de' principali fenomeni di questi morbi. Sopra tutto serve esso a spiegare un miasma indistruggibile e generativo di se medesimo: di un miasma vario specificamente in varj morbi epidemici, i quali sono sempre simili a se stessi, e sempre un dall' altro diversi. Alcune traccie di questa opinione in proposito del catarro si trovano in Alsaaravio, eccellente Scrittor Arabo che fiorì dopo il mille. Questi parlando di certa specie di tosse, la derivò da insetti: *vel fit tussis ex animalibus generatis in canna pulmonis, et locis vacuis, quae minora sunt muscilaginibus* (y). Questo testo male viene attribuito dal Montagnana ad Avenzoarre, che fiorì un secolo dopo. Non sono io lontano dal credere che certi morbi di lento e difficile contagio non sieno effettuati da' vermi, come sono forse il morbo gallico e la rogna. Ma non credo che sia così del catarro epidemico: per esser questo fuggiasco e per se stesso dileguantesi, anche senza opera di Medicina; quando gli altri per essere verminosi, se pur lo sono, ricercano i più forti e continuati presidj dell'arte, prima di venire distrutti. E non è da credere che nel catarro a noi provengano trasportati da venti; stantechè si è veduto che il miasma catarrale non s' alza sopra i muri ad infettare persone chiuse e rinserrate gelosamente dentro ai Monasteri.

(x) Med. Syst. tom. 4. sec. 1. cap. 6.

Non è vegetabile.

Come nell' aria stanno invisibili e dispersi molti animaletti, e loro semi; così nell' aria disperse si trovano molte invisibili particelle organiche, semi, o frammenti di vegetabili piante: per le quali si può render ragione di molte proprietà del contagio catarrale. Il Villis spiegò la forza di certi

---

(y) Pract. tract. 13. cap. 2.

ti morbi attaccaticcj con l' idea degl' innesti de' vegetabili. Un altro moderno Scrittore è stato da una celebre Accademia premiato, per aver ardito di sostenere che ogni malattia del corpo umano proviene da una sua propria distinta semente. Ma è da rifiutarsi questa opinione per la stessa ragione di quella degli insetti. Essendo cioè dispersi per l' aria i semi del catarro, attaccherebbero indifferentemente or una or l'altra persona, or una or l'altra Città in un tempo medesimo, e in grandi distanze, senza bisogno di contatto. immediato, o stretta comunicazione coi corpi infetti. Quì fa pur grande opposizione l' osservare vivo ed attivo il catarro nel fitto inverno ed in paesi freddissimi, quando la natura in tal tempo poco opera a prò dei vegetabili.

Non è Peste.

Molto differente per natura è il veleno della peste, detta il gran Contagio, dal velen catarrale. La peste proviene dalla Turchia, dov' è morbo nazionale, o sia endemico: il catarro da ogni parte proviene. La peste introdotta in altro paese, colà si ritiene, e per due o tre anni vi permane; il catarro celeremente passa, dopo la breve dimora di uno o due mesi. La peste è sempre micidiale, e toglie di vita una metà o almeno una terza parte degli abitanti dove infierisce: il catarro quando è presente in quasi ogni persona si attacca, e se altro non si aggiunga, per se stesso niuno uccide. Si manifesta la peste con tumori alle ghiandole, spezialmente parotidi, con antraci o sia carbonchi, con petecchie, con poca febbre o niuna: il catarro epidemico con breve corso di febbre ardita si dilegua, senza avere con se niuno de' nominati pestilenziali caratteri.

Non è per influsso dei Pianeti.

Un importuno accidente molesto interrompe il filo del no-

nostro discorso. Ai tempi nostri negli anni 1742, 1762, 1782, 1802, si è incontrato a seguire il catarro epidemico in tempo della congiunzione dei due Pianeti Saturno e Giove. Favorisce questo accidente l'antica opinione dei Caldei, in proposito dei mali influssi che tramandano le stelle sopra della nostra terra. Opinione confutata da Cicerone, sul fondamento della infinita distanza dei Pianeti dalla terra, o ~~ben~~ anche da uno all' altro di essi, benchè nelle loro congiunzioni pajano agli occhi nostri vicini: *O delirationem incredibilem*, dic' egli (z), *quae potest contagio ex infinito pene intervallo pertinere ad lunam, vel potius ad terram!* Giove secondo i moderni Astronomi (*a*), è distante dalla terra cinquecento e sei milioni di miglia, e Saturno ottocento e cinquanta nove. Qual affare possono essi avere col contagio catarrale, il quale lungi da noi tre o quattro piedi, si disperde nell' aria, e svanisce reso incapace di offendere? Se ultimamente quattro di queste congiunzioni si sono unite coll' anno del catarro, dando a dietro, altre trenta ne troveremo fuor di quel tempo avvenute. Più spesso si è incontrato a viaggiare il Papa, che tardamente si muove, in anni di catarrale Epidemia: leggendosi questo di Urbano VI, di Gregorio XII, di Giulio II, di Clemente VIII, di Pio VI. Dunque si potrà dire con altrettanto di ragione che il viaggio del Papa influisca sul catarro. Chiunque affidato però al felice quadruplicato incontro di queste quattro ultime epidemie catarrali, ardisse di predire che nell' anno 1822 tornerà in campo con la congiunzione che sarà in quell' anno di Saturno e Giove, il catarro epidemico, correrà rischio di mostrarsi un falso profeta ridicolo, come è intravenuto con suo scorno a Pietro Mainardo, il quale credendo insorto il morbo gallico per male influsso di Pianeti, pronosticò dover esso cessare nell'

(z) De Divinat. lib. 2.

(*a*) Cagnoli, notizie astronom.

nell'anno 1584 per influsso di contraria forza; e come pure intravenne a Giovanni Stoeflero, il quale mise in gran confusione e terrore l' Europa tutta, predicando all' anno 1524 un altro diluvio; perche Giove e Saturno doveano trovarsi insieme nel segno dei Pesci.

Non è per intemperie di stagioni.

Nei primi secoli, dopo che apparse in Europa il catarro epidemico, sorpresi i Medici dalla stranezza del nuovo morbo non più veduto o descritto, chi di essi lo imputò al malo influsso dei Pianeti, chi alla intemperie delle stagioni. Giovanni Huxham, ai nostri giorni, cangiò ordine alle cose; e togliendo l'onore agli astri sublimi, restrinse alla sola Luna la facoltà di presiedere al corso delle malattie, e restrinse il catarro alla sola stagione d' inverno, col volerlo prodotto unicamente da una fredda ed umida atmosfera: *praecedit hunc morbum semper, ac comitatur crassa admodum humidaque atmosphaerae temperies: nec grassatur unquam nisi mensibus hybernis* (*b*). Non si nega che per intemperie di stravaganti insolite mutazioni di tempi e di luoghi non possa acquistare il morbo caratteri di malizia, quali, essendo contagioso, pur naturalmente non ha: ma è sempre vero che passeggia superbo, anzi vola non impedito per tutte le quattro stagioni dell' anno. Come nelle tre ultime epidemie veduto l' abbiamo, di primavera, di estate, e di autunno.

Si spiegano i sintomi del morbo.

Attratto il velen catarrale che esala da'corpi infetti per la via dell'odorato dentro le narici, s' invischia e ritiene nel mu-

---

(*b*) De aere, tom. 1. pag. m. 113.

muco naturale della membrana pituitaria : la irrita, la gonfia, la infiamma; onde se ne suscita una febbre di doppia natura, infiammatoria e propriamente nervosa. È questa preceduta non solo, siccome nel consueto, ma accompagnata ancora da molesti brividi, che sembran di freddo, ma sono puramente spasmodici. Attratta per la infiammazione al luogo affetto maggior quantità di sangue; o per meglio dire accumulato il sangue che liberamente non scorre, s' arrossa il volto, e duole il capo : stilla il sangue dal naso, e cola un umor sottile corrodente, che costituisce la *corizza*, che è il principale e più comune sintomo del catarro. Dalla gonfiezza dell' interna membrana se ne comprimono e turano le aperture che tramandano dal sacco e condotto lacrimale le lacrime che restano dopo aver bagnato l' occhio; e l' occhio si fa lacrimante ed infiammato. Qualche porzione di questa infetta ridondante pituita si volge alle fauci; e giù cadendo per l' esofago al ventricolo, con la sua puzza toglie l' appetenza, e ne produce il vomito, e talvolta la soccorrenza. Un' altra porzione si strascina dietro all' ugola e giù cade per la trachea al polmone, da che proviene la raucedine, e se ne eccita la tosse, dal principio inane e molesta. Intanto con l' ajuto del sudore che mena la febbre, e con la concozione o corpulentezza che stazionando acquista la sottil materia dentro le narici e nel polmone, se ne ripurga il sangue, ed esce il catarro infetto per le narici. Così presto son salvi gl' infermi; conservando per qualche giorno, ed esalando la puzza catarrale, per qualche tempo capace d' infettare chi troppo se le avvicina. Non ripurgato il morbo per negletta cura, e cattivo governo è capace in seguito di produrre pessime malattie, che in fine portano all' altra vita gli infermi.

Proviene il velen catarrale da un muco per esso avvelenato : trova però nel muco de' sani un nido suo proprio e confacente, in cui fermarsi, e diffondere la propria venenosità. Opera quivi infatti a foggia di fermento, che presto eccicita la sua agrezza nella pasta dalla quale provenne. Di quì avviene e la diffusione in tutti i sani, e la propagazione da uno nell' altro della sua stessa infezione, che è quanto dire del suo contagio. Perciocchè è errore delle Scuole il credere che la peste e gli altri contagi non siano capaci di offendere se non corpi per qualche difetto disposti a riceverli. Ogni corpo sano è disposto a riceverli: anzi si danno delle infermità che impediscono il loro effetto nei corpi. Come è nel catarro epidemico: che quantunque i sani siano disposti a riceverlo e restarne offesi, alcuni si hanno che per conformazione nativa delle ossa sono schiacciati nel naso, e non ponno trarre il respiro per le narici; cosicchè sono costretti a respirare con la bocca, che sempre tengono aperta. Altri per l' abuso del tabacco hanno la membrana pituitaria incallita e insensibile, perduto avendo quasi del tutto il senso dell' odorato. In questi non fa presa il velen catarrale dentro le narici, e sono esenti dalla *corizza*: ma passando immediatamente il veleno dentro il polmone per la trachea, restano più degli altri sottoposti a ferina tosse, che facilmente eccita lo sputo di sangue, e se pur non succeda un' acuta peripneumonia, sono in pericolo di passare ad una pessima tisichezza fatale.

Della Tosse.

Una pessima confusione si trova negli Autori fra la tosse epidemica de' fantolini, e la tosse del catarro epidemico. Quella è un male essenziale di propria spezie, il quale di tratto in tratto insorge a tormentare i fanciulli: questa è un sintomo del catarro epidemico. Si dà il catarro epidemico senza la tosse de' fantolini: si dà la tosse de' fantolini senza che sia in vigore il catarro epidemico. Sino ai tempi del Ballonio il catarro epidemico era denominato *coqueluche;* e la tosse de' fantolini era denominata *quinta* o *quintana: hujus gravia sunt symptomata. Pulmo ita irritatur, ut omni contentione nitens, excutere id quod molestum est,* *nec*

nec admittat spiritum, nec vicissim facile reddat. Intumescere videtur, et quasi strangulabundus aeger mediis faucibus haerentes spiritus habet. Cur quinta vulgo dicatur, dubio non caret (c). Qual similitudine tra il morbo quì descritto, ed il catarro epidemico, dal Ballonio parimenti descritto nel medesimo anno? Eppure li Francesi chiamano oggi la tosse de' fancinlli con quel nome stesso, con cui essi ne' secoli addietro chiamavano il catarro. „ La *coqueluche* (dicono gli Autori Parigini continuatori della fortunata Opera del Tissot *Avis au peuple*) est cette toux redoublée, pressé, opiniâtre qui se renouvelle à des intervalles plus ou moins éloignes. „ *Coqueluche vulgo est tussis saepius epidemica puerulos infestans per paroxysmos, quintas dictos, revertens*, così il dotto de Sauvages (*d*). Ed il Lientaud: *tussis infantum catarralis, vehementior et epidemica, quae* coqueluche *apud Nostrates audit, suis exacerbationibus vel paroxysmis a caeteris speciebus rite distinguitur* (e). Ingannato dalla autorità di questi reverendi nomi il Traduttor Francese dell' Opera del Buchan, ad un capitolo, in cui si tratta della tosse de' fantolini, per ventura col titolo Inglese *chincough*, ovvero, come altramente nota il Sidenamio *hooping Coug*, prepone il nome *coqueluche*: l' uno e l' altro ignorando che *coqueluche*, e mal del castrone significano bensì il catarro epidemico, ma non mai la tosse de' bambini: checchè gli Autori della Crusca facciano corrispondere la tosse al mal del castrone.

Questi sono li principali sintomi del catarro epidemico ordinario e benigno. Resta a dir qualche cosa sopra di tre altri mali diversi; nei quali suol passare il catarro nel farsi in qualche luogo maligno e micidiale. Questi sono la febbre maligna; detta volgarmente *mal mazzucco*, la peripneumonia,

---

(c) Epid. lib. 2. pag. m. 155.

(d) Nosolog. clas. 5. num. 5.

(e) Prax. Med. lib. 3. sec. 2.

nia, e la tisichezza. In questi si verifica quel detto dell' Areteo: *Exiguos morbos majores excipiunt: cumque priores discrimine vacarent, eorum soboles pernitiosa exoritur.*

Della Febbre maligna.

Quando il Catarro non arriva a sciogliersi in pochi giorni, per uno sputo o per corizza che siano dolci e concotti, ovvero per un sudore profuso e salutare, degenerando esso dalla benigna sua indole, penetra al cervello la infiammazione, s' accosta alla cangrena; e sintomi perniciosi danno fuori in tempo che oppressa la febbre, sembra mitigata o niuna: reso il polso naturale, e inclinando al freddo il morboso calor delle carni che prima era. Questa è la febbre maligna vera; come un Uomo dicesi maligno, il quale sotto aspetto amico macchina insidie e pensa ad offendere altrui.

I preludj del morbo sono alcuni dolori vaganti per le membra, con facile torpore e formicolamento: il capo aggravato e confuso; l' animo senza ragione appassionato e melanconico: i sonni turbati da insolite veglie e da funesti sogni. Al cominciare del morbo hanno qualche riscaldamento di gola, le narici ancora ingombrate e chiuse, gli occhj fiammeggianti e lacrimosi. Vacillano camminando; nè si credono ancora ammalati: ma sono costretti dai domestici a custodire il ritiro, e a mettersi a letto. Il corpo loro si fa stitico, le urine rosse e scarse, perchè rifiutano il cibo e la bevanda. Non hanno sete benchè la lor lingua sia infocata ed arsiccia. I sonni si fanno sempre più turbati e paurosi, e svegliati d' improvviso credono fermamente di essere stati da qualcuno assaliti e maltrattati. Quindi divengono sino dai primi giorni del male pensierosi e timidi, e in se stessi raccolti, a segno di parere sordastri, benchè ancora nol sieno. Rifiutano i medicamenti, e le altre ordinazioni del Medico, non volendo essere infermi, e temendo di essere traditi. Le loro membra s' irrigidiscono, e giacciono immobili nel sito do-

dove si trovano, benchè abbiano un braccio o una gamba intorpiditi e gonfi per una mala positura del loro corpo. Rompono però bene spesso per se stessi il loro silenzio, e questa immobilità; alzandosi d' improvviso dal letto, e con forza irresistibile tentando di ammazzarsi con coltelli, o di gettarsi dalle finestre. In questo tempo delirano di una specie di pazzia; dicono di genere ogni spropositi; e tornando per poco in se stessi si accorgono di averli detti; e se ne vergognano; e cercano con ingegnose cabale e rigiri di coprire agli astanti il loro errore: altri ridono e si godono del loro spropositare. Ridono i più sensati e serj, e bestemmiano i più morigerati e religiosi. Intanto la gola sempre più si disecca ed infiamma, onde penano ad inghiottire, e s' allarmano con chiuder forte la bocca, quando alcuno s' accosta con cibo o bevanda per ristorarli. E come i morsicati da cane rabbioso cadono nella *idrofobia*, così questi per non dissimile ragione cadono nella *sitofobia;* sputando in faccia a chi loro porge l' odiato boccone. La lingua si annera e disecca: le narici stillano sangue, e materie corrotte e fetenti: l' udito si perde: escono gli escrementi senza che se ne accorgano o li mandan fuori senza risentimento o vergogna. Vanno con le mani in traccia di mosche, e piegano e ripiegano i panni vicini. In questo stato di cose, se sintomi avvengano che mostrino li nervi e l' interno cervello patire: vale a dire stridore di denti, guizzi di tendini, convulsioni di membra, parziali paralisi, questi son tristi preludj di un pessimo fine. Perchè poco dopo danno nel letargo, e da un profondo stertore aggravati, quasi apopletici finiscono la vita: chi più presto, chi più tardi, fra il duodecimo ed il ventesimo giorno del male. Se tali sintomi non si manifestino, sogliono superare il morbo, benchè prima di guarire debbano tollerare una pessima cangrena dell' interna membrana del naso e della bocca, prolungatosi il male e la sua crisi sino al quarantesimo o sessantesimo giorno del male. Nel qual tempo, e dopo ancora per qualche ora del giorno parlano fuori di proposito; e restano vive nel loro cervello le immagini di quelli stessi spettri o figure che nel tempo del loro male avevano sempre presenti e davanti agli occhi. Provenendo questo male dal Catarro epidemico, ch' è morbo contagioso, perdutasi in questo trascorso di male la benignità del morbo, ne resta vivo il suo contagio: e questo pure diviene un male contagioso, ed attaccaticcio a quelle persone che da vicino assistono agli infermi; e passa di famiglia in famiglia, e di contrada in contrada, tardi serpendo dappoi.

Questo male rilevantissimo, e frequentissimo è restato senza nome proprio e speziale; quantunque sia da ogni altro male discrepante e diverso. Il volgo qualche volta più accorto dei dotti, (non so per qual ragione) per quanto leggesi in Amato Lusitano e nel Torella, il chiama in Spagna col nome di *Modorra* o *Modorilla*. Noi qui il chiamiamo volgarmente Mazzucco, e secondo il Brasavola così chiamavasi comunemente in Italia trecento anni fa: *pulsus affectus ex phrenitide & lethargo, quem nos vocamus malum Mazuchi* (q) sembra un vocabolo corrotto e composto di *male* e *zucca*. Zucca si dice dal volgo la testa: *zuccone* si dice ad un uomo stolido, che non intende ragione: com' è proprio di questa malattia. Per questo sintomo, io crederei che si potesse chiamare con nome più decoroso *morbo attonito*: giacchè Cornelio Celso adoperò questo nome in malattia controversa, che per errore di testo è detta *apoplessia*, quando per ventura dovea dirsi *embrontesia*, che significa appunto l' essere attonito e stupido quasi percosso dal fulmine. Alcuni pensano che Celso dove sta scritto la prima volta fuor di proposito *apoplessia*, usasse il vocabolo di *catalepsi*, morbo che conviensi ad ammalati che sono di corpo e d' animo insensati. Ma è da avvertire ch' Egli si appella ai Greci: e secondo i Greci de' suoi tempi *catalepsi* non significava un mortal morbo definito; ma nulla più che quanto i Latini dicono *deprehensio*, *comprehensio*, *adeptio*. Secondo lasciò scritto Celio Aureliano, Asclepiade fu il primo che trasportò ad uso medico questo vocabolo: e non fu usato per molti secoli dappoi se non dagli Scolari di Asclepiade, il qual fiorì pochi anni prima di Celso.

(q) Ind. in Galen. p. m. 396.

Della Peripneumonia.

Fu questo morbo più del solito frequente dopo il Catarro epidemico dell' anno 1733, dopo quello dell' anno 1762, secondo l' Huxam, e secondo il Moreali. Noi l' abbiam veduto frequente in quello dell' anno 1782. Determinato il velen catarrale al polmone, o per il libero immediato respiro dalla bocca, o per ripercosso sudore nelle prime febbri, ajutando la tosse assidua ed inane, se ne aggrava, irrita ed infiamma il polmone, e se ne produce la peripneumonia. Più facilmente ciò avviene se sia d' inverno o di primavera, quando concorrono altre cause ad eccitar questo morbo. La peripneumonia, come dicesi, ha più pericolo che dolore: vien però nei primi giorni dalla gente povera negletta e sorpassata. Per questo disordine, il male riesce più presto soffocativo e mortale. Che se il morbo trovi un sangue per l' abuso del vino e dell' acquavite riscaldato e inclinato a coagularsi, spesso avviene che ne' proprj letti, o tra via restino soffocati gli infermi, e dinunziati come morti d' improvviso per una apoplessia. Ma fatta l' apertura di molti di questi cadaveri, in tutti si è trovato illeso il cervello: ed il polmone in ogni sua parte infiammato, duro, e gonfio qual massa di fegato, tramandante nel tagliuzzarlo molto sangue atro e rappreso.

Della Tisichezza.

Dalla peripneumonia si passa alla tabe. Il più delle volte però dopo il Catarro epidemico resta immediatamente la ta-

tabe. *Quidam phthisi languentes interibant*, fu notato dall' Anonimo in Riverio all'anno 1557. *Qui huic morbo succumbentes interibant*. . .*instar febre hectica laborantium emoriebantur*, così il Willis all'anno 1658. *Ubi vetus erat in pulmonibus vitium ex haereditate, febre hac discedente, tussis purulenta cum sanguine succedebat, saepe vera phthisis*, così l' Offmanno all'anno 1709. *Haud pauci modo phthisici mortui sunt; rupto interdum pulmonis apostemate: illi praecipue qui ex febre catarrhali in tabem inciderant*, così l' Huxam; il quale segue a dire dopo aver parlato dell'anno 1733, che nell' anno 1737 *plures jam phthisi tabescunt pulmonaria, cui dedit originem male judicata febris catarrhalis*. Il Saillant all' anno 1762. avvertì che „ plusieurs qui avoient lutté longstemps contre le maladie, furent à la fin emportés par la phthisie pulmonaire „. Presso noi dopo il Catarro dell'anno 1782 non fu molto osservata la tisichezza; ma persone degne di fede che in quel tempo si trovavano in Londra, mi hanno assicurato che molte migliaja di uomini sono periti consumati dalla tabe. Riscaldando ed infiammando le parti ostrutte, infierisce e s'attacca ne' polmoni il veleno catarrale: si aprono le scirrosità in ulceri, in fistole, che consumano la loro sostanza ed inducono la tabe. Stato ulceroso, che è come una spezie di cancro insanabile, non tanto per ragione di sito esposto all'aria libera che si respira; o perchè debbano le materie corrotte salire all'insù; o perchè il luogo sia perpetuamente agitato nel ricevere e tramandare l' aria: ma perchè le ulcere sono piantate su d' una parte callosa indissolubile: come con molti esempj pratici ed anatomici ho dimostrato in un mio libro, che tratta su i morbi purulenti.

In quel libro ho disputato se la tisichezza sia o non sia attaccaticcia e contagiosa: e parlando della tisichezza vera ed originaria ho conchiuso che non sia contagiosa, come il volgo crede, stantechè procede da cagioni intrinseche e naturali, non procedenti dal contatto o vicinanza di altri corpi infetti. Quì siam giunti al luogo di nominare una spezie di tisichezza che è temibile e sospetta di contagio. Questa è quella ch' è prodotta o fomentata dal velen catarrale, per se stesso contagioso e indomabile. Or che si fa frequente il morbo catarrale epidemico, dovranno tenersi lontani al possibile dall' acquistarlo i giovani, i quali possono covare dentro i loro polmoni ancor nascosti i principj ed i rudimenti della tisichezza; la quale presto quindi verrebbe a spiegarsi aizzata dal velen catarrale. E per la stessa ragione sarà cauto non addomesticarsi con Tisici, il di cui morbo può aver tratta l' origine dal Catarro epidemico.

PARTE TERZA.

Cura del morbo.

Il Catarro epidemico è una infiammazione della membrana pituitaria, prodotta dal muco investito da uno stranio miasma, che esala da corpi del medesimo morbo infetti. Conviene però per primaria intenzione cercare di cacciarlo dal corpo; perchè altrimenti, essendo esso della propria indole tenacissimo, non si lascia scomporre e correggere. Intanto che questo si procura, son da tenersi lontane le persone del medesimo morbo infette: perchè queste col tramandare incessantemente nuova materia morbosa, mantengono vivo il male a fronte della cura che si ha di debellarlo. Si ottiene il suo più facile esito dal corpo con procurare di mitigare l' eccesso della infiammazione, che mettendo spasimo e contrazione nel sistema nervoso e musculare, chiude la via alla sua sortita. Si ottiene con dar corpo alla mucosità troppo sottile, con assottigliarla se sia troppo densa e tenace: essendo questo difetto e questo eccesso di remora e di impedimento agli umori che stillano dalle narici, o si devono cavar fuori dal polmone.

Quella porzione d' infetta materia che cade al polmone è da espellere cogli espettoranti: quella che discende allo stomaco, coi purgativi: quella che s' intrude a contaminare la massa del sangue, coi sudoriferi. Quando si vogliano purgare i corpi, dice Ippocrate, bisogna rendere i loro umori sottili e scorrevoli: questo si ottiene con le copiose bevande. Gli oliosi conducono a questo fine col levare gli spasimi che gli umori ritengono.

Spesso s' incontra che gli stomachi sono imbrattati, il che si conosce dalla inappetenza, dalla lingua sordida, dal vitto pravo: questo difetto tiene in tutto il sistema vascoloso una perpetua tonica contrazione, che fa debile il polso e ristretto; cosicchè si oppone al libero esito del sudore, che suol porre un presto e salutare fine del morbo.

Alla tosse si ricercano rimedj oliosi e dolcificanti per renderla più mite, onde non passi ad offendere il polmone. Gli altri sintomi del Catarro sono da sorpassare senza cura speziale.

A quella porzione di veleno che si rivolge per l' esofago allo stomaco, poco è da badare: essendo avvezzo lo stomaco a ricevere in se ogni giorno nella varietà de' cibi e delle bevande, e de' medicamenti materie or più or meno ostili e venefiche: le quali se siano nocevoli, vengono ad essere purgative, e se stesse ripurgano.

In fatti, se è, secondo il suo ordinario, benigno il Catarro epidemico, è da paragonarsi ad altri morbi epidemici egualmente benigni: dei quali dopo datane una lunga ed esatta descrizione, riguardo alla lor cura, conchiude Ippocrate, che non hanno bisogno nè di cura Medica, nè di Chirurgicale; le quali in tali casi più servono a disturbare la natura che per se stessa li sana, di quello che possano al bisogno ajutarla.

È però indispensabile nel caso nostro un attento riguardo di non moltiplicare in se stesso il miasma Catarrale col comunicare strettamente con altri infetti; e alla prima invasione del morbo, tenersi rinserrato nella propria casa, o mettersi a letto se sia spiegata la febbre, perchè non resti im-

impedito il sudore, da cui la pronta guarigione dipende; e si impediscono i peggiori mali, che altrimenti sogliono provenire.

Del Salasso.

Ma qual uso che sia retto e convenevole faremo noi del salasso nel catarro epidemico? Consultiamo qual sia stato il suo effetto nelle passate epidemie.

Nella epidemia dell' anno 1510 il de Tou riferisce, che il salasso non convenne: *Lethale fere iis, qui medicamentis purgantibus, aut venae sectione utebantur.*

Nella epidemia dell' anno 1557 il Dodoneo scrive che il salasso giovò a tal segno, che morirono quegli, in cui non fu praticato: *mortui sunt quibus venae sectio praetermissa.* Nella stessa epidemia il Valleriola lo mette nocevole: *sanguis missus et purgatio nocebant.* Così pure il Foresto: *cucurbitulae magis in hoc morbo juvabant quam venae sectio.*

Nella epidemia dell' anno 1578 dice il Ballonio che molto giovò il salasso: *maximum remedium fuit phlebotomia.*

Nella epidemia dell' anno 1580 dice il Foresti che il salasso e la purga salvarono gli infetti *cum plurimi facile evaderent; sanguine quidem statim detracto, et medicamento, dicto lenitivo, hausto.* All' incontro il Sennerto in questa stessa epidemia riferisce come micidiale il salasso: *experientia enim hoc comprobavit, omnes fore mortuos esse, quibus vena aperiebatur.* E cita a questo passo anche il testimonio del Viero: il quale nota come in Roma più di due mille persone son perite di catarro, per essere li Medici Italiani molto pronti a segare le vene. Sta forse scritto questo in un' Opera Tedesca non registrata dal Manzeti, intitolata, *Artzneybuch von etlichen bisanher unbekannten, und unbeschrieben Krankheiten:* ch' è quanto dire: *libro di Medicina sopra alcune malattie, sino ad ora sconosciute e non descritte;* stampato in Francfurt al Meno, l' anno 1580. In questo

sto libro trattasi al capo quinto della tosse pestilente che fu per tutta la Europa allo stesso anno 1580. Sicche errò il Merclino e con lui il Mangeti, col voler morto il Viero all' anno 1570. Anche Cratone in questa epidemia riferisce come dannoso il salasso: *eventus hic ostendit graviter illos periclitatos, et litteris ex Hispania missis perscriptum est supra duo millia hominum, quibus in unica urbe Mantua Carpentaria, ubi regia est, sanguis fuit detractus intra paucos dies obiisse*. Ma il Mercato riferisce che fu in quel tempo diverso l' effetto del salasso in diverse Città: *ratio tamen contentionis orta fuit, quod primo morbi accessu plures interierint ex his, quibus sanguis mittebatur: item in aliis Civitatibus et locis plures ex his quibus non mittebatur*.

Nella epidemia dell' anno 1658 fu utile il salasso secondo il Villis: *auxilia quae nunc crebra experientia in hoc morbo opem praecipuam contulisse perhibentur, sunt diaphoresis, sive procuratio sudoris, et sanguinis missio*.

Nella epidemia dell' anno 1669 il Bertolini accenna la grande utilità che recò il salasso: *tusses non paucis lethales, quas secta vena plerumque jugulavit*.

Nella epidemia dell' anno 1675, trovò il Sidenamio utilissimo il salasso: *febri et pessimis ejus symptomatibus rectissime (quantum accurate facta observatione mihi constitit) occurrebatur venae sectione*. Così riuscì felicemente anche al Reyer: *plerisque metu gravioris mali venae sectionem imperavi. Mortuus nemo*.

Nella epidemia dell' anno 1709 l' Offmanno si è dichiarato poco amico del salasso: *praesenti jam catarrhali febre, penitus a sanguinis missione abstinendum. Tum enim, experientia teste diuturnitatem catarrhi adducit*. Il Lancisi però trovollo giovevole: *primo sanguinis missionem, quantum animadvertere potui, praesertim ante quartum diem adhibitam, robustiores aegrotos juvare comperi*. E del pari giovevole riuscì il salasso, per le osservazioni degli altri dotti, uniti in consiglio, per riparo di quella catarrale epidemia.

Nella epidemia dell' anno 1733, l' Autor della Memoria che leggesi fra gli Atti di Edimburgo, ha queste parole in proposito del salasso ,, La emissione di sangue fatta nei pri- ,, mi giorni del male riuscì di un gran giovamento per ac- ,, chetare i dolori e per calmare la febbre. Si dovette re- ,, plicarla a quelli che avevan gran doglia di testa e dei lan- ,, cinamenti negli occhi, non meno che a quelli che aveano ,, oppresso il respiro, e che provavano dolori e stupidezza ,, nei muscoli del petto. Coloro la di cui malattia si scoprì ,, da questi sintomi; e nei quali non si fece la missione di ,, sangue sul principio, vennero sorpresi da uno sputo di ,, sangue: alcuni ebbero una leggera emorragia dal naso, da ,, cui ricevettero un pronto sollievo, senza altro rimedio, o ,, evacuazione ,,. Vien questo buono effetto confermato dall' Huxham: *illos potissimum venae sectio adjuvit quos pectoris dolor, aut gravitas oppresserunt*. E similmente dal Gorter: *quibus vero protinus aderat febris calida, pectoris et capitis dolor, cum non obscuris futuri delirii signis, in his prolongabatur morbus ad unam vel alteram hebdomadam, et inde majorem quantitatem hujus spiritus extemporanei propinare debui, simulque semel aut bis sanguinem mittere, ut versus caput impetus minueretur*. Il Jusseu però non trovò utile il salasso in questa epidemia in Francia ,, et comme il avoit ,, observé que les saignées, les laxatifs, les cathartiques, ,, les potions béquiques, indiquées en apparence, n'avojent ,, été d'aucun sécours ec. ,,

Nella epidemia dell' anno 1737 fu secondo l' Huxham più necessario il salasso che nella antecedente: *febris haec catarrhalis multo vehementius hoc anno saeviit, et largiorem sanguinis missionem postulavit*.

Nella epidemia degli anni 1742, 1743, il Violante osservò utile il salasso: *si tempore opportuno sanguinis missio in febri acuta vel peracuta bis vel ter (juxta morbi exigentiam et aegrotantis constitutionem) celebrabatur, licet isti acuto vel peracuto morbo tentabantur, sani tament ut plurimum eva-*

debant. Così parimenti l' Huxham: *omnibus adfuit pectoris quaedam strictura, et gravitas permolesta: secundo adeo die invaluit febris, pulsusque multo citatior factus est, aucta quoque spirandi difficultate, praecipue si sanguinis missio fuerit neglecta*. E stessamente il de Sauvages: *processus felicior hic fuit: primo die duae phlebotomiae; secunda emeticum vel catharticum: tertia phlebotomia, et vespere julepus narcoticus*. Non s' accorda con questi il Roncalli, e nemmeno con se stesso, in un luogo dicendo: *etenim ut plurimum in sanguine, in visceribus nulla praeexistebat labes, ut venae sectae et cathartica frustra adhibita docuerunt*: e poco dopo: *licet adhuc non se prodierint tussis et sputum sanguinis, illico praecipue in plethoricis de sanguinis missione agebatur; et quidem ut plurimum cum levamine*.

Nella epidemia dell' anno 1762 assicura il Saillant che ,, les remedes qui ont le mieux réussi ont été 1.° La saignée ,, faite à l'instant: elle prévenoit les suppurations internes, ,, accident qui emportoit quelquefois tout à coup les malades, et devoit être employé, sans même avoir égard aux ,, anxietés, et à la langueur ,, Non s' accorda questo Scrittore con se stesso, il quale poco dopo dice ,, La saignée ne ,, convient point essentiellement, ni par elle-même dans cette maladie, selon le témoignage des Obsèrvateurs ,, Li Medici del Collegio di Argentina non vollero intromettersi in questa questione; anzi per dir meglio l' hanno ottimamente decisa, col dire che lasciano alla prudenza del Medico il conformarsi alle particolari circostanze della malattia, ed ai diversi stati degli ammalati. Il Razoux non stimò necessario il salasso, se non quando era grave il morbo, o complicato. Il Brest stimò il salasso rade volte usato con vantaggio degli infermi.

Vedesi quì per verità una pessima confusione di lingue, una pertinace contrarietà di opinioni, una diversità di risultati. Ma se ci faremo posatamente a riflettere sopra i motivi di questa discordia, vedremo che, oltre a qualche esagerarazione che seco porta l'amor del partito o contrario o favorevole al salasso, e oltre a quello che suol avvenire, che la sperienza facilmente risponde a seconda di quel che si desidera, la natura dell'argomento porta con seco una cotal confusione. Nelle tre ultime epidemie catarrali degli anni 1782, 1788, 1803, essendo caduto il catarro nell'estate la prima; la seconda in autunno, la terza in primavera, fu sempre mite e di niuna perigliosa conseguenza: stanti i facili sudori della prima, e l'eguaglianza di temperie nell'altre due. In queste quì in Verona qualcheduno de' nostri Medici ha usato il salasso in tutti gli ammalati, e tutti ne sono felicemente guariti: qualche altro Medico non l'ha usato in niuno, e niuno è perito. Nel primo caso attribuiva il Medico la guarigione de' suoi ammalati al praticato salasso: nel secondo caso attribuiva il Medico la guarigione al non usato salasso. Così è succeduto con falsa Logica dove fu pestilente nelle altre epidemie il catarro, che si è attribuito il mal esito del morbo al salasso messo in pratica, quando era da dirsi effetto della malizia del morbo irrimediabile. La questione dunque dell'uso da farsi del salasso, si riduce ai tre nominati morbi, nei quali 'l catarro epidemico trascorre nel rendersi periglioso o mortal .

Cura della febbre maligna.

Se mai nella cura de' morbi è necessario far uso del salasso con circospezione e moderazione, è certamente nella febbre maligna detta *mazzucco*, alla quale spesso porta il catarro epidemico: perchè se bene usato può giovare; usato fuor di tempo e di misura viene ad essere micidiale. Il male di natura inflammatorio delle interne narici, chiama un pronto soccorso, affinchè non passi ad occupare essenzialmente il cervello: e questo si ottiene dal solo salasso; il quale modera il soverchio fervore, e chiama ad altre lontane parti il concorso del sangue affollato alla testa. Ma il salasso diventa sospetto, e sommamente nocevole, quando, in progresso di qualche giorno, si scema e disperde la febbre, si mitiga il calore alla testa per passare che fa l' infiammazione ad una falsa suppurazione, che genera un umore rodente e tendente alla cangrena: e le forze vanno mancando, rifiutando gl' infermi ogni sorte di cibo e di bevanda. Quanto dicesi del salasso a miglior ragione si può dire dei vomitorj, dei purgativi, dei vescicatoj, i quali nulla giovando a moderare la infiammazione, nè a ripurgare i cattivi umori per essa generati, egualmente che il salasso tolgono la nutrizione e scemano le forze. Forze che sono sommamente necessarie per conservare in vita l' infermo per il lungo tratto di tempo che si richiede prima che sia ripurgato e guarito. Procedendo però il morbo, e ridotti gl' infermi a rifiutare ogni sorte di alimento, sono da abbandonare i medicamenti odiati: procurando per ogni arte e maniera di allettarli a nutrirsi con qual si voglia sorte di grate bevande, che siano nutritive insieme e salubri. E se pure in progresso di morbo si creda bisogno di ripurgare lo stomaco dai corrotti umori che dalle interne narici colano nell' esofago, purganti si devono eleggere che siano insieme nutritivi: com' è la cassia, la manna, il siero di latte, l' olio di mandorle dolci. Con questa avvertenza, con questo metodo di cura si ottiene in fine la guarigione di quasi tutti gl' infermi; quando per troppo replicati salassi, per troppo attivi medicamenti dapprincipio adoperati, quasi tutti a mezzo il corso del loro male sen muojono. Il disgusto loro cagionato dai medicamenti è per lo più la cagione che con essi rifiutano anche gli alimenti, temendo di essere ingannati e traditi. Qualche altra non pensata cagione talvolta gli induce in questo abborrimento. Sono io stato chiamato a visitare un Prete aggravato all' estremo dal mazzucco, acquistato coll' assistere agli infermi del medesimo male nell'Ospitale della Pietà. Il suo male era a tal segno giunto che fu abbandonato per morto dal Medico. M' accostai alle sue orecchie forte parlando: *don Agostino, bisogna bere*; avendo rilevato che da tre giorni non prendeva nè cibo nè bevanda di sorte alcuna. S' alzò alquanto, e guardandomi indignato rispose: *sapete voi di Logica? Certo che sì*, risposi, *sono dottore, e tanto basta. Bene*, soggiunse egli, *se sapete di Logica, quando di quà non esce, di quì non si mette, Retorqueo argumentum*, dissi io, *quando di quì non si mette, di là non esce*. Restò sospeso alquanto, e convinto dalla forza del contrapposto argomento, chiese del cibo, e mangiò avidamente buona quantità di pan bollito, e bevè una tazza di acqua: nè più in seguito si provò gran pena a farlo mangiare e bere: tantochè si sostentò in vita a segno di guarire del suo male; restando per qualche mese ancora, per qualche ora del dì, imbecille e mentecatto. Il bisogno di reiterare il salasso prender deesi adunque secondo la quantità di alimento che prende l' infermo. L' osservazione del polso in questi casi è molto fallace; essendo vario questo secondo l'affetto dell'animo, che sempre varia di ora in ora: or prevalendo la malinconia, ora il furore. Inoltre succede d' ordinario che stanno spesso gli infermi col braccio destro fuori del letto in traccia di mosche, che loro sembrano sopra il lenzuolo trascorrere: e questo avviene per sangue arrestato nelle arteriette al fondo interno dell' occhio, onde macchie al di fuori ne risultano, moventisi a seconda dell'occhio che sempre si muove. E per il calore, e per la umidità si dilatano le arterie che sono al coperto, e batte il polso in un diametro maggiore del braccio scoperto; e per questo sembra al dito che il tocca più forte e frequente, quantunque in realtà non lo sia; mentre da un solo cuore proviene.

Cura della Peripneumonia.

Quì pure grandissima difficoltà s' incontra nel fare un uso del salasso, che sia retto e convenevole, e non apporti danno agli infermi anzichè essere loro di giovamento. La periripneumonia che succede al catarro epidemico è alquanto diversa da quella che d' ordinario succede alla pleuritide. Questa è un male secondario, che occupa solo in parte il polmone, e non offende perciò gravemente il respiro; è più lungo il male, ma di minor pericolo. Quell' altra, di cui parliamo, è un male essenziale, che occupa tutto ad un tratto ogni parte di polmone, e minaccia però ad ogni istante una mortale soffocazione, e in fatti in pochi giorni uccide. L'unica via per cui qualche volta si viene a scampare è quella dello sputo, se riesca e si mantenga facile e copioso. La cavata di sangue riescendo d' immediato sollievo all' aggravato respiro, si desidera istantemente dall' infermo, e si prescrive dal Medico allorchè torni ad aggravarsi il respiro, come suole pur troppo dopo poche ore accadere. Così si fa la terza e la quarta volta, e più volte ancora, perchè il morbo torna sempre ad aggravarsi con più brevi intervalli di tempo. Ma non si va tanto avanti, perchè inaspettatamente con molto strepito di catarro alla gola, manca di vita soffocato l' infermo. Questo avviene perchè la cavata di sangue, replicata più volte con breve intervallo, scema talmente di forze l' ammalato, che più non vale ad espellere il catarro aggravante il polmone. Si chiude dunque col troppo sangue estratto l' unica via di salvare la vita, per ottenere un brieve instabile sollievo che seco porta. Fatte però una o due missioni di sangue dapprincipio, si ritarderà a fare la terza e quarta; procurando nell' intervallo di cadauna di esse, con spesse bevande diluenti insieme e nutritive, di sostenere le forze dell'ammalato, onde possa resistere alla molta fatica di espellere lo sputo, con l' ajuto di qualche giulebbo opportuno.

Cura della Tisichezza.

Credesi comunemente che non solo inutile, ma dannoso sia il trar sangue dalle vene dei tisici: e par fondata questa

sta credenza stante il detrimento di nutrizione che molto si avanza col crescere della loro malattia. Ma come non fu mai vano il muovere questione anche su cose che pajono ben fondate, e sono dal comune consenso approvate, ben a fondo considerato questo affare, vedrà forse non essere la cosa così come volgarmente si crede. Ne' cadaveri de' tisici certamente dimostrasi consistere la loro malattia in replicate infiammazioni di tubercoli scirrosi, per le quali non si genera una buona e lodevole suppurazione, ma una esulcerazione inutile a guisa di cancro. Da questa osservazione siam condotti a credere che spesse e piccole cavate di sangue siano utili anzichè no, servono queste a tener lontana la infiammazione, e a sospendere lo sputo di sangue, affinchè non si moltiplichino le esulcerazioni, che a mal fine più presto conducano la malattia, già per sua natura ostinata ed incurabile. Alla nutrizione che va mancando, per quanto spetta alla cavata di sangue, si va in questo morbo facilmente riparando coll' abbondante nutrimento che gli infermi ricevono dal cibo e dalle bevande, che volentieri e sempre appetiscono. Non è mia questa dottrina: ma io l' ho ricevuta dal Cheine, dallo Stalio, dal Dovar, dal Pringle, e da qualche altro moderno Scrittore, non avvezzo a giurare *in verba Magistri*. E mi sono confermato in essa per più cure felicemente riuscitemi, e singolarmente per un caso ultimamente sotto de' miei occhj avvenuto, che piacemi per conchiusione di questa Opera, succintamente narrare. Un Prete, ultimo di sua ricca ed onesta famiglia, i di cui numerosi fratelli, e due sorelle son periti di tisichezza, essendo sorpreso da importuna tosse con getti di sangue si tenne con ragione dannato all' istesso mal fine. Quindi si diè cura d' impedire lo sbocco di sangue al possibile, tenendo vicino un Chirurgo, che dì e notte fosse pronto a cavargli sangue ad ogni segno di sputo sanguigno. Questa sollecita cura importò il bisogno di tanto replicati salassi, che sono arrivati al di sopra di cento. Ebbesi tempo di arrivare a tal numero, stantechè per essi si conservò in vita il Prete, tisico bensì, ma pur vivo per più di sette anni dappoi.

SOPRA
UNA FALSA SPECIE DI CHINA
MEMORIA

Di Ottaviano Targioni Tozzetti.

Ricevuta il dì 18 *Aprile* 1804.

Non vi è dubbio che i progressi i quali si sono fatti da un mezzo secolo in quà, si debbono per la massima parte ai dotti viaggiatori delle colte Nazioni, i quali e nei proprj paesi, e nelle lontane provincie dirigendo i passi, e le dotte loro ricerche, hanno riportati immensi nuovi tesori, con i quali hanno arricchiti i Giardini botanici di bellissime ed utili piante, i Musei di curiosi animali, e di minerali sconosciuti, le Farmacopee di medicamenti stimabilissimi e di specifici pregiabilissimi. Ogni giorno la suppellettile medica si accresce di nuovi materiali, di radici, di scorze, di legni, di semi sconosciuti per l' avanti, e che per lunga tradizione si praticano con felice successo dai popoli più a noi remoti.

Molti è vero di questi medicamenti si sono ritrovati poi inefficaci, altri sono andati in dimenticanza; ma certi altri non hanno perduto del loro credito, e si sono meritamente acquistati il titolo di medicamenti eroici, e di specifici.

Tale è la china china, della quale superfluo è che io rammenti la scoperta e l' ammissione in Europa, come medicinale.

Linneo, per la celebrità che si era acquistata questa droga nel guarire la Contessa del Cinchon, l' ha denominata ta *Chinchona officinalis*, riponendo nella classe quinta Pentandria la pianta, che la produce. Questa è adunque la *China peruviana* o di *Lohha*, o *Loxa*, la vera *china china*, detta modernamente *china ranciata*, e *Chinchona Lancifolia* da Mutis, divenuta rarissima presentemente (*a*), quella che possiede la virtù febrifuga in grado sommo, l' attonante, e antisettica.

Confermata la virtù febrifuga della china, e conosciutosi, che possedeva un sapore amaro come gli altri più accreditati febrifughi, prescritti fin' allora, cioè la Genziana, il Camedrio, il Camepizio ec., si andò a rintracciare corteccie di alberi, che si accostassero nelle qualità alla China. Infinite sono le corteccie di alberi sì indigeni, che esotici state messe alla prova. Si vantano quelle del Frassine, del Ciliegio, del Pesco, del Mandorlo, del Susino salvatico, dei Salci, dell' Olivo, della Querce, del Castagno d' India, o Ippocastano, sulla particolare virtù del quale è una lettera scritta al Botanico Pontadera da Gio. Giacomo Zannichelli. Presto per altro queste cortecce hanno perduto il credito e l' uso, sono dimenticate nelle Farmacopee, e ad esse ha sempre prevalso la *china china*, alla quale fralle nostre non si è potuto ritrovare corteccia, che rassomigliasse, che ne possedesse le qualità, e ne dimostrasse con l' esperienza l' efficacia.

Le scorze esotiche ebbero una sorte più fortunata, una maggior rinomanza. La *Corteccia d' Incas*, la *Cascariglia*, la *Winterrana*, furono, e per il sapore, e per la virtù attonante, adoprate come succedanee della china; ma non ebbero il pregio di sicuro febrifugo come essa; così che cominciavasi a non dar più fede alle droghe febrifughe, che di tanto in tanto comparivano; persuasi i Medici che la china fosse, o l' unico od il più sicuro fra tutti i febrifughi. Ciò

(*a*) Parmentier, Code Pharmaceutique p. 57.

Ciò non ostante, dopo che sono state determinate e descritte le parti della Fruttificazione dell' albero della china, dopo, cioè, che si è veduto il fiore, ed il frutto, e se ne è stabilito il genere, non hanno mancato i Botanici di rintracciare, se questo genere comprendesse altre specie, e in seguito dell' aforismo di Linneo, *Plantae*, *quae genere conveniunt*, *etiam virtute conveniunt*, le altre specie di Cinchona fossero febrifughe, e potessero adoprarsi come l' *officinalis*. Difatti il Sig. Jacquin conobbe e descrisse la *Cinchona caribaca* (*a*), Swarz l'*angustifolia*, Anderson la *China di S. Lucia*, o Quinquina Piton, descritta poi da Swarz col nome di *Cinchona floribunda* e di *Cinchona montana* da Debadiér, la *China bianca*, o *di S. Fe* ritrovata da Ortega, e denominata *Cinchona Botegensis* da Mutis, ed ora conosciuta dai Botanici col nome di *Cinchona Macrocarpa*. La *China rossa*, cioè, la *Cinchona oblongifolia* di Mutis, la *China regia*, o *China gialla ranciata delle Spezierie a larghe scorze legnose*, *Cinchona pubescens* di Wahl, e *Cinchona cordifolia* di Mutis, la *china* del *Surinam*, quella di *S. Domingo* (*b*).

Per quanto lodevole è la ricerca di nuovi utili medicinali e di succedanei di una droga, della quale si fa tanto consumo al giorno d' oggi, altrettanto queste diverse nuove specie di China o di cortecce così denominate, hanno incoraggito il Monopolio e la frode, e sono state messe in commercio scorze di alberi di ogni sorte col brillante nome di *China nuova*, di *China della nuova Selva*, di *China delle Isole*, di *Chinòne*, le quali non solamente non hanno punto che fare con la vera China china, ma neppure con le cortecce proposte fin' ora, di sopra nominate, e descritte nelle Far-

---

(*a*) La *Cinchona caribaca*, detta *China grigia*, deve formare un genere a parte, tanto per il carattere generico, che per le proprietà. *Parmentier*, *Code Pharmaceutique* p. 58.

(*b*) Forse *Cinchona lineata* di Wahl. v. Wildenow. p. 959.

Farmacopee. Tale si è una scorza la quale dovetti periziare nell'Agosto del 1798 per conto di un Mercante di questa città di Firenze, al quale era stata mandata da Livorno invece della *China officinalis*, e che ricomparsa poco tempo fa col nome di *Chinòne*, e di *China nuova*, ha richiamata l'attenzione del Governo per riconoscerne le sue qualità, e sapere se fosse ammissibile la vendita di essa come medicinale.

Questa corteccia pertanto da me esaminata e che mi fu domandato *se fosse vera China*, e *se per tale si potesse considerare e vendere?* era riposta in una cassa di legno ricoperta di pelle greggia, come sogliono essere le casse da China. Apertola ritrovai, che conteneva certe scorze, o cortecce di pianta arborea dell' appresso qualità. L'odore, che tramandano le dette scorze in massa, quando sono nella cassa è legnoso, e non ha niente di quell' odore aromatico e mucido proprio della China China.

Scaldati o fregati insieme alcuni pezzi mantengono lo stesso odore legnoso, come di querce, nè tramandano il detto aromatico della china.

Queste cortecce sono lunghe da un palmo a mezzo braccio: alcune sono grosse una mezza linea, altre due, tre, e quattro linee. Le più sottili sono lisce esternamente, le più grosse sono in parte lisce, in parte screpolate orizzontalmente e scabre. Tutte, e specialmente le più vecchie, sono tinte al di fuori di colore biancastro, o bigio dai licheni crostacei, e dall'aridezza dell' Epidermide. Le più grosse sono più piane, e mostrano di essere di rami più grossi, e più vecchj, le più sottili sono accartocciate a guisa di cilindro: nella parte interna sono tutte lisce.

Rompendole, si trova in tutte una parte più esteriore parenchimatosa e corticale di colore rosso scuro, la quale è manifesta anche tolto l' Epidermide, e che appena fa la terza parte nei pezzi sottili, e la sesta nei grossi: il rimanente è una sostanza legnosa, o sia il libro della pianta stessa.

Queste fibre non sono diritte, ma come tortuose ed intralciate: sono di colore scuro rosso, ma più chiaro del rimanente della corteccia esteriore, e nei tagli fatti probabilmente sulla pianta fresca, si manifesta più rosso il detto colore. Tagliandole trasversalmente si vede, che il parenchima è granoso, di colore rosso scuro più o meno, e vicino alla scorza più esteriore prende alle volte il verde, il qual colore si manifesta anche tagliandole sottilmente sotto l' Epidermide.

Non sono molto tenaci al dente, ed il pestello le polverizza facilmente; ed i colpi non ne agglutinano alcuna porzione, ma s' inalza in polvere sottilissima.

Il sapore di queste cortecce è amaro principalmente nella parte fibrosa, ed aspro nella parenchimatosa esterna; nè mostra quel sapore discretamente acido, che ha la China.

Grattatane una porzione, e gettata su dei carboni accesi, ha tramandato odore di legno bruciato, che si accosta a quello della carta bruciata.

Istituitane l' analisi a paragone con la Chinachina, ho avuto i seguenti risultati.

Corteccia in questione.	*Corteccia di China China.*
1. Presa un' oncia di polvere ottenuta dalla pestatura confusa dei pezzi, sì grossi, che sottili della Corteccia da esaminarsi, e messa per ventiquattro ore in infusione in once dieci di acqua stillata. Di poi feltrata quest' infusione, l'ho ritrovata di colore rosso carico.	Lo stesso è stato fatto con un' oncia di polvere di China china comune o cannellata del Sig. Fabbroni, e feltrata che è stata, l' ho trovata quasi senza colore.
2. L' odore di quest' infusione è simile a quello del Fieno secco.	Quello della china è di mucido o paludoso proprio di essa.
3. Il sapore leggermente amaro, ed un poco aspro.	Quello della china è amarissimo, e un poco acidetto.

4. Di-

4. Dibattuta quest' infusione produce grandissima spuma. che occupa quasi tutto il vacuo del matraccio.	L' infusione di china dibattuta fa della spuma, che si alza pocopiù di un dito sopra il livello del fluido.
5. Questa infusione cangia in rosso la tintura di Laccamuffa.	Lo stesso fa l' infusione di China.
6. Mescolata con acqua di Calce s' intorbida, ed il precipitato che ne segue, prende un colore di terra d'ombra, e giallo il fluido soprastante.	L' infusione di China trattata egualmente s' intorbida, il precipitato prende un colore rosso di mattone cotto, ed il fluido rosso-giallognolo.
7. Quel sedimento o precipitato è insipido, ed indissolubile in acqua, in Alcool, od in Alcali.	Quello della China ritiene un poco di sapore della China, ed è pochissimo solubile nei detti mestrui.
8. Il liquido, che rimane, è pure insipido, ed appena fa qualche mutazione con l' Alcool.	Quello della China ha il sapore della China, e fa maggiore mutazione con l'Alcool.
9. Ad altra porzione d' infusione unita la soluzione di Colla forte, s' intorbida fortemente, e fa un coagulo di colore di marrone, che precipita.	L' infusione di China, con la Colla forte s' intorbida assai meno, ed a stento precipita un poco di coagulo di colore di mattone cotto.
10. Il fluido, che rimane sopra il coagulo, è insipido.	Quello soprastante al coagulo della China ritiene il sapore di China.
11. Una dramma di polvere di detta scorza bollita in acqua stillata fino a divenire insipida e scolorita, ha prodotto un fluido poco amaro, di colore di marrone, e che si è mantenuto diafano tanto, quando era caldo e bollente. che quando era freddo, e che facilmente produce spuma agitandolo. Il residuo legnoso, rimasto dopo la decozione, è molto morbido e quasi mucillaginoso.	Un egual dose di China trattata similmente produce un decotto rosso, mentre è caldo, e di color giallo-rossiccio molto torbo, mentre è freddo, e che produce un sedimento indissolubile in acqua.

12.

12. Questa decozione riduce prontamente nero il solfato di Ferro.	Quello della china con minor prontezza.
13. Muta in rosso la tintura di Lacca Muffa.	Lo stesso fa la decozione di china.
14. Svaporata a consistenza d' Estratto, ha un colore rosso cupo di ciliegia, omogeneo e lucente, di sapore amarissimo aspro, ma non stittico, nè lascia sentire sotto il dente cosa alcuna di aggrumato. La dose dell' estratto, che così si ottiene, è assai abbondante.	Il decotto di china vaporato, dà un estratto di colore leonato cupo, il quale, quantunque fatto con diligenza, non è omogeneo, e manifesta dei grumi: ha un sapore amaro acido stittico, che corruga il palato e la lingua, e che sotto il dente lascia della materia tenace come una resina attenuata. La dose dell' estratto è molto minore.
15. Quest' estratto è solubile di nuovo a perfetta diafaneità nell' acqua stillata calda, o fredda, e non lascia sul feltro alcun residuo.	Quello della china non è interamente solubile nell' acqua stillata calda o fredda, e lascia sul filtro una materia che si agglutina ai denti masticandola.
16. L' estratto secco è di colore scuro di sangue risecco con piccole faccette a guisa di sale, parte in grumi, e parte in polvere asciutta.	L' estratto secco di china (detto impropriamente *Sal di china*) è di colore molto più chiaro.
17. Messo su i carboni accesi, scoppietta e tramanda odore di gomma che brucia.	L' estratto secco di china si fonde, bolle, e tramanda odore aromatico balsamico.
18. Messo in bocca manifesta un sapore glutinoso come la gomma, non amaro, non aromatico, un poco aspro, che agglutina le labbra, e non le prosciuga o corruga, e si manifesta un odore legnoso.	Quello di china è solubile in bocca con sapore amaro aromatico mucido proprio della china, e lascia le labbra un poco asciutte.

19. Bollito in alcool appena lo tinge di rosso giallo, e si riduce in piccoli grumetti, perdendo il lucido delle faccette.	Quello di china tinge un poco più di rosso l' alcool in cui ha bollito, e si agglutina in un sol corpo a guisa di una resina.
20. I grumetti residui della bollitura in alcool (n. 19) ascingati che furono, gli ho bolliti in acqua stillata, e si sono sciolti interamente e l' acqua si è tinta di colore scuro di marrone.	Il residuo dell' estratto secco di china (n. 19) bollito in acqua si scioglie interamente, e tinge l' acqua di colore giallo rossiccio.
21. Il predetto estratto secco bollito in acqua stillata, senza essere stato bollito prima in alcool, si scioglie, come nel n. 20.	Lo stesso fa l' estratto secco di china.
22. Unito all' estratto molle (n. 14) l' acido muriatico ossigenato, appena si formano dei minutissimi grumi.	L' estratto di china trattato con l' acido muriatico ossigenato si converte quasi tutto in grumi.
23. Porzione della prima decozione lasciata per molti giorni in una boccetta chiusa con cotone, è divenuta a poco a poco più densa, ha perduto l' odore, è divenuta filante e densa, come un siroppo di zucchero ben cotto, e si è mantenuta diafana e colorita senza muffare ed è divenuta insipida affatto.	La decozione di china depositò a poco a poco gran quantità di sedimento; il fluido prese il colore giallo, e si manifestò della muffa alla superficie, la quale andò crescendo e dilatandosi, e formando una specie di pelle; finalmente il fluido divenne limpido, e perdette il colore, ma mantenne il sapore amaro.
24. L' infusione a freddo non ha manifestata muffa dopo alcuni giorni.	Quella della china produsse molte isole di muffa.
25. Una porzione della sostanza (n. 23) mescolata con alcool, ci è voluto molto tempo, e molta agitazione	Il sedimento fatto dalla decozione di china (n. 23), è solubile con difficoltà nell' alcool, ma facilmente nell'

per-

perchè vi si unisca, non si è alterata la sua trasparenza anche dopo molti giorni, e neppure riscaldandola .	etere. E altresì solubile negli alcali, e fa una tintura simile alla sanguigna. Il fluido che rimane è amaro disgustoso e non acido .
26. Ad altra porzione unito un poco di acido muriatico ossigenato riprende la fluidità, ma si altera la trasparenza, e si sviluppa un forte odore di zafferano; e produce abbondante sedimento .	Il medesimo acido muriatico ossigenato unito al suddetto decotto di china, ne aumenta il precipitato .
27. Questo sedimento asciugato e messo su dei carboni accesi si liquefà, e tramanda odore di pece navale. Asciutto che sia, è in forma di polvere, non tira l' umidità dell' atmosfera, ma il calore della mano lo agglutina. È quasi insipido, si attacca ai denti masticandolo, è insolubile in acqua fredda e bollente, e in quest' ultima si fonde .	Quello della china è secco ed asciutto .
28. Il suddetto sedimento (n. 26) è solubile nell' alcool, e la soluzione prende il sapore amaro disgustoso dell' infusione in alcool; è altresì solubile in alkali e dà una tintura simile alla sopraddetta .	Il sedimento della china è similmente solubile in questi mestrui .
29. Il fluido di color rosso giallo rimasto dopo la precipitazione fatta con l'acido muriatico ossigenato prende un sapore acido, cangia in rosso la tintura di Lacca muffa, neutralizza la soda la	Il fluido soprastante al precipitato ottenuto dalla decozione di china col mezzo dell' acido muriatico ossigenato, perde parte del sapore amaro, e affatto l' acido, e l' intorbida un poco .

quale si fa prendere un sapore salato, ed il fluido rimane sempre di colore rosso e diafano.	
30. La Decozione suddetta (n. 11) mescolata con l'acqua di calce dà un abbondante e pesante precipitato di colore di terra d'ombra scura, e rimane un fluido giallo insipido affatto.	Quella di china egualmente trattata dà una discreta quantità di precipitato di colore di mattone scuro, ed il fluido resta di colore rosso carico, e di sapore di china.
31. Ad altra porzione di decotto, unita la soluzione di colla forte dà un abbondante precipitato di color di marrone, che gli coagula, e rimane un fluido di color giallo sudicio, quasi insipido.	Il decotto di china con la soluzione di colla forte dà un poco di precipitato facile a conglutinarsi, di colore di mattone, ed il fluido, che rimane è colorito di rosso di mattone, ed ha un vivo sapore di china.
32. Una dramma di corteccia polverizzata immersa in alcool vi produce una pronta azione, e la temperatura di un Termometro immersovi si alza di quattro in cinque gradi.	Sopra egual dose di china pestato l'alcool agisce lentamente, e non cangia temperatura.
33. Il calore del Bagnomaria facilita l'azione dell'alcool.	Quest' azione è più sensibile nella china.
34. La tintura così ottenuta è di colore rosso vinato.	La tintura della china è di colore rosso giallognolo.
35. Il sapore di questa tintura è amarognolo ed un poco acido.	Quello della china amaro acido austero.
36. Il solfato di ferro è diventato subito nero con questa tintura.	Lo stesso è succeduto con la tintura di china.
37. Alla suddetta tintura unita una dose di acqua stillata, mantiene il suo colore rosso vivo: appena s' intor-	Alla tintura di china unita l'acqua stillata, cangia il suo colore in giallo; s' intorbida, e dopo un certo bi-

bida, e lascia un tenuissimo sedimento rosso giallognolo, e tramanda odore di resina di Pino.	tempo dà un sedimento leggiero biancogiallo e tramanda un deciso odore di mucido.
38. Una porzione di polvere della detta corteccia da esaminarsi unita a freddo con una porzione di potassa impura (olio di Tartaro) produce una tintura di colore nerastro.	Trattata istessamente la china produce una tintura rossa sanguigna.
39. Bollita questa tintura diviene di colore rosso-nero, sulla di cui superficie esposta al contatto dell' atmosfera, si forma una pellicola, anche prima di raffreddarsi.	Bollita similmente la tintura di china si fa la così detta *Tintura sanguigna*, senza pellicola.
40. Una porzione di questa tintura allungata con acqua stillata diviene di colore di vino rosso, e fa sentire un odoro di lissivio alcalino.	Una simile porzione di Tintura di china mescolata con acqua stillata si tinge di color di sangue, con odore di sapone.
41. Unitovi l' acido mariatico ossigenato precipita poca quantità di materia, che non si agglutina, che è di facile combustione, e che nel buccine tramanda odore di Pece, solubile nell' alcool, e non nell' acqua.	La tintura di china combinata egualmente con l' acido muriatico ossigenato, precipita un abbondante materia scura, che si agglutina quasi subito in una sola massa, di facile combustione, poco solubile nell' alkool, e punto nell' acqua.
42. Il fluido rimanente al detto precipitato si mantiene rosso giallognolo, ed amarissimo.	Il fluido rimanente dopo la precipitazione della china rimane scolorito e quasi insipido.
43. Il colore di questa China pestata e passata per setaccio, è simile al colore di un mattone poco cotto, di un rosso tendente al carnicino:	Il colore della china è gialletto, la polvere facilmente si aggruma a guisa del Tabacco fine di Spagna. Si mantiene molto tempo a gal-

si

si manifesta a guisa di una polvere terrosa non coerente, e messa nell' acqua si trattiene poco tempo a galla, e precipita presto a guisa di terra.	la; e precipita con molta lentezza.
44. Presa una dramma di questa corteccia ed affusavi un' oncia di acido nitrico a gradi 35; ed immersovi un termometro, che segnava i gradi dodici, ho avuti i seguenti risultati.	Una dramma di polvere di china mescolata con un' oncia d' acido nitrico a 35; ed immersovi il medesimo Termometro, che segnava i gradi dodici: ho avuti i seguenti risultati

Dopo minuti	Il Termometro mostrò	Dopo minuti	Il Termometro mostrò
1	Gradi —— 15	1	Gradi —— 17
2	———— 19	2	———— 20
3	———— 22	3	———— 24
4	———— 23	4	———— 26
5	———— 24	5	———— 27
6	———— 25 ½	6	———— 27 ½
7	———— 26	7	———— 28
8	———— 28	8	———— 28
9	———— 28		———— 29
10	———— 27		———— 28, ¾
11	———— 27		———— 28, ¾
12	———— 26		———— 28, ¾
13	———— 25		———— 28, ¾
14	———— 25		———— 28
15	———— 25		———— 28

45. In questo tempo il mescuglio cominciò a gonfiare, con bolle viscose, si alzò per tre dita nel vaso portando a quella delle particelle della polvere inzuppate e divenute come gelatinose di colore ros-	Il mescuglio della china fece una simile spuma, ma assai lentamente e rassembrava alla spuma di cioccolata molto densa. Formandosi delle bolle d' aria più grandi, scoppiavano e si abbasso

so carico, quasi tutto il fluido era convertito in questa spuma, come di cioccolata poco densa, e rompendo le bolle, o agitando la spuma si rigonfiava di più, nè si abbassava.	sava la spuma, la quale non si alzò più di due dita, e mossa facilmente abbassava, e si vedeva del fluido non divenuto spumoso. Il colore era rosso scuro.
46. Diluito con acqua questo mescuglio si è mantenuto spumoso per lungo tempo, ed ha finalmente lasciato precipitare la materia solida ed il fluido chiaro soprastante si è manifestato di un colore rossiccio simile, e più colorito del vino di Cipro.	Quello della china diluito istessamente con acqua, ha fatta pochissima spuma, che presto si è dileguata, ha lasciato cadere la china, ed il fluido ha manifestato un colore di vino bianco ordinario gialletto.

Dal sin quì esposto, tanto per i caratteri esterni, quanto per i resultati dell' analisi fattane in paragone, si rileva, che questa corteccia è differente dalla china comune, officinale, o china cannellata del Sig. Fabbroni per la grandezza e grossezza, per il colore, per l' odore, per il sapore. I suoi principj o parti costituenti ed intrinseche sono più solubili in acqua calda e fredda, in alcool, ed in alcali, e meno ossigenabili, o riducibili in resina, che quelli della china, e sono in maggior dose. Di quì è che la corteccia in questione contiene più di estrattivo e di mucillaginoso o gommoso, che la china; contiene al contrario meno sostanza resinosa, che la china; contiene molto più di sostanza colorante, e di principio astringente o conciante, o concino, che la china, e meno o quasi niente di odore aromatico.

Differisce altresì da tutte le specie di china, ed anche dalla china del Surinam, e da quella di S. Domingo, con le quali potrebbe essere confusa: dalla prima per la grossezza, per non avere linee o prominenze longitudinali, e per essere più dura, e resistente. (*Murray, Apparat. Medicam. T. VI. p.* 180). Dalla seconda, o di S. Domingo, alla quale un poco più si rassomiglia per non agglutinarsi sotto il pestello, come fa quella di S. Domingo, e per altre differenze ritrovate con l' analisi fattane a paragone con la china peruviana da Fourcroy, e che si può vedere nell' Enciclopedia metodica.

Sebbene questa falsa china sia differente dalla china officinale, e da tutte le scorze di china conosciute finora, non si può per altro dire a quale specie appartenga, e se sia di alberi nostrali, come si potrebbe credere dal vil prezzo di soldi sedici la libbra, che fu venduta in principio, o sivvero di alberi esotici, fra i quali secondo Linden e Murray (*Appar. Medic. T. I. pag.* 454), è scelta spesso la scorza del Mahagoni, o Swietenia Mahagoni.

Quanto alle qualità mediche di questa corteccia, vengo assicurato da chi l' ha provata tanto in Livorno che in Firenze, che invece di essere febrifuga attonante, è stata ritrovata efficace purgante.

Ognuno può vedere da ciò quanto male possa arrecare ai malati questa droga amministrata invece della china officinale producendo effetti opposti! Quanto ne sia compromessa la reputazione de' Medici, e qual danno ne risulti per l'Umanità il tenere in mano degli idioti e dei Monopolisti le droghe che devono servire per medicamento!

VA-

VARICE SINGOLARISSIMA FORMATA E SCOPPIATA AL SENO QUADRATO DAL CUORE

CON UNA NUOVA ANATOMICA DIMOSTRAZIONE DELLE FIBRE COMPONENTI LO STESSO SENO QUADRATO

MEMORIA

DI JACOPO PENADA

Presentata da GIANVERARDO ZEVIANI

E ricevuta il dì 20 *Aprile* 1804.

L'onda sanguigna perennemente sospinta dalle vive forze projettili del Cuore col mezzo delle Arterie fino all' estremità del Corpo animale vivente, deve essere raccolta e riportata al primo fonte della vita per mezzo delle vene.

Le arteriose estreme radici diffuse maravigliosamente per ogni più minima riposta parte del Corpo s' innestano quasi, e si anastomizzano coi più minuti estremi ramoscelli venosi, ne' quali depositato il sangue passa a mano a mano da' rami minori a dei maggiori; indi si aduna e si trasfonde finalmente in que' vasi più insigni, che lo depongono novellamente nel Cuore.

La meccanica istromentale struttura de' vasi singolarmente arteriosi; la robusta fabrica, e tessitura delle loro tonache, e finalmente la forza innata di quell' alterno costante moto di contrazione, e di dilatazione, di cui godono fino dal primo momento del loro sensibile materiale sviluppo; tutte queste cose, io dico, possono agevolare moltissimo la più pronta, e perenne circolazione del sangue (*a*).

Ma qualora poi si consideri la fievole, e molle struttura di que' vasi particolari, che all' uffizio si prestano di riassorbire e ricondure la massa sanguigna dalle più minute, ed estreme parti del Corpo, al centro della stessa circolazione; e qualora poi si ponga mente alla difficoltà, che incontrar deve il liquido circolante a riascendere contro la Legge più costante dalla propria gravità, e tendenza naturale, ed alla totale mancanza di movimento di qualunque sorta nelle vene, allora è appunto, che in alcuni Fisiologi, e Naturalisti si ridestano dei dubbj, e sembra che tuttora vadano brancolando tra le tenebre in un argomento tanto luminoso, e di tanta importanza (*b*).

A raffermare però un poco gli animi più timorosi giovò moltissimo, non v' ha dubbio, la singolare scoperta delle *Val-*

(*a*) Non mi è ignoto per altro quanto intorno al vero meccanismo con cui si eseguisce la circolazione del sangue, sieno discordi i più moderni Fisiologisti; non ignoro i dubbj avanzati su tale argomento dall' insigne Bonnet, e dallo Spallanzani; nè qui intendo di toccare per niente il punto della pienezza, o del vacuo assoluto, o relativo delle arterie nel vivente: le quali cose furono trattate assai eruditamente dal Chiarissimo Bortolozzi, Bassiano Carminati, Marsilio Landriani, Pietro Moscati, Cavalier Rosa, Luigi Targioni, dirò soltanto che anche su di ciò non mancano delle questioni, e delle difficoltà grandissime, e ciò a solo oggetto che non restino formalizzati li cortesi miei Leggitori nel sentirmi per avventura ancor incerto, e titubante nell' assegnare il vero meccanismo atto a promovere, e mantenere la generale circolazione del sangue.

(*b*) Il diligentissimo Senac ha trovato ossificato uno dei ventricoli, il posteriore, ossia sinistro del Cuore umano. Hallero lo trovò tutto affatto consunto. De-Haen non seppe ravvisarne vestigio in un soggetto particolare; ed il Signor Malacarne trovò affatto osseo, ed inflessibile il cuore di un' anitrella selvatica.

Dunque conchiude il testè laudato Autore, che il cuore non è sempre il solo organo determinante la circolazione del sangue. Malacarne Tratt. Chirurg. part. II. §. 195.

Valvole, la quale dall'insigne Hallero viene attribuita al Canani di Ferrara. (Haller. Elem. Phisiol. Lib. 11, Sect. 11, §. XIV.)

Non si può negare, che queste non sieno molto opportune a sostenere il sangue, che va mano a mano ascendendo, ed impedire che non torni a ripiombare al basso, siccome la natural sua tendenza lo inclinerebbe per certo.

Questi valvolosi, avvegnachè debilissimi sostegni, sono il più delle volte disposti a due, a due (*a*). Sono formate queste valvole dalla membrana interna, e propria delle stesse vene; costituiscono d' ordinario due pieghe una contro l' altra, con le quali sembra, che chiudano tutto l' intiero lume della vena, ed una convessa rivolta verso i rami; così ne viene, che asceso il sangue dai rami d' una vena verso i tronchi maggiori vi passa facilmente scorrendo sulla convessità delle valvole, e scostandovi i loro margini passa avanti; ma se poi dai tronchi si vuole introdurre nei rami, la cosa non è ordinariamente fattibile; giacchè ricevuto il sangue nelle cavità delle valvole più le preme, e più le discosta, chiudendo in tal modo il lume del tubo stesso venoso, onde non possa il sangue ripiombare novellamente al basso siccome comunemente si crede.

Non è però che non accada spesse fiate morbosamente il regresso del sangue nei vasi minori inferiormente posti, ed in tal caso si formano nelle vene delle piccole borse, o dei nodi sensibili più probabilmente al luogo appunto delle stesse valvole, le quali borse, o nodi se costantemente ivi rimangono, acquistano il nome di *varici*, o dilatazioni varicose delle vene (*b*).

(*b*) Furono osservate talvolta tre ed anco quattro in uno stesso tronco di vena, e dal Signor Tumiati Anatomico di Ferrara, ed anco più volte dagli Anatomici di Padova.

(*a*) Non è poi sempre vero, che le

Ma per meglio avvicinarmi per ora allo scopo principale della presente nostra osservazione conviene riflettere, che la formazione delle varici nei vasi sanguigni venosi è solita sempre di avverarsi nell' estremità inferiori del corpo animale vivente (*b*).

L' eretta portatura certamente, di cui a preferenza d'ogn' altro animale, gode l' uomo ragionevole, quanto è nobile, dignitosa e distinta, altrettanto lo rende soggetto a certi par-

---

varici succedano al luogo preciso, dove esistono le valvole nelle vene. Esaminate da me con diligenza delle vene varicose nei cadaveri di donne, o di uomini, che ne aveano in copia alle estremità inferiori sono rimasto convinto, che quelle borse, o nodi varicosi esistevano in moltissimi luoghi lunghesso il tubo venoso; ne' quali non si ritrovava la minima traccia di valvole, onde ho dovuto conchiudere, che le pareti stesse dei vasi venosi si dilatino morbosamente, e formino in gran parte le stesse varici.

Anco gli stessi vasi linfatici hanno le loro *valvole*, e vanno soggetti essi pure a delle enormi dilatazioni.

Quindi pretende il Soemmering, che le Idatili sieno varici dei vasi linfatici, le quali varici poi si possono estendere prodigiosamente. Soemmering, *de morbis vasorum absorbentium.* Traject. ad Moen., 1796. §. XXII.

Ed in queste stesse cavità poi de' vasi linfatici dilatati sospetta il Celebre nostro Amico Sig. Brera, che talvolta si generino per fino dei vermi di una spezie particolare.

Vedi Brera, V. L. sopra i vermi, Lez. 1. §. XXVII.

(*b*) E' noto abbastanza, che in tutto il contesto delle vene appartenenti alle viscere non si riscontrano valvole di sorte alcuna. La sola valvola dell' Eustachio si potrebbe eccettuare.

Alcune valvole furono anco scoperte dal Dessault, ed in seguito dal Reuss (*Novae observationes circa structuram vasorum in placenta humana*, *dat. Tubingae* 1789. *pag.* 44.) nelle ultime estremità dei vasi della placenta, e dell' utero, che talvolta si oppongono al corso delle injezioni.

E per tal modo si è decisa, per quanto si crede, la famosa lite che lungamente versò tra il Vieussennio, de Haller, de Mery, ed altri ancora per una parte, Ruschio, Hunter, Roederer, per l'altra, *se i vasi della placenta si anastomizzino, o nò con quelli dell' utero*; stabilendosi che quando ciò non riesce colle injezioni, egli è un effetto dalla presenza di queste valvole che si oppongono al passaggio della materia injettata. Ad onta però del ritrovamento di queste valvole, la questione non mi sembra per anco definitivamente decisa.

particolari malori, i quali in singolar modo dipendono da questa stessa portatura.

Pronaque cum spectent animalia caetera terras
Os homini sublime dedit, Caelumque tueri
Jussit, et erectos ad sidera tollere vultus.

Cantò così bene il Sulmonese Poeta.

Sopra tutto però sembra, che il gentil sesso se ne risenta, direi quasi, del discapito di un così fatto sublime portamento. Quindi non è fuor di ragione il sospettare, che le stesse periodiche sempre moleste purgazioni muliebri; che la proclività nelle donne alle strabocchevoli emorragie uterine, ed agli sconcj, alle ostinatissime leucorree; alla formazione delle stesse varici alle gambe, e nelle coscie singolarmente nel tempo di loro gravidanza; tutti questi disordini dipendono in gran parte dalla eretta positura delle stesse.

Quanto però è facile combinarsi il fenomeno morboso delle varicose dilatazioni all'estremità del corpo; altrettanto rari sono i casi, nei quali si sieno riscontrate vere varici singolarmente al seno quadrato.

Non mi è ignoto per altro, che delle enormi dilatazioni si sieno spesse volte riscontrate al gran tronco della Cava, ed alla corrispondente orecchietta destra del cuore; ma queste dilatazioni non mi rappresentarono giammai l' idea d' una vera varice. Io le ho sempre considerate siccome effetto dell' addensamento piuttosto temporaneo del sangue, il quale appunto suole avvenire in moltissimi casi, o per difetto organico del cuore, ovvero in quei momenti soltanto, ne' quali va cessando il moto vitale ed alterno di quel viscere colla sopravvegnenza dell' estinzione della vita; momenti, ne'quali si sogliono formare delle insigni raccolte di sangue denso, e grumoso tanto nei vasi venosi, quanto nelle stesse orecchiette del cuore (a).

(a) Tra i tanti casi di grandiose dilatazioni di simil fatta basti riportar quello dell' Illustrissimo Morgagni, registrato nell' Epistola Anat. 17, §. 10, ove dice: *Dextera autem cordis auricula eam intus habebat sanguinis*

Ciò premesso, sappiamo che il sangue arterioso, che in singolar modo provvede all'organo vitale tramandato col mezzo dell' arteria pulmonale divisa a destra, ed a sinistra nel viscere stesso fino alle sue più minute estremità, viene riassorbito dalle minime vene corrispondenti, le quali poi a poco a poco raccolte in quattro principali tronchi due a destra, e due a sinistra, prima che pongano foce nel cuore, formano una particolare dilatazione di figura quasi perfettamente quadrata, la quale perciò vien detta dagli Anatomici seno quadrato, o posteriore del cuore, dotato di certa particolare appendice la quale appunto orecchietta sinistra del cuore comunemente si appella.

Quanta però sia la robustezza delle tonache componenti questa particolar borsa quadrata venosa, avuto riflesso alla tenuissima tessitura delle altre vene tutte, non è ora il momento che da me se ne faccia particolare menzione; a ciò fare io mi riservo nella seconda parte della presente Memoria, dopo che avrò esposta la storica narrazione del fatto; anzi io mi lusingo di darvi una tale descrizione delle Fibre particolarmente componenti il membranoso tessuto dello stesso seno quadrato, la quale formerà l' oggetto più interessante del presente mio qualunque ragionamento.

Basti per ora riflettere, che in una parte, la quale, e per la sua robusta struttura, e per la massima vicinanza allo

---

copiam, ut distincta magnitudinem cordis fere aequaret; e più sotto nella stessa Epistola dice così: *Cor praegrande, magnam polyposam concretionem ventriculo dextero continebat, quae in proximam auriculam expansa, hanc adeo dilataverat, ut ingens aequaret marsupium.*

Io pure in un cadavere da me anatomizzato in Padova la sera dei 7 di Marzo 1804, trovai una così enorme dilatazione di tutti due i ventricoli del cuore, delle sue orecchiette, e de' suoi vasi tutti tanto arteriosi, quanto venosi, di maniera che perduta questo viscere ogni sua natural simmetrica conformazione, altro non rappresentava, che una insigne vasca, o vesica enorme ripiena di sangue atro, e grumoso entro a quel cuore morbosamente stravenato e raccolto.

lo stesso fonte della vitalità, dovea ben essere lontana ad avere la naturale predisposizione alla formazione di quella particolar malattia; per uno strano fenomeno morboso non solo essa si verificò, ma di più arrivò a segno di scoppiare, recando l' estinzione repentina del soggetto in cui si combinò fatalmente.

L' argomento pertanto della presente nostra Memoria, Medico-Patologica ce lo somministrò appunto un certo uomo per nome Stefano Boccalaro nativo di questa Città di Padova, d' abito di corpo semicachetico, e macilente, molto colorito, e per quanto abbiamo raccolto da' suoi domestici, bravo mangiatore, e buon bevitore per fino che visse.

In varie epoche della sua vita quest' uomo sostenne delle periodiche ostinate, alle quali forse anche per base di temperamento doveva essere naturalmente disposto.

Essendo costui per dovere del proprio uffizio destinato alla sopraintendenza dal riattamento delle pubbliche strade si esponeva a continui patimenti, facendo lunghissimi viaggi a piedi in qualunque stagione, tanto nei giorni della state più cocente, quanto in quelli del più rigido inverno, bevendo del vino il più delle volte con eccesso, ed ancor fervido ed estuante per le sostenute fatiche.

Molti mesi prima che mancasse di vita incominciò a querelarsi di certi strani ed insoliti palpiti di cuore, con angustia di respiro, accoppiata ad una straordinaria debolezza, e prostrazione di forze, che lo rendeva quasi inetto al faticoso suo esercizio.

Oltre di tutto ciò, si lagnava fortemente di un peso costante, con distrazione dolorosa e perfodiente alla regione posteriore del suo dorso in mezzo alle scapole. Buon bevitore però, siccome egli era, tracannando a larga dose del vino, e talvolta una qualche tazza di brodo sciocco parevagli di rimanere sollevato dal fitto dolore alla testè indicata regione, ed anco dai palpiti stessi del cuore.

Se non che il giorno 9 Febbraro 1799, alle ore dieci circa del mattino, rizzatosi dal letto, nel momento che stava colle mani sollevate per assettarsi alla meglio il suo giubbone, cadde posteriormente stramazzato al suolo, e sul fatto mancò di vita.

Il giorno appresso fu istituita l' incisione anatomica di questo cadavere dal Proto-Chirurgo dell' Uffizio di Sanità, con l'intervento del fu Sig. Girolamo Trivisan Proto-Medico, trovandomi io stesso presente all' indicata apertura.

Sparato il torace, e sollevato lo sterno si ritrovò il pericardio stranamente turgido e rigonfio; aperto questo sacco si osservò il cuore immerso nel proprio sangue; esaminato questo viscere nella sua parte anteriore, mondata prima tutta la pericardica cavità del sangue effuso, non si rinveniva lesione alcuna manifesta nello stesso; allora capovolto il cuore si esaminò la parte piana, o posteriore dello stesso, e nel luogo appunto che vien formato dal concorso delle quattro vene pulmonali, che comunemente seno quadrato o posteriore del cuore si appella, abbiamo ritrovata un' insigne, e morbosa lacerazione, per la quale sbucata ragionevolmente l' onda sanguigna, si avea fatto strada ad inondare tutta la pericardica cavità.

Per la qual cosa stretto per ogni lato e stranamente compresso il cuore, non potendo prestarsi d' avvantaggio agli uffizj della vita, fu causa che d' improvviso perisse quell' infelice Soggetto.

Per volere però meglio anatomizzare quel viscere all' indicata sede così mal concio, divisammo di staccarlo dalla propria sede col corredo di tutti que' maggiori vasi, che vanno a por foce nello stesso.

Ciò eseguito, notammo le seguenti cose: la fenditura morbosa che esisteva nel centro del seno quadrato di questo cuore rappresentava una figura sferica irregolare alquanto depressa ai lati; aveva il lume di dieci linee di Parigi circa, gli orli di questo foro morboso erano ineguali, e frastagliati: tutto il complesso di questo seno era più floscio, e rilasciato del solito; le rimanenti parti poi del cuore non presentavano ai nostri sguardi verun' altra alterazione morbosa, e marcata.

Ora poi conviene esaminare i disegni, i quali tratti dall' origine, io quì presento coll' oggetto, che si possa formare una più chiara idea del caso presente.

Spiegazione delle Figure.

La tavola disegnata rappresenta nella prima figura il cuore in istato naturale, rovesciato e rivolto dalla sua parte piana, o posteriore che riguarda le vertebre del dorso.

Le lettere majuscole A. B. C. contrassegnano la circonferenza del cuore; le lettere D. E. indicano le due orecchiette del cuore, la D. la sinistra, la F. contrassegna il tronco comune delle due cave; la G. finalmente accenna il tronco reciso dell' arteria aorta, riguardata da questa parte.

Ora si ponga mente a quella borsa particolare quasi quadrata, la quale forma il così detto seno posteriore, o quadrato dal cuore, la lettera H. è posta nel centro appunto dello stesso seno, là dove si combinò quella particolare morbosità, che forma il soggetto della presente osservazione.

In questa figura però abbiamo lasciato tutto il seno quadrato disegnato nella sua integrità per chiarezza maggiore della sede precisa dello stesso seno.

Le minuscole *o. o. o. o.* indicano li quattro tronchi tagliati delle quattro vene pulmonali, le quali concorrono alla formazione dello stesso seno quadrato.

La seconda figura rappresenta il solo seno quadrato staccato dal cuore, onde esaminarlo esattamente; le quattro A. A. A. A. circoscrivono i limiti di questo pezzo; le letterine minuscole *c. c. c. c.* dinotano i tronchi tagliati delle quattro vene pulmonali; e nel centro poi si scorge disegnata la fenditura lasciata dallo scoppio, per quanto mi giova supporre, della varice. La lettera D. è posta per indicare quel foro ro morboso di figura quasi ovale, con li suoi orli frastagliati, ed ineguali, marcati con le letterine minuscole *o. o. o. o.*

Passando in appresso alla terza Figura, con essa si rappresenta lo spaccato del seno quadrato nel caso nostro morbosamente alterato, e perciò molto più floscio, ed allargato del suo naturale; lo che osservai eziandio verificarsi in quelle moltiplici pliche interne, le quali naturalmente si ritrovano in questa borsa venosa particolare.

Le lettere pertanto A. A. A. A. definiscono il pezzo stesso all' indicata foggia aperto, e preparato. Le due B. B. sono poste al luogo, ove esisteva la morbosa fenditura lasciata dallo scoppio della varice; e le letterine poi minuscole *a. a. a. a.* quà e là sparse nel centro della figura, fanno conoscere quelle varie piegature, delle quali è fornita la cavità interna dello stesso seno quadrato.

Dalle altre tre figure, che rimangono ancora da esaminarsi nella Tavola, daremo opportunamente la spiegazione nella seconda parte della presente Memoria.

Dopo però di avere dimostrate le più singolari morbosità del caso presente, prima di chiudere la prima parte della presente osservazione, io crederei di non essermi di gran lunga ingannato, qualora ho stabilito, che la morbosa istromentale alterazione da me riscontrata alla sede indicata, fosse una *varice* formata, e scoppiata al seno quadrato, o posteriore del cuore.

E per verità per *varice* non fu mai altro inteso dagli Anatomici, dai Medici, e dai Chirurghi, se non che una morbosa dilatazione di un vaso venoso qualunque, a quella stessa guisa, che per *aneurisma* si è sempre inteso una dilatazione morbosa in qualunque vaso arterioso.

Quindi nel caso nostro, avveguachè la dilatazione varicosa esterna, prima dello scoppio, non si sia potuta realizzare col fatto, tutta volta non disconviene punto il presupporla preventivamente, ed essendo il seno quadrato formato assolutamente dal concorso di quattro vene, e ad esse affatto continuo, ed inerente, non si può andar grandemente errati, dando il nome di *varice* a quella particolare morbosità. È ben ragionevole, che la borsa formata forse dalla preventiva varice non si sarà manifestamente veduta nel caso nostro, giacchè successa la fenditura della stessa con l'effusione della massa sanguigna contenuta, altro non vi dovea rimanere che il pertugio morboso, o vogliam dire quella lacerazione, che fu da noi riscontrata appunto nella media regione del seno quadrato venoso.

Che se però piacesse ad alcuno, ad onta di tutto ciò, chiamare il difetto istrumentale da noi riscontrato all' indicata sede, una semplice esulcerazione, o fenditura del seno quadrato medesimo, esclusa anco la supposta preventiva *varice*; non alterando ciò punto l' intrinseco della presente mia osservazione, lascierò volentieri, che ognuno la pensi a modo suo, e mi rivoglierò ad un oggetto più interessante, che mi rimane da trattare nella seconda parte della presente Memoria, acciocchè, dal merito di essa, ne possa essere formato un adequato, ed imparziale giudizio.

PARTE SECONDA.

Dimostrazione Anatomica delle Fibre componenti il tessuto membranoso del seno quadrato.

Nel momento, che io mi stava travagliando nella ragionata esposizione di quella strana morbosità riscontrata al seno quadrato del cuore, e considerando non solo la sede straordinaria, che essa occupava, ma molto più ancora la robustezza del seno quadrato, mi venne in pensiero di esaminare anatomicamente la particolare struttura di questo sacco membranoso.

E siccome mi parve di avere rilevato con le mie ricerche, molto più di quanto ne fu per avventura detto fino ad

ora;

ora ; così mi affretto di esporlo ai saggi e venerati riflessi del Pubblico imparziale.

Ecco non pertanto in brevi note i risultati delle mie particolari osservazioni.

Sappiamo, che il sacco membranoso, il quale rinchiude, e circonda lassamente il cuore per ogni parte, detto pericardio, ascendendo non poco sopra la base dello stesso, non solo si attacca ai grossi vasi arteriosi e venosi, i quali vanno a por foce nel cuore, ma impartisce la loro esterna membrana.

Questo particolare involucro diviene una tonaca quasi *assitizia*, o vogliam dire, aggiunta ai vasi stessi, a quel luogo, e non altrove, la quale dona ad essi una maggiore, e soltanto topica robustezza.

Ecco come egregiamente e con quella chiarezza, ch' è tutta sua propria, ce la descrive il celebratissimo nostro Anatomico, il Sig. Leopoldo Marcantonio Caldani: *Pericardium super vasa cordis ascendit ex corde exeuntia, et in cor revertentia ad aliquam usque a corde distantiam; inde hic idem saccus ad interiora revolutus ipsa vasa arcte complectitur, et cor ipsum cum auriculis, quibus partibus omnibus exteriorem tunicam elargitur*. Instit. Anat. Phisiol. Cap. V.

Di questa membrana adunque prima di tutto è dotata anco la parte più esterna dello stesso seno quadrato venoso, o posteriore del cuore, di cui ora parliamo; ed è perciò, che a quel luogo questo sacco si riscontra fornito di una maggior sensibile robustezza, più che altrove; mentre è certo, che le stesse vene pulmonali tosto che si sono per poche linee insinuate nella sostanza della viscera pulmonale, e si sieno divise e suddivise per essa in mille foggie, si ritrovano ben tosto spoglie affatto di quell'esterno involucro, di cui erano fornite nel loro principale concorso al seno quadrato.

Non bastava però, che la provvida sagace natura avesse dato al seno quadrato quella robusta esteriore membrana fiſino ad ora descritta , che inoltre lo formì di uno elegantiſsimo tessuto ſibroso , che lo rende esclusivamente a tutto il rimanente sistema de' vasi venosi , atto a prestarsi a varj uffizj , ai quali certamente supplir non potrebbe , anco per solo difetto di struttura , tutto il rimanente sistema vascolare venoso .

Ella è cosa perciò di fatto anatomico , che le tonache componenti l' avvolto tutto delle vene sono prive affatto di alcun tessuto fibroso muscolare ; quindi attesa la sottigliezza, e debolezza loro , tagliati i vasi venosi , cadono su se stessi , senza lasciar lume circolare , all' opposto di quello , che avviene nei vasi arteriosi .

Ora si avverta , che nel seno quadrato così certamente non va la cosa ; mentre coll' attenta indagine anatomica di questo sacco particolare venoso io vi ho scoperti molti bellissimi strati di Fibre nel seguente modo distribuiti e disposti .

Detratta adunque con una conveniente bollitura della parte nè debole , nè molto avanzata l' esterior membrana proveniente dal pericardio , che invoglie il seno quadrato , comparisce uno strato elegantissimo di Fibre poste trasversalmente in direzione quasi paralella con li tronchi delle vene pulmonali .

Questo primo strato di fibre veramente trasversali è così chiaro e palese a quel luogo , che anco senza bollitura della parte trasparisce evidentemente stirando soltanto assai poco trasversalmente lo stesso seno quadrato . Ma è ben d'avvertirsi , che le fibre trasversali già descritte occupano il vero centro , ovvero la parte media soltanto del seno quadrato ; mentre nella parte superiore ed inferiore dello stesso , questo primo strato di fibre , che comparisce , non è veramente trasversale , ma bensì retto , e situato in guisa , che innestandosi con le fibre trasversali , che occupano il centro del seno medesimo , ne risulta un andamento di fibre formate quasi a guisa di Croce , siccome è facile da rimarcarsi con l' inspezione della figura disegnata, che vi presento.

Ora adunque conviene, che di nuovo ripigliando la tavola, che vi ho esibita, si esamini attentamente in essa la quarta figura. Questa vi espone il disegno del vero tessuto del primo strato delle fibre esterne del seno quadrato medesimo, quale fu da me diligentemente osservato e descritto.

Le lettere adunque quattro A majuscole indicano le vere fibre trasversali, le quali abbiamo detto, che occupano la regione media dello stesso seno, le due B B contrassegnano lo strato di quelle fibre, che si trovano alla parte superiore del seno quadrato, le quali abbiamo detto, che sono quasi rette. Le due poi C C fanno rimarcare l' andamento di quelle fibre esterne del seno stesso, che si riscontrano nella di lui parte più bassa, poste alla base del cuore, ed in tal maniera si vede come ne risulti una spezie d' incrocicchiamento formato dal particolare andamento di queste fibre.

Sollevato in appresso il primo, e più esterno andamento di fibre, delle quali è fornito il seno quadrato del cuore, viene sott' occhio un secondo strato, il quale presenta un andamento fibroso formato quasi a maglie, o a rete, in cui le fibre sono per tal modo disposte, che alcune discendono obliquamente da destra a sinistra, altre viceversa da sinistra a destra, e s' indigitano tra di loro, formando un intreccio veramente ammirabile.

Si osservi la fig. V della nostra tavola. Le lettere quattro A conterminano tutto il pezzo del sacco quadrato: le letterine minuscole *b. b. b. b.* indicano l' andamento della prima spezie di fibre, onde ne risulta quell' andamento retiforme da noi descritto.

Finalmente è da sapersi, che inerentemente alle mie particolari osservazioni intorno a queste fibre, ho riscontrato un terzo ordine di fibre più interne di tutte, le quali però meglio si esaminano allora quando si apra tutto il seno quadrato, e si denudi delicatamente da tutta la sua interterna membrana sottilissima, levigata e quasi trasparente, di cui è dotato.

Questo sottile velamento, che copre la superficie interna di tutto il seno medesimo, credo, che sia affatto continua con quella, che investe internamente le vene più insigni, che stanno vicino al cuore, ed anco le stesse orecchiette.

Detratta adunque questa sottile membrana interna, mi venne fatto di osservare uno strato sottilissimo di fibre collocate in direzione paralella, progredienti dall' alto al basso in senso del tutto retto.

Si guardi ora la figura VI, nella quale sta espresso il seno quadrato aperto, e rovesciato, onde apparisca l' andamento di queste elegantissime fibre.

Le lettere AAAA majuscole conterminano il pezzo dissegnato; le minuscole *o. o. o. o. o. o.* fanno rimarcare l' andamento retto e paralello di queste fibre più interne del seno medesimo da noi fino ad ora in novella foggia, se non erro, diligentemente dimostrate.

Nè quì io voglio dissimulare, come appresso il celebre Soemmering si ritrovi una descrizione delle fibre del seno quadrato, che a prima vista sembrare potrebbe molto analoga alla nostra, ed eccone appunto il passo originale: *E duabus membranis admodum laevibus constat, quarum exterior a pericardio, interior a venae pulmunalis interna tunica proficiscitur. Utrique itidem intricatae admodum fibrae musculares interjacent, quae fines venarum pulmonalium circumeunt. Quaedam nimirum fibrae musculares simili modo a filamento cartilagineo anteriore dextro oriuntur, pariter in retis formam contextuntur, antrorsum vero crassiores sunt, et magis distinctae. Aliae obliquo ductu feruntur ita, ut externae plerumque internas decussent, plurimaeque a tergo, et a fronte transversim positae sunt.*

(Cita la tavola del Wolff. negli Atti dell'Accademia di Peterburgo.

Soemmering. de Corp. hum. Fabr. T. V, pag. 29, 30.)

Ora però esaminando attentamente questo passo, se grandemente non erro, si rileva una gran differenza dalla descrizione che ne fa il Soemmering, dalla nostra. Non parliamo delle tonache del sacco quadrato, mentre in ciò conveniamo perfettamente, ma nella esposizione del vario andamento delle fibre proprie del seno stesso non va certamente così la cosa.

Se si parli del tessuto retiforme troppo deciso e marcato che esiste in questo sacco membranoso, siamo d'accordo, che sia un intreccio quanto certo, altrettanto complicato, e poco men che inesplicabile; quindi a buon diritto Egli dice; *utrique itidem*, (in mezzo cioè alle tonache componenti il seno quadrato) *intricatae admodum fibrae musculares interjacent*.

Ma se parliamo delle fibre propriamente esterne, e veramente trasversali, da noi descritte, le quali passano scorrendo orizzontalmente nella sola media regione del seno stesso dall' una all' altra vena pulmonale, e che sono visibili ancora ad occhio nudo, e nella parte considerata in istato naturale un poco che si stiri soltanto trasversalmente il sacco membranoso quadrato; io certamente di questo primo, e più esterno strato di fibre non ne rilevo nel citato passo una descrizione decisa, quale fu da me eseguita e verificata a dovere, e molto meno poi trovo traccia veruna di quell' andamento quasi crociforme da me particolarmente disegnato in questo primo strato di fibra.

Imperciocchè se non erro, quel passo del citato Autore, che dice: *Aliae obliquo ductu feruntur ita, ut externae plerumque internas decussent, plurimaeque a tergo*, *et a fronte transversim positae sunt*, non addita quell'andamento di fibre, che abbiamo noi per avventura descritto, siccome il primo veramente trasversale ed esterno, ma bensì indica un tessuto di fibre disposto in guisa, che obliquamente camminando, l'esterno strato s' incontra con l' interno, e là forma un intreccio, e decussazione in modo, che molte di queste fibre, e posteriormente, ed anteriormente si uniscono obliquamente, e trasversalmente ancora tra di loro, nè di più dice certamente quel passo.

Che se poi si parli di quel terzo strato di fibre più interne, e propriamente rette, le quali senza essere intrecciate con altre fibre si riscontrano nella parte interna del seno medesimo riguardante la cavità del cuore, e che abbiamo detto che detratta l' interna leggierissima membrana, comparisce ad evidenza; di questo strato di fibre, io dico, da me dimostrato e disegnato palesemente, non ne trovo per assoluta il più minimo vestigio nella sopra lodata descrizione del prestantissimo Sig. Soemmering.

Non ho mancato, dopo di tutto ciò, di esaminare attentamente anco le fibre, che compongono il tessuto musculare delle stesse orecchiette del cuore, ma queste non sono così belle e marcate, siccome quelle del seno quadrato.

Che se delle fibre, che compongono il tessuto musculare delle orecchiette si parli, io dirò, che questo è molto più robusto singolarmente nella sinistra, o posteriore. Lo strato più cospicuo, che compone il contesto di queste borse venose singolarissime, è quello, ch' io credo di poter chiamare a buon diritto *magliforme*, o reticolato, non esclusa qualche fibra esterna longitudinale, irregolarmente sparsa sotto gli esterni involucri delle stesse orecchiette.

Questo strato però retiforme è visibile eziandio ad occhio nudo, e senza che facciasi sostenere bollitura particolare, si può prepararlo, ed osservarlo abbastanza. Ma al concorso delle due cave, se si eccettuino alcune fibre longitudinali esterne, quali sono appunto indicate dal Sig. Tumiati, non mi parve di rilevare a quel luogo altra serie decisa, e marcata di fibre.

Veramente se si rifletta agli usi particolari, ai quali in istato sano e molto più ancora in moltissime circostanze morbose deve servire il seno quadrato, e le stesse orecchiette del cuore, ben si rileva, che molto a proposito la sapiente natura dotò queste parti di un tessuto così ammirabile di fibre. A questa struttura parmi certamente, che si debba attribuire il moto di contrazione, e di dilatazione, per cui il sangue portato dalle vene ai seni viene cacciato nei ventricoli stessi del cuore.

Ed a un tal uopo appunto io son d'avviso, che moltissimo confluisca quell' ammirevole intreccio di fibre particolarmente fatto a rete, il quale abbiamo detto osservarsi tanto nel seno quadrato, quanto nelle stesse orecchiette del cuore, e di fatti sembra, che quasi costantemente la natura si serva di un così ammirevole tessuto fibroso in tutte quelle parti singolarmente, le quali subir devono una maggior dilatazione nella loro capacità, e ciò per evitare possibilmente lo sfiancamento, e la lacerazione delle parti stesse.

Quindi oltre il tessuto della gran tela cellulare, che si estende per tutte le organiche parti del corpo animale, e che palesemente è fabricato a somiglianza di rete (*a*); sappiamo di più dalle diligentissime osservazioni del celebre nostro Anatomico Sig. Caldani, che la membrana del peritoneo, la quale in moltissime occasioni è suscettibile di una prodigiosa distensione (*b*), in gran parte è composta di un lavoro fibroso singolarmente reticolato, e per ciò più atto ad un tal uopo (*c*).

La

(*a*) *Ipsa communis tela cellularis reticulata, motu videtur gaudere animali, contractionis scilicet, et extensionis perpetuae, qua omnes partes blande sufulcit, et ad sua loca reducit.*
Gautier de inseit. §. 9.

(*b*) Si legga la Memoria VIII, nel primo saggio delle nostre osservazioni, e memorie, alla pag. 103, dove si rileva, che il peritoneo si è potuto in quel caso a così alto segno distendere onde dar luogo a dieci secchie d'acqua raccolta nella capacità del ventre idropico ascitico di quella donna.

(*c*) Cald. dissertazione Accademica *de peculiari peritonei structura*. Saggi scientifici, e letterarj dell' Accademia di Padova T. II, p. 12.

Soc. Ital. T. XI. p. 563.

Fig. I.

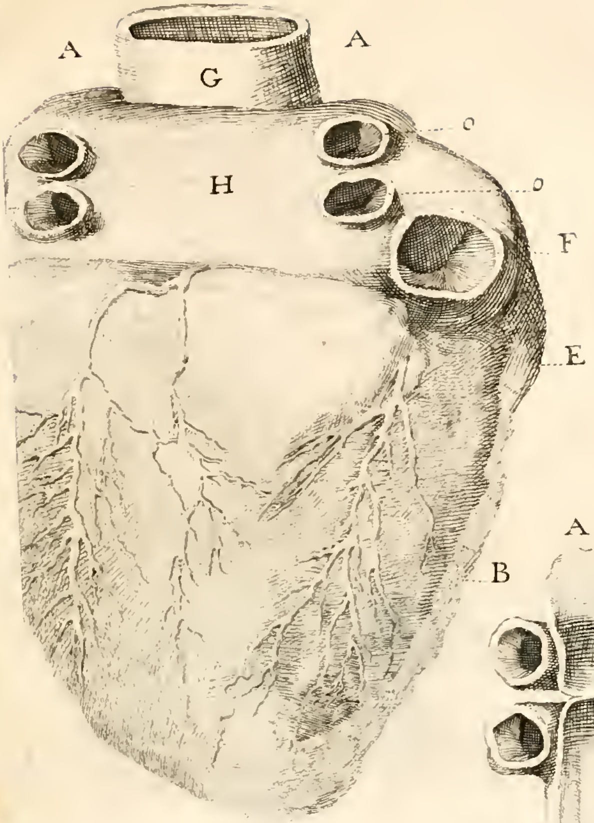


Fig. III.

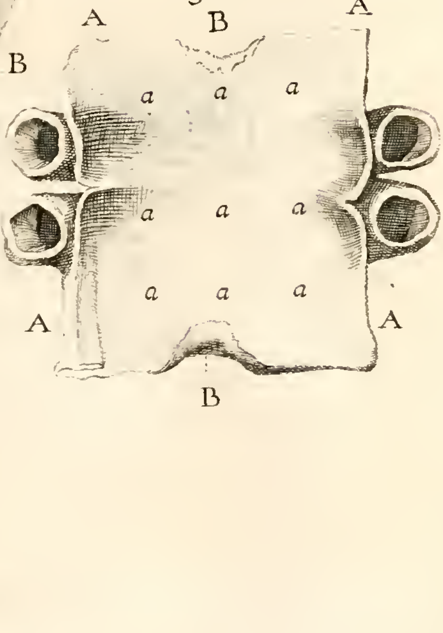
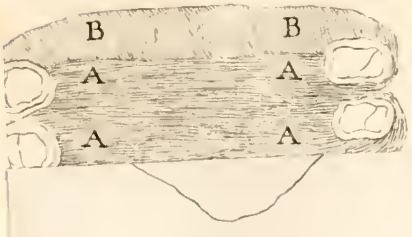

A
B
A
a
a
a
a
a
a
a
a
a
A
A
B

Fig. IV.



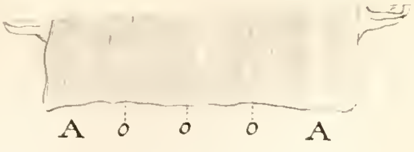


Fig I.

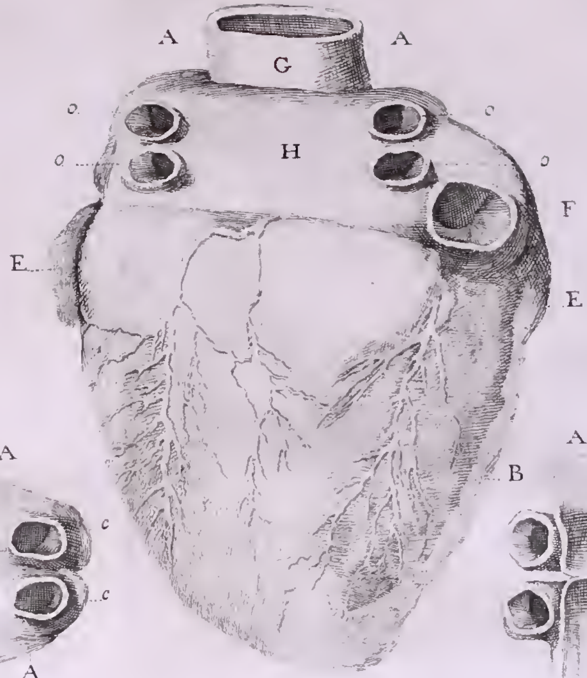

A
A
G
o
o
H
o
o
F
E
E
B

Fig. II.

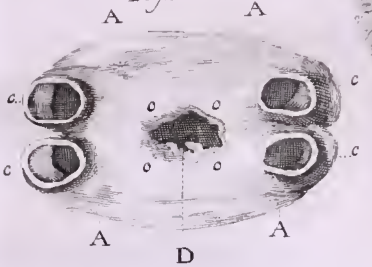

A
A
c
c
o
o
c
c
o
o
A
A
D

Fig. III.

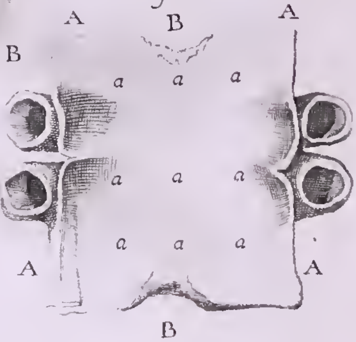

A
B
A
a
a
a
a
a
a
a
a
a
A
A
B

Fig. IV.

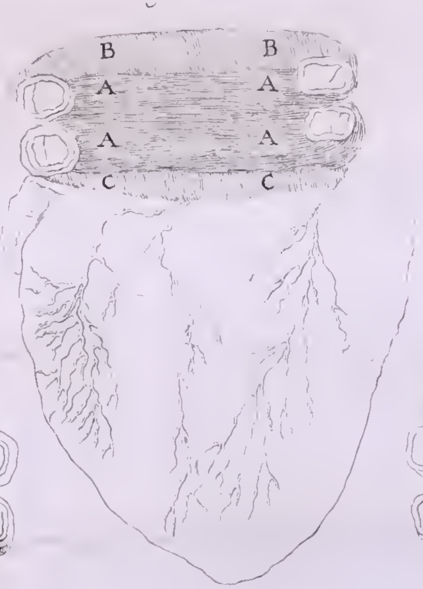


Fig. V.

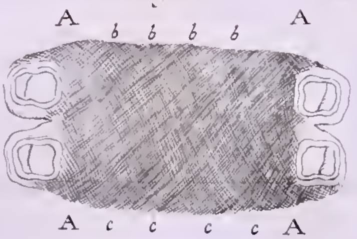
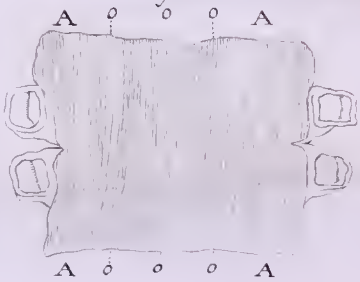

A
b
b
b
b
A
A
c
c
c
c
A

Fig. VI.


A
o
o
o
A
A
o
o
o
A

A. Buttafogo del. et inc.

La stessa membrana del timpano nell' orecchio umano fu riscontrata dall' amicissimo nostro Sig. Floriano Caldani fornita di una simile struttura , e finalmente le stesse ossa avvegnachè incapaci di verruna sensibile distrazione, pure siccome si rileva dalle pregiatissime osservazioni anatomiche del Sig. Scarpa, sono dotate dalla Natura di un tessuto per la maggior parte reticolare , e *mulgiforme* .

Ed ecco che raccogliendo in brevi note le cose da me enunziate nella presente Memoria , io spero di avere in primo luogo esposta al pubblico con chiarezza la storica narrazione anatomico - patologica di una singolarissima varice verificatasi in modo insolito nella regione media del seno quadrato , e poscia fatalmente scoppiata .

In secondo luogo, mi lusingo di avere esposta minutamente la dimostrazione anatomica delle fibre componenti , sopra tutto , il tessuto fibroso del seno quadrato del cuore .

Del valore poi e del merito delle cose presentate al pubblico nella presente mia Memoria ne lascierò volentieri il giudizio ai saggi coltivatori dell' arte anatomica ; sperando che saranno per accogliere benignamente il mio lavoro diretto all' importante oggetto di rettificare e migliorare possibilmente un punto di Anatomia , il quale non era per anco condotto alla necessaria chiarezza e perfezione .

INTORNO LA DENOMINAZIONE E LA CLASSIFICAZIONE DEGLI ODORI

MEMORIA

Di Niccolo' da Rio

Presentata da Vincenzo Chiminello *il dì* 24 *Aprile* 1804.

Il miglioramento, l' amplificazione e i progressi d' una lingua non hanno forse altri confini, che quelli dello spirito umano. Essa si deve ampliare e distendere in proporzione degli oggetti nuovi che il genio indagatore discopre, e a norma delle differenze che lo spirito filosofico vuol far in essi rimarcare. Quando una lingua non sia così ricca, feconda e pieghevole, che valga ad esprimere con facilità, e precisione le proprie idee, ella è per lo Scrittore piuttosto una catena che lo trattiene, di quello che uno strumento che gli serva, ed esso si trova nella necessità dura o di rinunziare d' esprimere il proprio pensiere, o di cercare in nuove frasi e in nuove parole il soccorso che gli manca nel fondo naturale della sua lingua. Quindi suole ognuna abbondar e lussureggiar perfino di modi e di parole in quegli argomenti ne' quali si esercitarono i suoi Scrittori, appunto perchè, scrivendo, furono nella necessità di riempire i vacui che si frammettevano al loro cammino, e scarseggia all' incontro d' espressioni e di frasi negli argomenti che non esercitarono l' opera degli Scienziati: così vediamo per esempio ricchissima pompeggiar l' italiana favella in tutto ciò che è argomento poetico, e scarseggiare oltre il dovere in soggetti scientifici, ne' quali abbonda molto più d' appropriati termini la lingua Francese.

§. II.

§. II.

Quantunque però delle diverse lingue abbia ciascuna le sue particolari ricchezze, osservo che tutte nondimeno scarseggiano di termini atti ad esprimere le affezioni dei sensi, e di taluno almeno tra d' essi, indipendentemente dal soggetto che produce la sensazione. Il senso della vista per verità, quello del gusto e del tatto hanno parole astratte atte ad esprimere l' impressione che i corpi fanno su codesti sensi, e i termini di rosso e giallo, di amaro e dolce, di liscio e scabro destano idee indipendentemente dai corpi che sono dotati di queste proprietà, ma non può dirsi lo stesso degli altri sensi, e particolarmente dell' odorato, del quale soltanto sono per far parola in questa Memoria. Gli odori non hanno altri nomi che quelli dei corpi da' quali emanano, quindi son tutti nomi particolari, quindi di numero pressochè infinito, quindi indeterminati e vaghi, quindi impossibile quasi il destar in altri idea d' un odor non sentito, quando per avventura non somigli a quello di qualche corpo universalmente noto e triviale, quindi imperfette e mancanti le descrizioni de' corpi sì naturali che artefatti, dovendosi per mancanza di termini trascurare un carattere che in molti casi basterebbe da se solo a determinare un fossile, a distinguere una pianta, a dar infine più adeguata idea d' un corpo composto in generale.

Il difetto delle lingue in questo punto è essenziale, ed è sentito „ assai più che dalla comune degli uomini, da quel„ li che applicandosi per dovere, per professione, o per ge„ nio allo studio degli oggetti sì della natura, che dell' ar„ te, sono ad ogni passo trattenuti dalle mancanze di voca„ boli astratti e generali, che fissino l' idea senza equivoco, „ e la presentino all' intelligenza di chi gli ascolta per farne „ il soggetto delle loro riflessioni (1).

§. III.

---

(1) Cesarotti, Saggio sopra le Lingue.

§. III.

Ma a questo difetto non si può forse rimediare? non si potran dunque trovare per gli odori vocaboli astratti, che li indichino indipendentemente dai corpi da' quali emanano? e non si potrà giungere con questo mezzo non meno a render conto di ciò che costituisce la differenza nelle sensazioni degli odori, di quello che a formare in altri idea d' un odor non presente, come pure si fa dei colori? Il linguaggio, e particolarmente il linguaggio filosofico, non sarà perfezionabile su questo punto? Per determinare la possibilità della cosa sembrami non altro sia da farsi che stabilire, se fra l' infinito numero d' odori che si sentono, vi sieno tratti di somiglianza per cui gli uni agli altri si ravvicinino, o no. Se non esistono questi rapporti, se gli odori sono tutti unici nella loro specie, il cercar di sistemarli, di ridurli in classi, generi, e spezie, ed astrattamente nominarli, è impresa vana, giacchè i termini astratti non convengono che alle idee collettizie o generali, alle particolari non mai; ma se all' opposto infra gli odori esistono caratteri marcatissimi di somiglianza e di rapporto, basta saper cogliere codesti tratti, onde farne la base di una filosofica sistemazione.

§. IV.

I rapporti degli odori consistono, o nella somiglianza de' principj di cui sono composti, o nella somiglianza delle sensazioni, che producono in noi. Il primo è un rapporto chimico, il secondo fisiologico. Ambedue codesti rapporti possono somministrare note caratteristiche per la distinzion degli odori; ma quantunque i rapporti fisiologici, ossia di sensazione, non sieno probabilmente che una conseguenza de' rapporti chimici, io mi prevarrò nondimeno possibilmente dei primi, perchè i caratteri fondati sulle sensazioni vengono no più facilmente e più universalmente afferrati, onde conviene ad essi dar la preferenza.

§. V.

Avanti però di maggiormente avanzare nel mio lavoro è necessario il far riflettere, che quantunque l' effetto principale degli odori si eserciti sulle narici, attesa però la reciproca comunicazione de' nervi, comunicazione diffusa in tutto il sistema, gli odori eccitano decisissime impressioni in altre parti del corpo umano, cosa comprovata non meno dalle osservazioni degli anatomisti e fisiologi, che dalla giornaliera esperienza per cui vediamo alcuni odori, per mezzo della comunicazione che passa tra i nervi olfattorj, e quelli del quinto pajo, pungere gli occhj, e trarne lacrime; altri col mezzo della continuazione della membrana pituitaria e del ramo sfenopalatino, del ramo palatino propriamente detto, e del nervo piccolo linguale stuzzicar nel tempo stesso le nari, il palato, la laringe, e la lingua, altri in fine per mezzo principalmente del nervo intercostale, e del parvago, esercitar la loro azione sul diaframma, sullo stomaco, e perfino negli intestini. Io potrò dunque trarre i caratteri fisiologici degli odori non solo dalla impressione che essi fanno sul naso, ma da quella ancora, che esercitano su altre parti del nostro corpo, come da fonti bene stabilite e vere; nè temerò che l' azione esercitata da alcuni odori sul palato e sullo stomaco destando il desiderio del cibo o la nausea, si attribuisca alla reminiscenza per cui si desidera ciò che altre volte si esperimentò buono, e si rifugge ciò che si trovò cattivo, piuttosto che ad una sensazione reale; primieramente perchè l' effetto è troppo marcato per poterlo attribuire alla reminiscenza soltanto, come quando certe puzze urtano talmente non solo il naso ma lo stomaco, che lo determinerebbero al vomito se vi restasse per qualche tempo esposto: chi non giudicherà ciò effetto di sensazione reale esercitata sullo stomaco da emanazioni odorose? in secondo luogo perchè la reminiscenza è insufficiente a supplire alla sensazione, quando questa manchi realmente, come accade qualora per infreddatura si perde per qualche tempo l'odorato, nella qual circostanza per quanto ci ricordiamo della esquisitezza di qualche cosa, più non si mangia però che sforzatamente, nè più sapore si conosce, o differenza ne' cibi; il che dimostra̅ sul palato degli effluvj odorosi; terzo finalmente perchè questo effetto si verifica anco ne' bruti, che incapaci di riflessione non possono nella scelta dei cibi esser guidati che da sensazioni reali, e si verificherebbe perfino nell'uomo stesso, se venisse, come si scrive di Robinson, trasportato in una Isola deserta di cui gli fossero affatto incognite le produzioni: il solitario a preferenza gusterebbe di ciò che col mezzo dell'odorato gli sembrasse appetitoso, che se l'esperienza gli insegnasse poi essere il gustato cibo non buono o nocivo, la reminiscenza lo guarderebbe in appresso dal preso abbaglio, ma appunto perchè la reminiscenza correggerebbe in tal caso l'effetto della prima impressione, si vede che l'impressione era cosa reale indipendente da lei, e dipendente dal senso. Io potrò adunque, mi sia lecito ripeterlo, trarre i caratteri fisiologici degli odori non solo dalla impressione che fanno sul naso, ma da quella ancora che esercitano in altre parti del nostro corpo, e tai caratteri saranno tratti da fonte pura e reale esistente in natura, e indipendente dalla immaginazione, e per conseguenza quando trarrò le note caratteristiche di alcuni odori dall'impressione che essi esercitano sull'organo del gusto, su quello della vista, e su altre parti del nostro corpo, non mi si potrà obbiettare la reminiscenza, i di cui effetti sono bastantemente distinti; obbietto inoltre al quale sembrami d'aver competentemente risposto con quanto ho detto e fatto osservare pur ora.

§. VI.

§. VI.

I caratteri fisiologici degli odori ossia l'impressioni da essi esercitate sulle narici e sull'altre parti del corpo umano, convengono tutti però in una delle due proprietà generali che or son per soggiungere, nel riuscire, cioè, piacevoli o dispiacevoli al nostro senso. Gli odori dunque si dividono da prima naturalmente in due gran classi, cioè in odori buoni, e cattivi. Questi hanno nella nostra lingua il nome collettivo di puzze, non esiste termine generale che comprenda i primi: poichè i nomi di soavità o fragranza esprimono, come vedremo, determinati generi di buoni odori, ma non tutti presi insieme. Nella mancanza mi sono creduto autorizzato a formar la parola *Evosma* (1), termine cifra che avendo la desinenza italiana e adattandosi al genio di nostra lingua, mi è sembrato che si potesse adottar senza scrupolo, e che essendo inoltre tratto dal greco ha ancora il suffragio d'Orazio, il quale parlando della lingua latina che finalmente è madre della nostra, dice che

. . . . Nova fictaque nuper habebunt verba fidem, si
Graeco fonte cadant parce detorta

Hor. ar. poet. ver. 52.

Questa adunque è la prima divisione degli odori in due classi.

C. I.ma Evosmi, che hanno per carattere d'agire piacevolmente sul senso.

C. II.da Puzze, che hanno per carattere d'agire spiacevolmente sul senso.

---

(1) E'υόσμη; da ἐυ, buono, e ὀσμὴ odore.

§. VII.

Ho detto al § IV, che quantunque i rapporti fisiologici ossia di sensazione non sieno probabilmente che una conseguenza di rapporti chimici, io mi sarei nondimeno prevaluto possibilmente dei primi, perchè venendo i caratteri fondati sulle sensazioni più facilmente e più universalmente afferrati, conviene dare ad essi la preferenza. Oltre di che le attuali cognizioni chimiche non sono ancora avanzate a segno di poter conoscere i principj componenti tutti gli odori: ciò che si è veduto pur ora verificato nella formazione delle classi, i di cui caratteri di sensazione essendo marcatissimi, pure la differenza chimica fra gli evosmi, e le puzze non si può generalmente assegnare: lo stesso sovente accade nella formazione dei generi: se io domando, per esempio, in che consista la differenza fra la soavità del gelsomino, e la fragranza della fraga, verun chimico non mi risponde; ma ben riflettendo sulla diversità delle sensazioni trovo, che il gelsomino non fa che titillare piacevolmente le pupille olfattorie del naso; mentre l'odor della fraga vellica nel tempo stesso quelle del naso, e quelle del palato; cosicchè, mentre il gelsomino non m'invita che a fiutare, l'altra quasi irresistibilmente mi tenta a gustare del suo ambrosiaco sapore. I nomi adunque di soavità e di fragranza, prima d'ora indeterminati e bene spesso promiscuamente adoperati, prenderanno in seguito un valor fisso, e il carattere fisiologico della soavità, sarà quello *di titillar piacevolmente le fibre olfattorie soltanto*, e della fragranza quello *di vellicar piacevolmente le fibre olfattorie*, *e quelle del palato* nel tempo stesso. Ecco dunque due generi d'odori distinti, il soave, ed il fragrante, ed io chiamerò soave l'odor della rosa, del gelsomino, dell'etere, dell'alcool, della giunchiglia, ma non già quello della fraga, del pesco, e del popone, cui si compete il nome di fragrante.

§. VIII.

§. VIII.

Ora siccome la base della sistemazione degli odori sta su i loro rapporti, § III, e fra questi, altri essendo fisiologici ed altri chimici, si è data per l' anzidette ragioni la preferenza ai primi, § IV, ne risulta una prima Legge per la classificazione: *che si debbano* cioè *comprendere sotto lo stesso genere tutti quegli odori che urtano lo stesso ordine di papille nervose*, o in altri termini *tutti quegli odori*, *le di cui sensazioni hanno la stessa sede*, e parimenti ne risulta un primo corollario, cioè *che il numero de' generi è eguale a quello delle sensazioni ben marcate e distinte che noi possiamo provare*.

§. IX.

Progredendo nella analisi della sensazione, osservo, che non tutti gli odori, che titillano piacevolmente le papille olfattorie, e che costituiscono il genere soave, § VII; le muovono però nel modo stesso; ma che alcuni vi producono una lenta e leggiera impressione, e quasi accarezzandole, un tremito voluttuoso, altre risparmiandole meno, vi fanno un urto piacevole sì ma nel tempo stesso vivo e gagliardo. I fiori generalmente parlando, e alcune produzioni dell' arte da essi tratte producono la prima di codeste due sensazioni; mentre eccitano la seconda le foglie di alcune erbe sì nostrali, che esotiche, e generalmente poi gli aromi de' più caldi Paesi. Io dovrò dunque distinguere questa modificazione di sensazione giacchè esiste, e formare due spezie del genere soave, sarà la prima l'odor soave che desta una sensazione voluttuosa, la seconda l' odor soave che desta una sensazione gagliarda; il primo odore essendo proprio de' fiori si potrà dire, se piaccia grecamente nominarlo, *soave antosmico* (1), o *flo-*

---

(1) ἀνθόσμικος, da ἄνθος fiore, e ὄσμικος odoroso.

rico se vogliasi una denominazione del tutto italiana, il secondo proprio degli aromi *soave aromatico*, quindi la viola mammola (1) e il mughetto (2) ecciteranno la sensazione del soave antosmico, e l'erba detta vaniglia (3) e la menta piperita (4), e alcuni geranj quella del soave aromatico. Ecco avanzato un altro passo. Stabilito col primo il carattere dei generi nella differenza delle sedi delle sensazioni, siamo progrediti con questo a fissare il carattere specifico nelle modificazioni comodamente percettibili nelle sensazioni medesime, cosicchè ne risulta la seconda legge per la classificazione degli odori, che *si devono* cioè *riunire nella specie stessa tutti quegli odori, che non solamente urtano lo stesso ordine di fiocche nervose, ma che le urtano presso a poco nella maniera stessa*, e un secondo corollario, *che in generale vi saran tante spezie quante differenze si possono marcatamente sentire in quell' odore, purchè sien tali che non coprano totalmente la sensazione del genere che deve predominare*.

§. X.

Dietro questa norma per la costruzione dei generi, e delle spezie, io credo che tutti gli odori semplici si possano ridurre a sette o ad otto ben distinti generi, de' quali non ho determinato in questa Memoria che soli due, la soavità, e la fragranza, per modo di esempio, non volendo in adesso che piantar le basi della classificazione, e non già eseguire la classificazione stessa: ognuno di questi si suddividerà in ispezie più o meno numerose, secondo che si troverà esso più o meno capace di sensibili modificazioni: così non contantando che soli sette generi, e non più di quattro spezie, per ciascun genere, il che certo non è troppo, avendosi per esempio il soave antosmico, il soave aromatico, il soave barosmico, il scave profumico, ed il soave nittosmico, si hanno tosto 28 caratteri specifici, co' quali distinguer uno dall' altro odore; oltre di questo havvi in ogni odore certa misura di forza e durabilità di sensazione, per cui riesce delicato ed acuto, grave o leggiero, persistente o fugace: moltiplicando per tanto codeste sei modificazioni per le 28 specie, a cui crediamo che si possano portar gli odori, arrivano a 168 le differenze in essi discernibili: finalmente considerando che tutte codeste modificazioni sono capaci esse stesse di tre gradi di forza, e che un odore può essere, o acuto, come quello della giunchiglia (5), o pur âcuto, come quello del gimè (6), o acutissimo come quello gaggia (7), risulterà che vi saranno 504 note differenziali da sciegliere per determinare un odore. Ora trascurando la nota caratteristica della classe come troppo generale, ed assegnando ad ogni odore quattro caratteri cioè, quello del genere, quello della spezie, quello della varietà, e una modificazione individuale della varietà stessa, risulta dal calcolo che le 504 note che esistono per determinare gli odori, danno 10626, 461504 combinazioni differenti, colle quali si possono determinare e descrivere altrettanti odori diversi tutti differentemente uno dall' altro.

---

(1) Viola martia Linnei.

(2) Convallaria majalis Linnei.

(3) Oliotropium peruvianum Linnei.

(4) Mentha piperita Linnei.

§. XI.

Io non ho finora parlato che dei caratteri fisiologici, ma quantunque conceda ad essi la preferenza non escluderò per questo i caratteri chimici, i quali vedremo anzi in qualche ge-

---

(5) Narcisus Jonquilla Linnei.

(6) Nictanthes Sambac Linnei.

(7) Mimosa Farnesiana Linnei.

genere, come nel fetido, presentar ottime note differenziali più marcate di quelle presentate dai caratteri fisiologici, e giacchè come fin da principio ho detto, gli odori si distinguono per caratteri fisiologici o per caratteri chimici § IV, così crederò bastantemente distinta una spezie, quando lo sia per una di codeste due sorti di caratteri; poichè essendo l' oggetto nostro quello di poter distinguere gli odori, poco importa alla fine che ciò s' ottenga con uno o con più mezzi quando però sieno tutti facili e pronti; e il voler adottare un sol carattere differenziale ad esclusione totale degli altri, sarebbe sagrificare allo spirito di metodo l' essenza e l' utilità della cosa.

§. XII.

Or non mi restano che due cose da farsi, ed è la prima di mostrare in che consista la novità del mio lavoro. Sopra di questo punto dirò che quantunque l' idea di ridurre gli odori in un sistema di classi, generi, e spezie non siasi destata in me dalla lettura di verun Autore, ma sia il frutto della propria meditazione soltanto, debbo confessare nondimeno di non essere stato il primo a mettere la falce in questo campo. Due m' hanno preceduto, il Linneo, di cui si ha una Memoria *de odore medicamentorum* nel terzo volume delle sue *Amoenitates Acad.* ed il Lory, di cui si ha un estratto d' una sua Memoria sopra *les parties volatiles et odorantes des medicaments tirés des substances vegetales et animales* inserito nella raccolta degli atti della Società reale di Medicina di Parigi l'anno 1785. Ma se questi Autori m' hanno tolto il primato nell' aver volto a tal oggetto il pensiero, non credo di arrischiar troppo dicendo, che m' hanno lasciato tutta la novità dell' esecuzione, sì poco è quant' essi ne scrissero, e tanto mi è riuscito di sviluppare quest' argomento. Alcune riflessioni sui loro scritti comproveranno quanto avanzo.

1. Primieramente, sì Linneo che Lory non si propongono che di classificare gli odori delle sostanze medicinali, quindi

il loro piano è limitatissimo e necessariamente imperfetto.

2. Non formano che classi, e Linneo ne fa sette che sono le seguenti, Aromatici, 2 Fragranti, 3 Ambrosiaci, 4 Agliacei, 5 Ircini, 6 Tetri, 7 Nauseosi. Lory poi cinque classi solamente, cioè, Canforici, 2 Narcotici, 3 Eterei, 4 Acido volatili, 5 Alcalini; quindi in codesti due sistemi non si possono avere che cinque o sette divisioni al più, il che certamente non basta a dar idea delle tante modificazioni d' odori che si sentono.

Il nostro sistema in cui ogni genere è suddiviso in molte spezie, è in conseguenza suscettibile di maggior precisione.

3. I caratteri delle classi non sono sempre nè facili a cogliersi, nè bastantemente diversi: p. e. io non capisco che differenza reale passi fra il fragrante che *stimulat nervos flacidos:* e l' aromatico che *intendit per nervos vasa omnia et circulationem reddit promptiorem*: forse che non è egli questo un effetto dello stimolo prodotto dalla fragranza? Ed è egli poi un carattere costante e facile d' afferrarsi quello dell' odore ircino che *eccitat venerem et coincidit fere cum illo qui in genitalibus lascivis reperitur*, o quello dell' ambrosiaco che *vim solummodo cordis intendere videtur?*

4. Le definizioni del Lory sono ancora più imperfette, nè s' intenderebbero senza esempj: alcune delle sue classi si rapportano a quelle del Linneo: di cui però non fa menzione; per esempio, sono la stessa cosa i narcotici del Lory e i tetri del Linneo, ma questi li definisce meglio, dicendo che *odor teter sopit quasi nervos*, che non fa il Lory dicendo che l' odor narcotico *est une odeur vireuse que tous les animaux fuient lorsque elle est developpée:* primieramente bisognerebbe definir l' odor viroso, in secondo luogo gli animali sfuggono non meno l' odor narcotico, che qualunque altra puzza.

5. Nell' applicazione di queste classi agli odori vi sono delle inesattezze, e si vede mal volontieri la rosa collocata fra i narcotici ec.

6. Non vi sono regole stabili per la formazione delle classi, cosicchè non si sa precisamente su qual fondamento sette ne costituisca Linneo, e cinque Lory.

7. In conseguenza nè nell' una, nè nell' altra di queste due Memorie non hassi esaurito il soggetto, nè sono sufficienti allo scopo che ci proponiamo, quello cioè di poter dar idea d' un odore non presente, e di poterlo definire indipendentemente dal corpo da cui emana.

L' altra ed ultima cosa che mi rimane a fare, si è di sciogliere l' obbjezione che al mio sistema può farsi, presa dalla diversità d' impressione che lo stesso odore può destare ne' differenti individui, e perfino talvolta nell' individuo stesso; su di che farò riflettere.

1. Che quando un odor produca una determinata sensazione nella maggior parte delle persone, non si deve far conto se su di alcuno, o per diversa costituzione d' organo, o per contratta abitudine eccita una impressione diversa, il torto è di quel naso che non si conforma agli altri del genere umano.

2. Che simile incertezza non può cadere che su le minime differenze che distinguono un individuo da alcun altro della spezie medesima, non in quelle che distinguono i generi o le spezie, e che per conseguenza non vi può essere pericolo che di piccolissimo errore.

3. Che questa incertezza è il più delle volte piuttosto apparente che reale, prodotta, o dalla poca riflessione fatta sulla sensazione, o dall' aver presente un odore di più generi composto, nel qual caso analizzandolo, e riportando ogni odore al rispettivo genere, l' incertezza svanisce.

4. Che la varietà di sensazione che un odore produce talvolta nella stessa persona dipende per lo più dalla continuazione troppo prolungata della sensazione per cui si stanca la fibra, e si rende incapace di ben giudicare: come accade pur nei colori, qualora, per esempio, troppo si fissa l' occhio in un panno tinto in iscarlatto, che tanto più sembra prende-

dere il color aranciato, o il giallo quanto più fisso si rimira, il che prova soltanto che non si deve giudicare degli oggetti cogli organi stanchi.

5. Che può accadere, anzi accade talvolta, che l'odore medesimo per certe intestine mutazioni che in esso si fanno, cangia, cosicchè sembra, anzi diventa di natura diversa da quel che era pria, di modo che, se il naso lo trova differente, non è ch' egli porti un falso giudizio, ma sano, siccome leggesi che accadde al C. Lorenzo Magalotti, al quale comecchè intendentissimo di profumi, fonderia, e di odori, essendo successo di sentir la ginestra dove non entrava che l' arancio, ed essendosi per questo caso menato gran rumore, e lui burlato come và: dopo aver egli con ingegnosissima Lettera mostrato donde possa avvenire che nel giudicare gli odori così sovente si prenda sbaglio; trovò in fine che quell' acqua era divenuta ginestra, nè altro che la ginestra vi potea riconoscere chiunque giudicar volesse non colla fantasia, ma col senso, come si deve in tal natura di cose (1).

6. Che questa obbjezione finalmente non attaccando il sistema che in casi particolari, non può perfettamente venire risolta che con altrettante particolari soluzioni, le quali avranno luogo in quella parte del mio lavoro, in cui adattando alla pratica i principj in questa fissati, stabilirò i generi, e le specie, difendendoli, dirò così, dagli attacchi che potessero contro d' essi venir mossi.

§. XIII.

L' oggetto di questa Memoria, per quanto le mie forze il comportano, è esaurito: altro non era che di cercare, se sia possibile di ridurre in sistema gli odori, e provata la possibilità della cosa, mostrare il cammino che si deve tenere, e la sicurezza di quello; la classificazione poi degli odori sarà soggetto d'altro lavoro.

---

(1) Magalotti lett. scientif.

La novità dell' argomento, se non del tutto nella scelta, poichè, che v' ha di affatto intentato al mondo? almeno nel punto di vista sotto di cui fu da me preso e nella estensione a cui l' ho portato, e nelle basi su cui l' ho piantato, fa che io osi di sottoporre al pubblico giudicio questa Memoria: troppo contento se giungo a meritare, non l'approvazione ma l'attenzione dei dotti, io saprò loro grado sinceramente se mettendomi a parte delle riflessioni che potessero fare su questo argomento, mi porranno anche nel caso di sapere se i fondamenti della mia classificazione sieno solidi o mal piantati, e se il mio lavoro meriti il perfezionamento, o l' abbandono. Non è già l' amor proprio quello che fa tale domanda, che troppo arrischia nel sottoporre un lavoro al pubblico esame, ma bensì l' amor del vero.

DUBBJ PROPOSTI

Al Socio Paolo Ruffini

SULLA SUA DIMOSTRAZIONE DELLA IMPOSSIBILITA' DI RISOLVERE LE EQUAZIONI SUPERIORI AL QUARTO GRADO

Da Gianfrancesco Malfatti

Ricevuti il dì 26 Aprile 1804.

L' egregio Socio Paolo Ruffini, il quale essendo di professione un valoroso seguace della Scienza del celebre Vecchio di Coo, rinnovando la memoria dei Cardani, e dei Commandini, merita di essere annoverato tra i Geometri di primo grido, nel suo bel libro sulla Teoria delle equazioni, stampato in Bologna l' anno 1799, e appresso in una Memoria inserita nel Tomo IX della Società nostra, ha inteso di dimostrare impossibile la risoluzione, in termini finiti, delle equazioni superiori al quarto grado. Siccome quella delle inferiori spetta interamente al valore degli Ingegni Italiani, dai quali i primi metodi di tali risoluzioni sono felicemente scaturiti, così io, che m' interesso moltissimo per la gloria della mia nazione, desidero ardentemente, che si possa asserire, averla su tale indagine portata il Collega Ruffini al suo colmo, collo stabilimento solido di un Teorema, che tolga l' adito ai Geometri di nuovi ed inutili tentativi per giungere a questa meta. Pertanto insortomi qualche dubbio contro tal sua dimostrazione ho creduto ben fatto di esporlo nel presente mio scritto, assoggettando tutto quello che sarò per dire alla sua rispettabile decisione. Con tale occasione ne prendendo la cosa da più alto, premetto un' idea della genesi delle equazioni, la quale per l' uso che ne ho sempre fatto, mi riesce più familiare, e sostanzialmente non differisce da quella che mette in pratica il Consocio Ruffini.

Per procedere con qualche chiarezza in una materia per se scabrosa e difficile, avanti ogni cosa premetto.

1.° Io considero le equazioni mancanti del secondo termine, di qualunque grado esse siano, ed assegno alla radice tante parti, quanti sono i coefficienti indipendenti l' uno dall' altro dei termini dell' equazione; per esempio per l' equazione cubica $x^3 + ax + b = 0$, stabilisco la radice $x = m + n$, cioè spezzo la radice in due parti, perchè due sono i coefficienti indipendenti nell' equazione, a e b; e in generale per l' equazione $x^r + ax^{r-2} + bx^{r-3} + cx^{r-4} + \ldots\ldots + u = 0$ stabilisco la radice $x = m + n + p + q + \ldots\ldots + \text{ec.}$, essendo $r-1$ il numero di queste parti della radice. Non credo che al dotto Ruffini possa dispiacere che io consideri le radici divise nelle suddette parti, laddove egli ne esprime ciascuna con un sol simbolo, perchè in sostanza qualunque delle due espressioni è sempre convertibile nell' altra qualor si voglia.

2.° Inoltre per la formazione delle mie equazioni canoniche, che si confrontano colle proposte, io mi servo delle radici dell' unità elevata al grado dell' equazione, il qual grado, supposto r, potrà essere espresso così $f^r - 1 = 0$. Sia per esempio l' equazione di terzo grado $x^3 + ax + b = 0$, di cui suppongo una radice $x = m + n$; a questa corrisponde l' equazione cubica dell' unità $f^3 - 1 = 0$, le cui radici sono, $f = 1$; $f = \dfrac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$; $f = \dfrac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$, valendomi di queste due ultime radici immaginarie, postochè mi sono servito della reale 1 nella ipotesi di $x = m + n$; le altre due radici della cubica esprimo nella maniera che siegue $x = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)m + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)n$; $x = \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)m + \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)n$; dalle radici, colla trasposizione dei termini del secondo membro di ciascuna di queste tre equazioni, passo ai fattori, e di questi il prodotto mi fa risultare la mia canonica di terzo grado, che debbo colla cubica proposta confrontare, onde trarre i valori di m, n, e rendermi con ciò nota la radice della generale equazione cubica $x^3 + ax + b = 0$. Ritornando all' equazione generale, che in se racchiude tutti i gradi, ed espressa col massimo esponente r, dico; o r è pari, o dispari. Se r è pari l' equazione $f^r - 1 = 0$ si potrà sempre spezzare in due fattori $f^{\frac{r}{2}} + 1$; $f^{\frac{r}{2}} - 1$; riuscendo in tal caso $\frac{r}{2}$ numero intiero. Ora contenendo l' uno e l' altro fattore delle radici immaginarie, la nostra f dev' essere presa non nel fattore $f^{\frac{r}{2}} - 1 = 0$ ma nell' altro $f^{\frac{r}{2}} + 1 = 0$, e direm poi la ragione in progresso. Nel caso di r dispari, divisa l' equazione $f^r - 1 = 0$ per $f - 1$, abbiamo il quoziente $f^{r-1} + f^{r-2} + f^{r-3} + \ldots + 1 = 0$; ossia invece dell' ultimo termine 1 sostuito f^r, e preso il quoziente inversamente; $f + f^2 + f^3 + f^4 + \ldots\ldots + f^r = 0$. O questo quoziente è di sua natura indeprimibile, od è composto di più fattori razionali. Nel fattore di grado più elevato degli altri, che nel primo caso è l' istesso quoziente indeprimibile, va presa la radice f, per mezzo della quale otterremo tutte le altre immaginarie che si comprendono nella equazione $f^r - 1 = 0$, e di esse ci serviremo per esprimere i fattori della canonica corrispondente al grado r della proposta equazione, onde paragonati i risultati che nascono dalla moltiplicazione dei fattori suddetti coi termini analoghi della proposta, si deducano da ultimo i valori di m, n, ed in conseguenza riescano note tutte le radici dell' equazione.

3.° Sarebbe di molta briga l' esprimere le radici immaginarie dell' unità elevata ad alti gradi; ma dopo aver dimostrato alla mia maniera una proprietà generale di tali radici dell' unità, sarà agevole ancorchè non se ne presenti il valore di ciascuna, formare le nostre canoniche, qualunque sia il grado dell' equazione.

Il Teorema è questo. Supposta in generale l' equazione $1 - f^r = 0$, siccome questa sarà sempre divisibile per $1 - f$, ed avremo il suddetto quoziente $1 + f + f^2 + f^3 + f^4 + \text{ec.} \ldots + f^{r-1}$; ossia $f + f^2 + f^3 + f^4 + \text{ec.} \ldots\ldots + f^r$. Se supporremo che f sia una di quelle radici prese nel massimo fattore dell' accennato quoziente, o nel caso di r pari, chè può dar la formola composta di due fattori dello stesso grado, se prenderem la radice immaginaria non nel fattore $f^{\frac{r}{2}} - 1$, che ammette la radice $f = 1$, ma nell'altro $f^{\frac{r}{2}} + 1$, sarà f^2 un' altra radice, f^3 una terza, f^4 una quarta ec. fino all' ultima $f^r = 1$, onde il quoziente suddetto sarà la somma totale di tutte le diverse radici dell' equazione $f^r - 1 = 0$.

Per dimostrare questo Teorema mi servo d' un altro già noto agli Analisti, che si trova espresso in quasi tutti i libri elementari di Istituzioni analitiche, ed è il seguente. Supposta in generale l' equazione $x^r - Ax^{r-1} + Bx^{r-2} - Cx^{r-3} + \text{ec.} \ldots\ldots + P = 0$, le cui radici siano a, b, c, ec., la somma delle quali si esprimerà con questo simbolo M^1; la somma dei quadrati di queste radici si esprima con M^2, quella dei cubi con M^3, e così proseguendo fino alla somma delle podestà r delle radici che si esprime con M^r: intendo che i numeri 1, 2. 3. ec. ... fino ad r, siano apici, e non podestà. Viene in tai libri dimostrato valer le seguenti equazioni,

$M^1 - A = 0$
$M^2 - AM^1 + 2B = 0$
$M^3 - AM^2 + BM^1 - 3C = 0$ e in generale . . . .

. . . . .
. . . . .
. . . . .

$M^r - AM^{r-1} + BM^{r-2} - CM^{r-3}$ fino a . . . . $\pm rM = 0$ dove l' ultimo M senza apice rappresenta il prodotto di tutte le radici. Quì si vede che per ragione dell' alternativa dei segni, l' ultimo termine rM ha il segno positivo se l' r^{esimo} è il prodotto di numero pari di radici, ed ha il segno negativo se l' r^{esimo} è il prodotto di radici di numero dispari.

Mi resta pertanto a dimostrare che per la nostra equazione $f^r - 1 = 0$ sarà sempre M^1, M^2, M^3 ec. . . . . fino ad M^{r-1} eguale a zero. Per provare quindi che la formola $f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . $+ f^r$ è l' aggregato di tutte le radici dell' equazione $f^r - 1 = 0$, basterà che io dimostri essere realmente $f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . $+ f^r = M^1 = 0$, e così i quadrati de' suddetti termini $f^2 + f^4 + f^6 + f^8 +$ ec. . . . $+ f^{2r} = M^2 = 0$, i cubi $f^3 + f^6 + f^9 + f^{12} +$ ec. . . . . $+ f^{3r} = M^3 = 0$, e generalmente $f^{1(r-1)} + f^{2(r-1)} + f^{3(r-1)} + f^{4(r-1)} +$ ec. . . . $+ f^{r(r-1)} = M^{r-1} = 0$. Provato pertanto ch' io abbia esser $M^{r-1} = 0$, sarà parimenti dimostrato che essendo $f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . $+ f^r = 0$, sarà la somma degli ambi, dei terni, delle quaderne ec. di queste radici, eguale a zero, sino alla denominazione degli $r - 1^{esimi}$, che cala d'un' unità dal grado dell'equazione proposta $f^r - 1 = 0$.

Ora poichè $1 - f^r = (1 - f)(f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . $+ f^r)$, sarà anche $(1 - f)(f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . . $+ f^r) = 0$, esclusa pertanto la radice $f = 1$, perchè f non deve essere presa che tra le radici immaginarie, ne viene per conseguenza che sarà $f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . . $+ f^r = 0$, ed ecco che il secondo termine dell'equazione generale $f^{r} - Af^{r-1} + Bf^{r-2} - \text{ec.} \ldots + P = 0$ è nullo, e tale appunto nella nostra equazione $f^{r} - 1 = 0$. Potrà quindi quest' aggregato $f + f^{2} + f^{3} + f^{4} + \text{ec.} \ldots\ldots + f^{r}$ rappresentare la somma delle radici della equazione $f^{r} - 1 = 0$, se la somma degli ambi di queste radici, dei terni, delle quaderne ec. fino agli $r - 1$.^{esima} cioè B, C, ec. fino al coefficiente del termine precedente P, sia zero, e se l' unità r^{esima} sia -1, così esigendo l' indole della nostra equazione $f^{r} - 1 = 0$.

Ma questo si dimostra così. La Teoria della sommazione delle serie geometriche, ci fa conoscere essere $f^{m} + f^{2m} + f^{3m} + f^{4m} + \text{ec.} \ldots + f^{mr} = \frac{f^{m}(1 - f^{rm})}{1 - f^{m}}$, ed essendo sì il numeratore che il denominatore di questa formola divisibile per $1 - f$, sarà la suddetta serie $f^{m} + f^{2m} + f^{3m} + \text{ec} \ldots + f^{mr} = f^{m}(1 + f + f^{2} + f^{3} + \text{ec.} \ldots\ldots + f^{r-1} + f^{r} + f^{r+1} + f^{r+2} + \text{ec.} \ldots + f^{2r-1} + f^{2r} + f^{2r+1} + f^{2r+2} + \text{ec.} \ldots + f^{3r-1} + f^{3r} + f^{3r+1} + f^{3r-2} + \text{ec.} \ldots + f^{4r+2} + \ldots \text{ec.} \ldots\ldots + f^{r(m-1)}$, ossia eguale $f^{m}(1 + f^{r} + f^{2r} + \text{ec.} \ldots + f^{r(m-1)})(1 + f + f^{2} + \text{ec.} \ldots\ldots + f^{r-1})$, e perchè f^{r}, f^{2r}, f^{3r} ec. …… $f^{r(m-1)}$ sono ciascuna eguale all' unità, e diventano di numero m, la suddetta espressione si cangia in quest' altra $f^{m}.m(1 + f + f^{2} + \text{ec.} \ldots f^{r-1})$. Così il quoziente del denominatore dopo la divisione per $1 - f$ diventa $1 + f + f^{2} + f^{3} + \text{ec.} \ldots + f^{m-1}$. Laonde si fa l' anzidetta serie $f^{n} + f^{2m} + f^{3m} + \text{ec.} \ldots + f^{rm} = \frac{fm.m(1 + f + f^{2} + \text{ec.} \ldots + f^{r-1})}{1 + f + f^{2} + \text{ec.} \ldots f^{r-1}}$. Ora o r è un multiplo di m, o no; nel caso di r multiplo di m, succede un quoziente esatto, se si divide il numeratore per il denominatore, e in esso troverassi sempre il fattore $1 + f + f^{2} + f^{3} + \text{ec.} \ldots + f^{r-1}$. Se poi r non è un multiplo di m, non potendosi fare esattamente cotal divisione resterà la formola come l' abbiamo sopra espressa, e poichè supponiamo r maggiore di m, e la prima radice f immaginaria va presa nel maggior fattore della serie $1+f+f^2+$ ec. . . . . f^{r-1}, cotal valore di radici introdotto nella medesima serie renderà nullo il numeratore, nè potrà esser tale il denominatore; dunque, supposto $1+f+f^2+$ ec. . . . . $+f^{r-1}$ ovvero $f+f^2+f^3+$ ec. . . . . $+f^r$ eguale a zèro, diventerà pùr zero la serie $f^m+f^{2m}+f^{3m}+$ ec. . . . $+f^{rm}$. Ora siccome il valore degli ambi delle radici di qualunque equazione dipende da un termine che rappresenta la somma dei quadrati delle medesime radici, e da un altro che è il quadrato della somma delle stesse radici, posta questa somma eguale a zero, ed avendo dimostrato che in generale $f^m+f^{2m}+f^{3m}+$ ec. . . . $+f^{rm}=0$, fatto $m=2$ rappresenterà quella formola la somma dei quadrati di tutte le radici, che annullandosi rende nulla eziandio la somma degli ambi delle stesse radici. Fatto $m=3$ avremo in essa la somma dei cubi delle medesime radici, e siccome la somma dei terni ha nel suo valore cotal somma unita agli ambi e somma di radici, resta chiaro annullarsi ancora la somma dei terni; e con simil discorso si dirà pure lo stesso per la somma delle quaderne ec., sino all' ultimo termine esclusivamente, il quale non essendo altro che il prodotto di tutte le radici, quando avremo dimostrato essere il prodotto di tali radici = all' unità negativa, quando r è pari, e si prenda ciascuna radice positivamente, o negativamente, ed eguale all' unità positiva quando r è dispari, e si prendano le radici positive, resterà anche dimostrato restituirsi l' equazione $f^r-1=0$.

Per far ciò rifletteremo essere il prodotto delle radici

$$f.f^2.f^3.f^4.\text{ ec.}\ldots f^r=f^{1+2+3+4\text{ ec.}\ldots+r}\text{ cioè }=f^{r\frac{r(r+1)}{2}}=\text{M}$$

della Tabella. Così equivalerà l' espressione $f^r+f^{2r}+f^{3r}+f^{4r}+$ ec. . . . $+f^{rr}$ ad M^r cioè ad M coll' apice r, ossia alla somma delle podestà r di ciascuna radice. Quando pertanto si considera nella nostra equazione $f^r-1=0$ l' unico r^{esimo}, nella formola generale della Tabella, annullandosi pel caso nostro tutti i termini intermedj tra il primo e l' ultimo, sarà $M^r \pm rM = 0$. Ora o il numero r è pari, o dispari; supposto r pari, avendo luogo il primo segno $+$ nell' ultimo termine, sarà $M^r + rM = 0$; nel caso di r dispari, avrà luogo il secondo segno e sarà $M^r - rM = 0$; cioè nel caso di r, pari adoperando i nostri simboli espressi colle podestà di f, $f^r + f^{2r} + f^{3r} +$ ec. . . . $+ f^{r.r} + f^{\frac{r(r+1)}{2}} = 0$. Ma supposto r pari, la nostra equazione $f^r - 1 = 0$ è sempre il prodotto dei due fattori $f^{\frac{r}{2}} + 1$; $f^{\frac{r}{2}} - 1$; e noi non prendiamo la prima radice f nel fattore $f^{\frac{r}{2}} - 1$, ma bensì nell' altro fattore $f^{\frac{r}{2}} + 1$; dunque valendoci della equazione $f^{\frac{r}{2}} + 1 = 0$ sarà $f^{\frac{r}{2}} = -1$. La superiore espressione $f^{r\frac{r(r+1)}{2}}$ equivale quest' altra $f^{\frac{r.r}{2}} \cdot f^{\frac{r}{2}}$, ma perchè r è pari, sarà sempre $f^{\frac{r.r}{2}} = 1$, e l'altro fattore $f^{\frac{r}{2}} = -1$, dunque sostituendo questo valore, sarà nel caso di r pari $f^r + f^{2r} + f^{3r} + f^{4r} +$ec. ... $+ f^{rr} - rM = 0$, e poichè ciascun termine, f^r, f^{2r}, f^{3r}, f^{4r} ec. . . . f^{rr}, è eguale all' unità, la prima formola esprimerà r numero di unità, e quindi valerà l'equazione $r + rM = 0$, $M = -1$, ovvero il prodotto di tutte le radici f, f^2, f^3, f^4 ec. . . $f^r = -1$. Ma essendo pari il numero delle radici, o si considerino esse col segno positivo, o portando ciascuna dall' altra parte dell' equazione, onde facciano il secondo termine di ciascun fattore cangiando ognuna il proprio segno, non resterà mutato il segno del prodotto, dunque anche nell'equazione ridotta a zero l' ultimo termine sarà eguale a -1. Nel caso poi di r dispari, abbiamo parimenti $M^r - rM = 0$, ossia cogli equivalenti simboli, $f^r + f^{2r} + f^{3r} +$ ec. . . . $+ f^{rr} - rf^{\frac{r(r+1)}{2}} = 0$. Ma se r è dispari, necessariamente $r + 1$ è pari, onde

$\frac{r+1}{2}$ diventa numero intiero che chiamo m, e sarà lo stesso che dire f^{rm}, e siccome l'equazione $f^r - 1 = 0$ dà $f^r = 1$ sarà pure $f^{rm} = 1$. Dunque sarà lo stesso che dire r numero di unità che indica il primo termine $-rM = 0$ cioè $M = 1$; ma perchè il numero delle radici è dispari, ciascuna d'esse cangia il segno trasportandola dall'altra parte dell'equazione, e resta pure cangiato il segno del loro predotto; dunque anche in questo caso avremo nell'equazione ridotta a zero l'ultimo termine eguale a -1; con che sarà restituita la primitiva formola $f^r - 1 = 0$, e si verifica evidentemente essere $f + f^2 + f^3 + f^4 +$ ec. . . . $+ f^r$ la somma di tutte le radici della suddetta equazione, cosicchè considerata f come la prima un'altra sarà f^2, una terza f^3 ec. fino all'ultima f^r.

Darò per maggior chiarezza uno o due esempj di tali fattori nelle formole del grado più elevato, da cui si deve prendere la prima delle radici immaginarie, le cui podestà danno tutte le altre. Supponiamo l'equazione $f^{27} - 1 = 0$. Questa formola equivale a quest' altra $(f^3 - 1)(f^6 + f^3 + 1)(f^{18} + f^9 + 1) = 0$, ove si vede che il più alto fattore contenente le radici immaginarie è l'ultimo $(f^{18} + f^9 + 1)$ che supposto eguale a zero, e risoluta l'equazione dà $f^9 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, e in conseguenza $f = \sqrt[9]{\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}}$. Se la formola fosse $f^9 - 1 = 0$, poichè è lo stesso che dire $(f^3-1)(f^6+f^3+1)=0$, essendo il fattore più alto $(f^6 + f^3 + 1)$, eguagliato questo a zero ed estratta la radice, si ha $f^3 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ onde $f = \sqrt[3]{\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}}$; dal che si deducono tutte le 9 radici dell'equazione $f^9 - 1 = 0$ in questa maniera. Fatto per co-

mo-

modo di calcolo $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = a$ abbiamo

$$1.^\circ\ f=\sqrt[3]{a}\,,\ 2.^\circ\ f^2=\sqrt[3]{a^2}\,,\ 3.^\circ\ f^3=\sqrt[3]{a^3}=a$$

$$4.^\circ\ f^4=a\sqrt[3]{a}\,,\ 5.^\circ\ f^5=a\sqrt[3]{a^2}\,,\ 6.^\circ\ f^6=a\sqrt[3]{a^3}=a^2$$

$$7.^\circ\ f^7=a^2\sqrt[3]{a}\,,\ 8.^\circ\ f^8=a^2\sqrt[3]{a^2}\,,\ 9.^\circ\ f^9=a^2\sqrt[3]{a^3}=a^3=1.$$

In questa serie di radici una è sempre diversa dall' altra, e solo l' ultima è eguale all' unità positiva. Se invece di prendere la prima radice f immaginaria nel maggior fattore $(f^6+f^3+1)=0$, la prendessimo nell' altro di grado meno elevato $(f^3-1)=0$, cioè nel quoziente $f^2+f+1=0$, dopo la divisione di f^3-1 per il fattor reale $f-1$, avrebbesi per prima radice $f=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ che darebbe $f^2=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, $f^3=1$, $f^4=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $f^5=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, $f^6=1$, $f^7=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $f^8=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, $f^9=1$; e con ciò verrebbe triplicata ciascuna delle prime tre radici, ma non mai espresse tutte le 9 diverse che abbraccia l' equazione $f^9-1=0$. Di quì apparisce, la necessità di prendere la prima radice immaginaria non in questo fattore ma nell' altro innalzato a maggior grado, il che si vede dover essere in tutti gli altri esempj che alcun si volesse proporre.

Considerando io le equazioni di qualunque grado mancanti del secondo termine, se queste avranno tanti coefficienti indipendenti tra loro quanto è il numero del grado dell' equazione meno uno, chiamo questa equazione generica rispetto a quel grado. Per esempio $x^3+ax+b=0$ è un' equazione generica di terzo grado ove siano tra loro indipendenti a, b; ma se b è una qualche funzione del coefficienciente a onde da questo dipenda, chiamo tale equazione come particolare di terzo grado. Da ciò nasce che le equazioni particolari di qualunque grado possono avere delle proprietà non comuni alle equazioni generiche del medesimo grado, come quella di avere un divisore razionale di grado inferiore, che le generiche non potranno mai avere, e così dicasi di altre proprietà. E se tal divisore di grado inferiore non viene accettato nemmen dall' equazione particolare, non vedo ragione di negare che si possa trovare nella risolvente di quest' equazione particolare, o se nè anche in questa, nella risolvente della risolvente, o nella terza, o nella quarta ec., riuscendo tutte queste risolventi successive, sempre con maggior ragione, equazioni particolari, perchè coll' accrescimento del numero de' termini, non si hanno per loro coefficienti che funzioni dei primi pochi simboli indipendenti prefissi ai termini della prima proposta equazione.

Premesse tutte queste cose che abbiamo fin quì esposte, io vengo a formare certe equazioni che chiamo canoniche, le quali confrontate colle proposte mi conducono ad un' altra equazione, che chiamo risolvente, col mezzo della quale cerco di determinare le radici della medesima equazione. Per la formazione di tali canoniche stabilisco la radice della proposta eguale a tanti simboli diversi meno uno, quanto è il grado dell' equazione, e moltiplico per le radici dell' unità del medesimo grado questi stessi simboli, onde formarne tante quante sono nell' equazione contenute e nella maniera che qui sotto esporremo, affinchè dalla loro moltiplicazione risulti la canonica che dee servire di confronto.

Comincio dalla equazione di secondo grado $x^2 - a = 0$. Assumo pertanto l' equazione dell' unità quadrata $f^2 - 1 = 0$, nella quale le radici sono tutte due reali, $f = -1$, $f = 1$, esclusa pertanto la radice $f = 1$ mi servo dell' altra $f = -1$ che darà $f^2 = 1$. Suppongo che la radice dell' equazione chiamata $-m$, dia il fattore $x + m = 0$, ovvero $x + f^2 m = 0$, onde l' altro fattore sia $x + fm = 0$. Il prodotto di questi due fattorj somministra l'equazione $x^2+(fm+f^2m)x+f^3m^2=0$. Ma $f+f^2$, cioè $-1+1=0$; $f^3=f^2.f=-1$, onde sarà essa $x^2-m^2=0$, e il confronto colla proposta dà $m^2=a$, cioè $m=\sqrt{a}$, $m=-\sqrt{a}$. Tale equazione $m^2=a$ sarebbe secondo il mio metodo la risolvente della proposta $x^2-a=0$, anzi la proposta in tal caso diventa di se stessa la risolvente.

Per le equazioni di terzo grado faccio nascere la canonica in questa maniera. Competendo a questa l' equazione $f^3-1=0$ cioè $(f-1)(f+f^2+1)=0$, e presa una delle radici immaginarie, che si trovano nella formola f^2+f+1 per prima delle nostre radici, i tre fattori della canonica cubica devon essere secondo il mio metodo.

$x+fm+f^2n=0$
$x+f^2m+f^4n=0$
$x+f^3m+f^6n=0$

ovvero esprimendoli più comodamente per il calcolo

$x+fm+f^2n=0$
$x+f^2m+fn=0$
$x+m+n=0$

perchè a motivo dell' equazione $f^3-1=0$, ossia $f^3=1$ diventa $f^4=f$, $f^3=f^6=1$. Moltiplicati tra loro i due primi di questi ultimi fattori, risulta $x^2+(fm+f^2m+fn+f^2n)x$ $+f^3m^2+f^3mn+f^4mn+f^3n^2$, cioè $x^2-(m+n)x+m^2-mn+n^2=0$, perchè $f^2+f=-1=f^2+f^4$; $f^3=1$; finalmente moltiplicato questo trinomio razionale per l' ultimo fattore $x+m$ $+n=0$ abbiamo la canonica di terzo grado $x^3-3mnx+$ $m^3+n^3=0$. Ora essendo la cubica generica $x^3-3ax+b=0$, i confronti de' termini ci somministrano prima di tutto l'equazione $mn=a$ che diventa per me la risolvente della proposta. In fatti essendo $m^3+n^3=b$, $m^6+2m^3n^3+n^6=b^2$, poichè dalla risolvente $mn=a$ nasce $4m^3n^3=4a^3$, colla sottrazione di questa dalla precedente risulta $m^6-2m^3n^3+n^6=b^2-4a^3$ cioè $m^3-n^3=\sqrt{b^2-4a^3}$, che combinata coll' altra $m^3+n^3=b$ dà in ultimo $m=\sqrt[3]{\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^3}}$, $n=\sqrt[3]{\frac{b}{2}-\sqrt{\frac{b^2}{4}-a^3}}$.

Per formare la canonica delle equazioni biquadratiche, avrà luogo quella della podéstà quarta dell' unità cioè $f^4 - 1 = 0$ ovvero $(f^2 - 1)(f^2 + 1) = 0$. e la prima radice f immaginaria andrà presa nella equazione $f^2 + 1 = 0$, ossia $f^2 = -1$. Ecco pertanto i nostri quattro fattori componenti l' equazion canonica di quarto grado . .

1.ª $x + fm + f^2r + fn = 0$, 3.ª $x + f^3m + f^6r + f^9n = 0$
2.ª $x + f^2m + f^4r + f^6n = 0$, 4.ª $x + f^4m + f^8r + f^{12}n = 0$

ossia posti in essi i valori risultanti dalla equazione $f^2 = -1$.

1.ª $x + fm - r - fn = 0$
2.ª $x - m + r - n = 0$
3.ª $x - fm - r + fn = 0$
4.ª $x + m + r + n = 0$.

Formeremo poi i due trinomj razionali col moltiplicare il primo fattore col terzo, indi il secondo col quarto. Colla prima moltiplicazione si ha il trinomio $x^2 - 2rx + (m-n)^2 + r^2 = 0$, e colla moltiplicazione del secondo e del quarto fattore si ha l' altro trinomio $x^2 + 2rx - (m+n)^2 + r^2 = 0$. Resta ora da moltiplicare tra loro questi due trinomj razionali dal che risulta l' equazione canonica . . . .

$$x^4 + (-4m \cdot n - 2r^2)x^2 + 4r(m^2 + n^2)x - (m^2 - n^2)^2 - 4mnr^2 + r^4 = 0$$

o anche $x^4 + (-4mn - 4r^2)x^2 + 4r(m^2 + n^2)x - (m^2 - n^2)^2 + (2mn - r^2)^2 = 0$. Sia ora l' equazione generica di quarto grado, $x^4 - 2ax^2 + 4bx + c = 0$. Per avere di questa la risolvente confrontandola colla canonica, ho $2mn + r^2 = a$, e $2mn - r^2 = a - 2r^2$. Indi col confronto degli ultimi termini risulta $(m^2 + n^2)^2 = a^2 - 4ar^2 + 4r^4 - c$, e perciò $(m^2 + n^2)^2 = a^2r^2 - 4ar^4 + 4r^6 - cr^2 = b^2$, e disponendo i termini opportunamente, nasce la risolvente $4r^6 - 4ar^4 + (a^2 - c^2)r^2 - b^2 = 0$. Si rifletta che questa risolvente è effettivamente di sesto grado e noi possiamo trattarla come le equazioni di terzo, perchè mancano i termini delle podestà dispari di r, il cui valore sarà espresso da una radice seconda che comprende sotto di se una radice terza, e ne rende infatti il valore rappresentato da una radice di sesto indice. Poichè questa 1.ª risolvente non è divisibile per alcun divisor razionale, riuscendo essa di natura generica, perchè tanti sono i simboli indipendenti tra loro, m, n, r, quanti sono i termini dell' equazione meno uno, è necessario trasformar questa in un' altra, che presenti a un tratto la sua risolvente che sarà la risolvente della risolvente. Per ottenere ciò trasformeremo la formola in un' altra cui manchi il 2.° termine, ed avrà essa l'aspetto $z^3 - 3MN + M^3 N^3 = 0$, mentre la trasformata potrà essere espressa così $z^3 - 3Az + B = 0$, riuscendo cogniti A, e B, che sono funzioni dei noti coefficienti a, b. La seconda trasformata per tanto dà col confronto $MN = A$, che diventa quella che chiamo la 2.ª risolvente, perchè nel modo medesimo da noi adoperato per le equazioni cubiche, si trovano i valori di M ed N dati per A, e B, ed in conseguenza anche il valore di z, e quindi ritornando ai primi, i valori di m, n, r, e perciò anche il valore di x. Siccome poi abbiamo formato la nostra canonica di quarto grado coi quattro suddetti fattori, rendendocisi noti i simboli m, n, r, ed essendo altresì cogniti i valori di f, f^2, f^3, f^4 ec., ci restan note eziandio tutte le quattro radici componenti la nostra generale di quarto grado.

Vengo ora alle equazioni generali di quinto grado, che hanno sino ad ora deluse le speranze degli Analisti per la loro generale risoluzione, la quale, e a più forte ragione dicendo lo stesso per le equazioni di grado superiori al quinto, vien giudicata impossibile dall' egregio nostro Socio Ruffini. Quì pure, inerendo sempre al nostro metodo, formeremo la canonica di quinto grado coll' ajuto dell' equazione $f^5 - 1 = 0$ ossia $(f - 1)(f^4 + f^3 + f^2 + f + 1) = 0$. La prima radice immaginaria f di cui ci serviamo per la formazione de' binomj componenti la canonica di quinto grado, secondo la teoria più sopra esposta va presa nell' equazione $f^4 + f^3 + f^2 + f + 1 = 0$, che contiene le quattro radici immaginarie dell' unità elevata al quinto grado. Siano pertanto le seguenti serie dei cinque fattori componenti la nostra canonica di quinto grado.

1.°

$$\begin{array}{ll}
1.^{\circ} & x+fm+f^2p+f^3q+f^4n=0 \\
2.^{\circ} & x+f^2m+f^4p+f^6q+f^8n=0 \\
3.^{\circ} & x+f^3m+f^6p+f^9q+f^{12}n=0 \\
4.^{\circ} & x+f^4m+f^8p+f^{12}q+f^{16}n=0 \\
5.^{\circ} & x+f^5m+f^{10}p+f^{15}q+f^{20}n=0
\end{array}$$

ossia in maniera più semplice sul riflesso che dall' equazione $f^5-1=0$ risulta $f^5=1$,

$$\begin{array}{ll}
1.^{\circ} & x+fm+f^2p+f^3q+f^4n=0 \\
2.^{\circ} & x+f^2m+f^4p+f^2q+f^3n=0 \\
3.^{\circ} & x+f^3m+fp+f^4q+f^2n=0 \\
4.^{\circ} & x+f^4m+f^3p+f^2q+fn=0 \\
5.^{\circ} & x+m+p+q+n=0.
\end{array}$$

Dalla moltiplicazione dei quattro primi fattori tra di loro avuto riflesso all' equazione, $f^4+f^3+f^2+f+1=0$, ovvero $f+f^2+f^3+f^4+f^5=0$ che contiene la somma di tutte cinque le radici della formola $f^5-1=0$, verrà prodotto un risultato razionale dal quale spariranno tutte le radici immaginarie suddette; e tal prodotto moltiplicato per l' ultimo binomio $x+m+p+q+n=0$ farà riuscire la canonica di quinto grado che sarà la seguente

$$\begin{array}{llll}
x^5-5mnx^3 & +5m^2qx^2 & -5m^3px & +m^5+(5mn-5pq)(mp^2+nq^2-mq^2-np^2q)=0 \\
\quad -5pq & +5n^2p & -5n^3q & +n^5 \\
 & +5mp^2 & -5mq^3 & +p^5 \\
 & +5nq^2 & -5np^3 & +q^5 \\
 & & +5m^2n^2 & \\
 & & -5mnpq & \\
 & & +5p^2q^2. &
\end{array}$$

Stabiliseo ora l'equazione generale di quinto grado $x^5-5ax^3+5bx^2+5cx+d=0$ colla quale la canonica va confrontata.

Per facilitare tal confronto mi servo delle seguenti sostituzioni; $mn=g$, $pq=u$; $m^2q+n^2p=r$, $mp^2+nq^2=t$. Dal paragone dei secondi termini nasce $g+u=a$; e da quello dei terzi $r + t = b$ ossia $t = b - r$. Moltiplico l' equazione $m^2 q + n^2 p = r$ per $n^2 p$; e si ha $m^2 n^2 pq + n^4 p^2 = n^2 pr$, cioè $g^2 u + n^4 p^2 = n^2 pr$ e risoluta questa equazione troviamo

1.° $n^2 p = \frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}$, e quindi 2.° $m^2 q = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}$.

Moltiplico la seconda equazione per nq^2 e mi nasce $mnp^2 q^2 + n^2 q^4 = (b - r)\, nq^2$, o anche $gu^2 + n^2 q^4 = (b - r)\, nq^2$.

Quindi 3.° $nq^2 = \frac{b - r}{2} - \sqrt{\frac{(b - r)^2}{4} - gu^2}$; e

4.° $mp^2 = \frac{b - r}{2} + \sqrt{\frac{(b - r)^2}{4} - gu^2}$. Quadrata la seconda delle precedenti formole $m^4 q^2 = \left(\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}\right)^2$, e moltiplicata questa nella quarta;

$$m^5 p^2 q^2 = \left(\frac{b-r}{2} + \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2}\right)\left[\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}\right]^2,$$ cioè

$$m^5 = \frac{\left(\frac{b-r}{2} + \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2}\right)\left[\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}\right]^2}{u^2}.$$ Così

quadrata la 1.ª, moltiplicata per questo quadrato la terza, e diviso il prodotto per u^2,

si ha $$n^5 = \frac{\left(\frac{b-r}{2} - \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2}\right)\left[\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}\right]^2}{u^2}.$$

Parimenti il quadrato della quarta formola, moltiplicato nella prima e diviso il prodotto per g^2 si ha

$$p^5 = \frac{\left(\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2 u}\right)\left[\frac{b-r}{2} + \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2}\right]^2}{g^2}.$$

Finalmente moltiplicata la seconda nel quadrato della terza, e diviso il prodotto per g^2 si ottiene.

$q^5 =$

$$q^5 = \frac{\left(\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u}\right)\left[\frac{b-r}{2} - \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2}\right]^2}{g^2} .$$

Per facilitare il seguente calcolo faremo le sostituzioni , $\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u} = \text{A}$; $\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u} = \text{B}$; $\frac{b-r}{2} + \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2} = \text{C}$; $\frac{b-r}{2} - \sqrt{\frac{(b-r)^2}{4} - gu^2} = \text{D}$; da tali sostituzioni risulta $\text{AB} = g^2u$. $\text{CD} = gu^2$. Inoltre sostituendo i valori delle formole dati per le anzidette majuscole , rispetto alle podestà quinte di m , n , p , q , sarà $m = \sqrt[5]{\frac{\text{CA}^2}{u^2}}$; $n = \sqrt[5]{\frac{\text{DB}^2}{u^2}}$; $p = \sqrt[5]{\frac{\text{BC}^2}{g^2}}$; $q = \sqrt[5]{\frac{\text{AD}^2}{g^2}}$.

Il confronto dei quarti termini della canonica colla generale di quinto grado somministra $-m^3p - n^3q - mq^3 - np^3 + m^2n^2 - mnpq + p^2q^2 = c$ cioè coll' uso dei valori di m, n, p, q dati per le majuscole troveremo , $\frac{-\text{AC}-\text{BD}}{u}\ \frac{-\text{AD}-\text{BC}}{g} + g^2 - ug + u^2 = c$. Così adoperando le suddette majuscole nel paragone degli ultimi termini della canonica e dalla generale ci si presenta l' equazione $\frac{\text{CA}^2+\text{DB}^2}{u^2} + \frac{\text{BC}^2+\text{AD}^2}{g^2} + (5g-5u)(b-2r) = d$. Il primo confronto dei secondi termini dandoci $g+u=a$, e quindi $ug+u^2=au$ ossia $u^2-au=-ug$, sarà $u = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - ug}$, e perciò $g = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - ug}$. Essendo date le u , g per il simbolo ug , e le majuscole A , B , C , D essendo funzioni di r , u , g diventeranno eziandio funzioni delle sole due incognite , r, ug , dal che si deduce che le due equazioni , che nascono dai confronti dei due ultimi termini della canonica e della generale , sostituendo i valori di A, B, C, D dati per le funzioni di r , ug, faranno finalmente nascere due equazioni contenenti le due sole incognite r, ug, le quali liberate dalla irrazionalità, si convertiranno in altre due, le quali abbassate coi metodi conosciuti daranno da ultimo un' equazione in cui la massima podestà dell' incognita ug arriverà al sesto grado, e questa sarà la 1.^{a} risolvente della nostra equazione di quinto grado che ci abbiamo proposti.

Essendo date A, B, C, D, g, u per i simboli r, ug, e coll' abbassamento delle due ultime equazioni ritrovate coi confronti dei due ultimi termini della canonica cogli analoghi della proposta, e riducendosi finalmente a ritrovare il valore di r dato per ug, e poi in fine l' equazione contenente la sola incognita ug che è la nostra risolvente di sesto grado, egli è evidente che le anzidette majuscole, supposto ritrovato il valore di ug, e così quello di u, g, r e conseguentemente le m, n, p, q, saranno date per funzioni di ug, onde espresse queste funzioni coi simboli Fug, F'ug, etc. avremo $m = \sqrt[5]{\mathrm{F}ug}$, $n = \sqrt[5]{\mathrm{F}'ug}$, $p = \sqrt[5]{\mathrm{F}''ug}$, $q = \sqrt[5]{\mathrm{F}'''ug}$.

Arrivati che siamo a questa prima risolvente di sesto grado, siccome essa è un' equazion particolare perchè essendo 7 i termini di quest' equazione, e i coefficienti di essi non potendo essere che funzioni dei soli a, b, c, d della proposta di quinto grado, due di essi dipendono dai precedenti; dal che risulta che la prima indagine da farsi sopra di essa si è di vedere se ha alcun divisore razionale. di 1.° di 2.° o di 3.° grado. In tal caso è chiaro, che al più il valore di ug non viene espresso che con funzioni di radici cubiche di noto valore, e che il simbolo m, e così dicasi degli altri, ha per valore una $\sqrt[5]{}$ di funzione di $\sqrt[3]{}$. Il Socio Ruffini vorrebbe, giudicato dall' analogia delle equazioni di grado inferiore al quinto, che sotto alla $\sqrt[5]{}$ del valore di m, vi fossero le funzioni di $\sqrt[4]{\ }$, e quindi supponendo che tutte le forme di funzioni di $\sqrt[4]{\ }$ dovessero essere comprese in un' equazione di 4.° grado razionale, conclude che la data risolvente di 6.° grado debba avere tre radici eguali, la qual cosa non verificandosi nella generale risolvente, giudica impossibile la risoluzione generale dell' equazioni di 5.° grado.

Opporremo due riflessioni a questa sua decisione. La prima: che vi possono essere dell' equazioni in cui l' incognita sia eguale a funzioni di radici quarte, contenenti dentro di se radici inferiori, essendo esse equazioni di grado superiore al quarto, senza che si possano dividere in fattori razionali di quarto grado, come avverrebbe nell' equazione $E^{12} + 8E^9 - 9E^8 + 24E^6 + 283E^5 + 27E^4 + 32E^3 - 360E^2 + 216E - 11 = 0$ la quale non è divisibile nè in uno, nè in tre fattori razionali di quarto grado, quantunque una delle sue radici non sia altro che $E = \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2\sqrt[3]{2}}$; egli è ben vero che la nostra risolvente di 6.° grado non può ammettere un divisor razionale di grado duodecimo al 6.° superiore; ma perchè non potrebbe egli trovarsi, un simil divisore razionale nella risolvente della nostra equazione di 6.° grado, che diventerebbe la seconda risolvente della nostra proposta di quinto, e non trovandosi in quseta, perchè, passando alla terza risolvente, non potrebbe aver luogo in essa un simil divisore, e lo stesso dicasi delle risolventi ulteriori, cosicchè ritrovato finalmente tal divisore razionale, e ascendendo di mano in mano sino alla prima risolvente di 6.° grado, si possa realmente ottenere il valore di z, che non sia altro che funzioni di radici contenenti sotto di se altre funzioni di radici inferiori? e ciò sempre supposto che fosse necessario sotto alle radici quinte dei valori di m, n, p, q aver funzioni di radici quarte.

In secondo luogo non so vedere dalla risoluzione delle equazioni inferiori al quinto un' analogia così imperiosa che mi costringa ad ammettere tale necessità, prima perchè troppo pochi sono i gradi inferiori dai Geometri risoluti, poi perchè anche nell' equazioni di quarto abbiamo veduto che effettivamente la loro generale risolvente è un' equazione di sesto grado, ciascuna delle cui sei diverse radici è idonea a dare il valor del primo fattore $x+m+r+n$ dell' equazione di quarto grado. Questo è il nostro secondo dubbio da noi promesso sulla dimostrazione del Socio Ruffini.

Io non so vedere difficoltà alcuna nel concepire che nel valore di $m\sqrt[5]{Fz}$ possano aver luogo funzioni di radici seste, perchè derivate da equazioni particolari e non da equazioni generali di sesto grado, le quali radici seste comprendano anche sotto di se funzioni di radici inferiori, perchè siccome sotto le radici quarte spettanti all' equazioni biquadratiche, trovandosi le funzioni di radici terze e di radici seconde, col liberare dalla irrazionalità il fattore $x+m+r+n=0$ non sale l' equazione più in là del quarto grado, elidendosi nella formazione dei coefficienti dei termini tutte quelle funzioni di radici terze, e di radici seconde vincolate sotto i primi indici di radici quarte, così parmi che anche nel caso delle nostre radici quinte, avvegnachè contenenti sotto di se indici di radice sesta, cioè di radice seconda, di radice terza, e più altre funzioni di radici quinte e di radici inferiori, non si possa temere dovere ascendere colla liberazione dalla irrazionalità il fattore $x+m+n+p+q=0$ a grado più alto del quinto per la distruzione che nella formazione dei coefficienti dei termini avviene di cotali funzioni di radici, stando però fermo che tali valori compresi sotto le radici quinte derivino, o immediatamente dalla prima risolvente, o anche dalle risolventi ulteriori.

Nè io nè alcun altro Geometra si assoggetterà per avventura a calcoli sì improbi e laboriosi, coi quali si cerchi di verificare questi miei sospetti. Con una equazione particolare però dei coefficienti ne' termini puramente numerici, che rendono sopportabile il calcolo, farò vedere che la sua risolvente di sesto grado contiene, oltre le altre, una radice che è una funzione di radice quinta, onde nasce che nel valore di $m =$ radice quinta funzione z, abbiamo sotto di essa altre espressioni di radici quinte; e se ciò accade in una equazione particolare, sembra che il buon raziocinio a più forte ragione, ciò esiga in una equazione generale, e siccome per la generale essendo di sesto grado la risolvente, deve aver luogo la radice sesta, si rende chiaro che sotto alla radice quinta avremo funzioni di radice sesta, che comprendono sotto di se funzioni di radici quinte, riuscendo nel nostro caso particolare podestà seste perfette quelle funzioni che si trovano sotto l' indice di radice sesta, onde non appariscono altro che funzioni di radici quinte.

Sia proposta da risolvere l' equazione $x^5 + 5.2x^3 + 5^2.2^2 = 0$ che confrontata coll' equazione generale di quinto grado $x^5 - 5ax^3 + 5bx^2 + 5cx + d = 0$ somministra $a = -2$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 5^2.2^2$: presa ora in mano la canonica di quinto grado notata superiormente, di cui abbiamo supposto un fattore lineare $x + m + p + q + n = 0$, convien ricorrere ai valori generali da noi sopra esposti di m, n, p, q, e modificare questi al caso della nostra equazion particolare, dal che risulta

$$m = \sqrt[5]{\frac{\left(-\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - gu^2}\right)\left(\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u}\right)^2}{u^2}}$$

$$n = \sqrt[5]{\frac{\left(-\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - gu^2}\right)\left(\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u}\right)^2}{u^2}}$$

$$p = \sqrt[5]{\frac{\left(\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - g^2u}\right)\left(-\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - gu^2}\right)^2}{g^2}}$$

$q =$

$$q=\sqrt[5]{\frac{\left(\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\right)\left(-\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}\right)^2}{g^2}}$$

quindi sarà $A=\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}$; $B=\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}$; $C=-\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}$; $D=-\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}$. Cominciando dal confronto dei secondi termini della canonica e della generale, abbiamo trovato valere quest' egualità, $mn+pq=a=u+g$; onde nel caso della nostra modificata che ci proponiamo di risolvere, poichè diventa, $a=-2$ sarà $u+g=-2$, e moltiplicando tutto per g; $g^2+ug=-2g$, ossia, $g^2+2g=-ug$, onde si trae $g=-1+\sqrt{1-ug}$, perciò $u=-1-\sqrt{1-ug}$, dal che risulta $g^2=2-ug-2\sqrt{1-ug}$, $u^2=2-ug+2\sqrt{1-ug}$. Il terzo termine della canonica dovendosi confrontare col terzo della proposta e mancando in questo tal termine sarà $b=0$; laonde avremo $t=-r$ ed $mp^2=C=-\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}$; $nq^2=D=-\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}$, rimanendo già $A=\frac{r}{2}-\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}$; $B=\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}$. Il paragone dei penultimi termini della canonica e della generale, poichè si fa $c=0$, ci offre l' equazione $\frac{-AC-BD}{u}\ \frac{-AD-BC}{g}+g^2-ug+u^2=0$, finalmente quella degli ultimi termini ci dà $\frac{CA^2+DB^2}{u^2}+\frac{BC^2+AD^2}{g^2}-2r(5g-5u)=5^2.2^2$. Rimessi pertanto i valori delle majuscole

A,

le A, B, C, D nelle equazioni risultanti dal confronto dei penultimi termini, si ottiene

$$\frac{\frac{r^2}{2}+2\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}}{u}+\frac{\frac{r^2}{2}-2\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}}{g}+4-3ug=0,$$

ovvero colle riduzioni;

$$\frac{-r^2+4\sqrt{1-ug}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}}{ug}+4-3ug=0,$$

e riducendo eziandio l'equazione degli ultimi termini colla sostituzione dei valori delle majuscole ci nasce

$$\frac{-\frac{r^3}{2}+rg^2u-2r\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}}{u^2}+\frac{\frac{r^3}{2}-rgu^2-2r\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}}{g^2}-2r(5g-5u)=5^2.2^2$$

cioè

$$\frac{-\frac{r^3}{2}\cdot(g^2-u^2)+rgu\cdot(g^3-u^3)-2r\cdot(g^2+u^2)\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}}{u^2g^2}-20r\cdot\sqrt{1-ug}=5^2\cdot2^2,$$

e liberando la equazione precedente dagli irrazionali risulta

$$r^4+14ugr^2-16r^2+25u^3g^3-40u^2g^2+16ug=0.$$

Parimente colla sostituzione dei valori delle majuscole in quella che danno gli ultimi termini, colla riduzione allo stesso denominatore, e indi colla moltiplicazione per il medesimo abbiamo

$$-\frac{r^3}{2}\cdot(g^2-u^2)+rgu.(g^3-u^3)-2r(g^2+u^2)\cdot\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}\sqrt[5]{\frac{r^2}{4}-gu^2}$$

$-20ru^2g^2.\sqrt{1-ug}=5^2.2^2.g^2.u^2$. Ora siccome $g^2-u^2=(g-u)(g+u)=-4\sqrt{1-ug}$; $g^3-u^3=(g-u).(g^2+ug+u^2)=8-2ug\sqrt{1-ug}$; $g^2+u^2=4-2ug$; se farem uso di tai valori, ed introdurremo in quest' ultima equazione il valore di $\sqrt{\frac{r^2}{4}-g^2u}.\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}=\frac{r^2-4ug+3u^2g^2}{4\sqrt{1-ug}}$ che si trae dall' equazione dei penultimi termini, ed eseguite le opportune riduzioni, ci si presenta da ultimo la seguente equazione

$$r^3+(-25u^2g^2+40ug-16)r+5^2.2^2.ug.\sqrt{1-ug}=0.$$

Per rendere più agevole il calcolo, col convertire in formole più semplici le equazioni superiori trovate col confronto dei due ultimi termini ed espresse colle sole incognite r, ug, faremo la seguente sostituzione, $5^2ug=z+5.2^2$. Coll' uso di questo valore di ug, e delle sue podestà troveremo finalmente trasformate le suddette nelle seguenti

$$5^4.r^4+(7.5^2.2.z-5^3.3.2^3)r^2+z^3+5.2^2.z^2=0;$$

$$5^2.r^3-z^2.r+(5.2^2.z+5^2.2^4).\sqrt{5-z}=0$$

La prima di queste potendosi maneggiare alla maniera delle quadratiche, colla sua risoluzione avremo

$$5r=\pm\sqrt{-7z+5.3.2^2+\sqrt{-z^3+29z^2-105.2^4z+225.2^4}};$$

tal valore introdotto poi nell' ultima equazione di r^3 ec., ci darà finalmente una nuova equazione in z mista di razionali e di irrazionali, dai quali essa liberata, e presentato il risultato nella maniera più semplice, ritroveremo nascere la risolvente ricercata, come segue

B. $(-z^3+5^5.2^4)^2+(z-5)841.5^4\,2^8=0$.

ossia

A. $z^6-5^5.2^5.z^3+841.5^4.2^8\,z+571.5^5.2^{10}=0$.

Se farem' uso di un simil calcolo anche per l' equazione generale $x^5-5ax^3+5bx^2+5cx+d=0$ avremo una risolvente in z di questa forma $(-z^3+Mz+N)^2+Pz+Q=0$, come io stesso ho sperimentato, ovvero $z^6 - 2Mz^4 - 2Nz^3 + M^2z^2 + (2M.N + P)z + N^2 + Q = 0$, nella quale manca il secondo termine, i simboli tra loro indipendenti non sono che quattro, il che la esclude dal numero delle generiche di sesto grado, nelle quali, côlla mancanza del secondo termine, i simboli indipendenti debbono essere cinque, e la mette nella classe delle equazioni particolari di sesto grado; dal che viene avvertito il Geometra di cercar prima di tutto se tale equazione accetti qualche divisor razionale, di grado inferiore. Al caso che ciò non succeda, parmi che non si debba concludere essere irresolubile la proposta di quinto grado, ma che si deggia passare alla risolvente di tale equazione di sesto, che, fatto il calcolo, si troverà ascendere al grado ventesimo, ma avente un quadrato d'incognita per radice, il che la rende di decimo grado. Questa non può avere per coefficienti dei suoi termini altro che funzioni dei quattro simboli indipendenti tra loro, M, N, P, Q, laddove dovrebbero essere nove per classificarla generale, quindi il divisor potrebbe in questa trovarsi; rimarrebbe con ciò risoluta l' equazione della prima risolvente, e conseguentemente l' equazione proposta di quinto grado. Non potendosi nemmeno in quest' ultima, rinvenire tal divisore, e perchè sarò io costretto a giudicare impossibile la ricercata risoluzione, senza l' esame previo delle ulteriori risolventi, che divengono poi la terza, la quarta ec. risolvente della proposta equazione? La nostra particolare ci farà forse conoscere la necessità di tali esami.

Tra le radici della nostra risolvente (A) di sesto grado, ha luogo la seguente

$$z = 2^2 - 2^3 . \sqrt[5]{2} - 2^2 . \sqrt[5]{2^2} - 11 . 2\sqrt[5]{2^3} + 7 . 2\sqrt[5]{2^4}$$

come ognuno potrà conoscere introducendo tal valore, nella suddetta risolvente (A) di sesto grado che fa nascere $0 = 0$. Ecco pertanto un divisor irrazionale coll'indice di radice quinta

$$z-2^2+2^3\sqrt[5]{2}+2^2\sqrt[5]{2^2}+11.2\sqrt[5]{2^3}-7.2\sqrt[5]{2^4}=0$$

del qual possiamo servirci per ritrovare i valori di m, n, p, q e conseguentemente quello di una delle radici della proposta equazione di quinto grado $x^5-5.2x^3+5^2.2^2=0$; imperciocchè limitandoci al solo valore di m, sopra espresso colle funzioni di r, g, u cioè

$$m=\sqrt[5]{\frac{\left(-\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{r^2}{4}-gu^2}\right)\left(-\frac{r}{2}-\sqrt[5]{\frac{r^2}{4}-g^2u}\right)^2}{u^2}},$$

e sostituiti in tale espressione i valori di r, g, u dati per q, diventerà $m=\sqrt[5]{Fz}$; e siccome un valore di z è stato sopra trovato con quattro indici di radice quinta oltre il termine razionale, tal funzione z sarà funzione delle suddette radici quinte, onde m sarà eguale a $\sqrt[5]{}$ di funzioni di altre radici quinte, le quali nel nostro caso non ricevono sotto di se nè indici di radici quarte nè di terze nè di seconde. Lo stesso si dee concludere per gli altri valori di n, p, q, e ciò non ostante se libereremo dagli irrazionali l'equazione $x+m+n+p+q=0$, verranno talmente cambiate tra loro combinate e attemperate le funzioni di radici quinte, comprese sotto l'indice primo di radice quinta, che da ultimo non risulterà che l'equazione proposta, $x^5+5.2x^3+5^2.2^2=0$, nè vi sarà alcun pericolo, che tali funzioni di radici quinte comprese sotto il primo vincolo di radice quinta facciano ascendere l'equazione in x a grado più alto del quinto. Oltrecciò servendoci del sovraesposto valore di z o valendoci di ciascuno degli altri cinque, che abbraccia la risolvente in z di sesto grado, sempre ci ridurremo allo stesso fattore $x+m+n+p+q=0$ della proposta nostra equazione.

Avendo fatta la osservazione, che l'equazione (A) in z di sesto grado riceve il divisor lineare $z+5.2^2=0$, dopo la divisione del quale, rimanendo per quoziente una equazione di quinto grado, per il rintracciamento dell' altra nostra radice

$$z = 2^2 - 2^3 \sqrt[5]{2} - 2^2 \sqrt[5]{2^2} - 11 \cdot 2 \sqrt[5]{2^3} + 7 \cdot 2 \sqrt[5]{2^4},$$

non ho avuto bisogno che di passare alla risolvente di tale equazione di quinto grado, che arrivando al sesto mi dà un valore lineare rispetto alla nuova incognita, secondo cioè resta ordinata tale risolvente di sesto grado, dal quale risalendo, vengo in fine condotto a conoscere il suddetto valore di z; e cotal nuova risolvente riguardo a quella radice diventerebbe la seconda risolvente, avendo relazione alla equazione in x di quinto grado. Ma nella supposizione che io non avessi fatta tal riflessione, o che realmente la risolvente (A) non avesse accettato alcun divisore, secondo il mio divisamento mi sarebbe stato mestieri coll' uso dei sei fattori contenenti nel secondo termine di ciascun d' essi cinque simboli indipendenti tra loro, col prefiggere, giusta la prescritta regola, ad essi le radici immaginarie dell' unità elevata al sesto grado, determinare la nuova risolvente della prima (A), la quale avrei veduto ascendere al grado ventesimo avente però un quadrato d' incognita per radice. Nel caso della nostra equazione particolare, col diligente esame mi sarei accorto potere essa dividersi in due fattori di grado decimo, che per ragione di essere le radici un quadrato d' incognite, risultan maneggiabili come quelli di quinto. Preso pertanto un d'essi ed eguagliato a zero, mi sarebbe stato d' uopo il passare alla nuova sua risolvente, la quale finalmente avrebbemi presentato un divisore razionale di grado inferiore al quinto e di radice estraibile, senza irrazionalità, colla quale tornando indietro, mi si sarebbe reso cognito il valore del quadrato che serviva di radice alla risolvente antecedente, il qual valore avrei trovato essere un quadrato perfetto, onde estratta pur questa radice, e resi cogniti anche gli altri quattro simboli dei sei fattori componenti la prima risolvente in z, sarebbe be da ultimo risultata l' equazione sopra mentovata

$$z = 2^2 - 2^3 \sqrt[5]{2} - 2^2 \sqrt[5]{2^2} - 11 . 2 \sqrt[5]{2^3} + 7 . 2 \sqrt[5]{2^4} .$$

L' anzidetta riflessione mi ha agevolato il ritrovamento di quel valore di z, perchè non ho avuto bisogno che di ricorrere ad una seconda risolvente, laddove sarei stato costretto a passare ad una terza, senza tal riflessione; egli è però certo che per una generale equazione in x di quinto grado, mancando tal divisore nella prima risolvente, sono obbligato a cercarne qualcuno nelle risolventi ulteriori, le quali son tutte equazioni particolari e non generali, nè da quest' obbligo mi trovo disimpegnato, se non nel caso, che siami solidamente dimostrata la impossibilità di trovare tal divisore.

Coll' uso del divisore lineare $z + 5 . 2^2 = 0$ accettato dalla risolvente (A) riesce agevolissimo il determinare i simboli m, n, p, q componenti il primo fattore $x + m + n + p + q = 0$ della proposta equazione di quinto grado, perchè tal valore di z ci fa nascere $ug = 0$, e nel valore di r, sostituito quello di $z = - 5 . 2^2$ e quello delle sue podestà che in esso si ritrovano, ci si rende noto lo stesso r, e quindi noti gli altri simboli m, n, p, q, che daranno finalmente $x = - \sqrt[5]{2^2} + \sqrt[5]{2^3} - \sqrt[5]{2^4}$: a questa stessa radice ci condurrà qualunque altro dei valori di z che son compresi nella nostra risolvente di sesto grado.

Concludiamo pertanto che per dimostrare la impossibilità della risoluzione nella equazione generale di quinto grado, non mi sembra sufficiente l' argomento di cui si serve il ch. Ruffini, della necessità delle tre radici eguali che debbano essere comprese nella prima risolvente in z di sesto grado; e parmi che sarebbe stata più irresistibile la sua dimostrazione, se si fosse raggirata sulla impossibilità di ritrovare non solo nella prima risolvente in z, ma nemmeno nelle risolventi ulteriori un divisore di grado al quinto inferiore. Il perchè finchè non mi sarà dimostrato la impossibilità di arrivare con tal progresso di risolventi ad un valore espresso nella maniera indicata, e finchè non mi sarà dimostrata la incongruenza del mio raziocinio, di cui ho fatto uso nel corso di questa Memoria, resterò sempre col dubbio, che sia del tutto inconcussa la dimostrazione di tale impossibilità che intende di aver dato l'egregio nostro Socio Ruffini.

Per altro la sua molta dottrina, e la occupazione assidua, che egli ha più volte manifestata nell'esame della natura delle equazioni, mi fa sperare che toglierà qualunque forza a questi miei dubbj, ad un per un dileguandoli, stabilendo anche per la dubbiosa mia mente una base solida alle sue sublimi Teorie, e trionfando di tutte le difficoltà con cui alcun'altro per avventura potesse venirgli incontro. Dal che per me pure verrebbe con mio sommo piacere assicurata la gloria all'Italia, di avere di per se sola, colla forza dei genj nutriti nel suo seno espleta interamente la dottrina delle nostre equazioni.

SOPRA
ALCUNE ROSE PARTICOLARI DELL'ITALIA INFERIORE
MEMORIA

Di Pompilio Pozzetti

Delle Scuole Pie

Al Socio Giuseppe Maria Giovene Canonico Arciprete
in Molfetta

Consegnata il dì 29 *Aprile* 1804.

Modena, dalla pubblica Librerìa, 1 Aprile 1804.

Al delizioso regalo che vi piacque farmi nel maggio scorso, mediante l' ingegnosissima vostra Lettera posta sul principio di questo volume, corrispondo io attualmente con un tributo amichevole di simil genere. E poichè non ho, siccome Voi, il giardino donde trar le rose elette da presentarvi in contraccambio, mi varrò delle altrui, chiedendone quasi in prestito, e di quelle appunto che abbondano in codesto suolo, ad alcuno tra gli accreditati Scrittori, delle cui Opere si fregia quest' insigne Biblioteca.

Primo ad esaudirmi si offre Marco Valerio Marziale, di rose e di roseti amator singolarissimo, che dopo averne quà e là ne' suoi epigrammi dipinte e qualificate parecchie, voglioso d' intesserne ghirlanda pel suo caro Sabino, enumera nel sessantunesimo del libro nono, i diversi luoghi ove allignano le più vaghe, tra i quali la Campania e la Lucania an-

antica, terminando con augurarsi che l' esibite rose, quantunque altrove colte, affin d' impetrar gradimento dall' Amico, siano da Lui credute il prodotto della villa del Donatore.

Seu tu Paestanis *genita es*, *seu Tiburis* arvis
Seu rubuit Tellus Tuscula flore tuo:
Seu Praenestino te Villica legit in Horto
Seu modo Campani *gloria* Ruris *eras*.
Pulchrior ut nostro videare corona Sabino,
De Nomentano te putet esse meo.

Ma circa il nascimento, lo sviluppo, gli usi, e le differenti proprietà di alquante sorta di rose e delle vostre nate nella Campania segnatamente, chi meglio ragionò di Cajo Plinio secondo, il seniore? Spunta la rosa, Egli dice nel libro vigesimo primo, capitolo quarto della sua naturale Istoria fonte inesausto d' ogni dottrina, più presto sulla spina che sul frutice, cresce ancora nel pruno, e tramanda quì, sebben piccola, odor soavissimo. Comincia dal germogliar tutta chiusa in granellosa corteccia, la quale dipoi gonfiando, in verde calice sen viene appuntata, a poco a poco rosseggiante s' apre e distendesi, ed abbraccia nel mezzo della sua boccia la gialla cima. Si macera coll' olio; e praticossi ciò fin dai Trojani, secondo la testimonianza d' Omero, la quale Ei non adduce, ma che s' incontra benissimo nel vigesimo terzo libro dell' iliade, ove rappresentata è Venere intesa ad ugnere con olio *rosato* il corpo di Ettore, onde chi lo strascinava nol lacerasse. Passò quindi, continua lo stesso Plinio, il succo di rose negli unguenti, imperocchè desso è sostanzialmente medicinale, si mesce ne' collirj in grazia della penetrante sua virtù e sottilità, e se ne aspergono altresì le delizie della mensa. Di que'salutevoli attributi della rosa aveane già Teofrasto informati, non meno che Aulo Cornelio Celso nel sesto de'suoi libri di medicina. Ne convennero poscia il Lemery nel suo *Dizionario delle Droghe semplici*, Giovanni Ray nel libro vigesimo sesto, capitolo tredicesimo della sua Storia delle piante, ed il Parmentier nel suo Codice farmaceutico. Appresso avere il Principe

de'

de' latini Naturalisti esaltate, pel numero delle frondi e pel colore oltre maniera acceso de' petali, le rose di Preneste e della Campania, distingue la *centifolià* indigena di questa, cui assegna inoltre il vanto di primaticcia. Al qual proposito, mi sarebbe agevole intrattenervi d' un consimile fiore (*rosa centifolia batavica*) delineato per Carlo Clusio nel primo libro della sua Storia delle piante più rare, siccome della rosa di trecento foglie, della massima grandezza e odorosissima, veduta nel regio Orto di Parigi dal Padre Giovanni Harduino, conforme Ei narra in un' annotazione al testo di Plinio or ora citato. Ma l' obbligo che mi corre al presente con Voi, è di ricercar quì dove mi trovo, alquante rose delle opulente Regioni Partenopee, e d' intercedere ad esse dall'amorevolezza vostra cortese accoglimento.

Le rose di Pesto, Città florida un giorno della Lucania, le cui famose rovine spirano maestà nelle recenti carte eziandìo del loro Illustratore Padre Paolantonio Paoli, hanno codeste rose avuto ognora tali attrattive sugli spiriti delicati, che non sembra sia stato lecito a questi muover discorso di naturali amenità, senza introdurvele giocondamente. Il Sulmonese Ovidio, che divoto quale pur troppo era assaissimo di Citerea, idolatrava persino i fiori a Lei consecrati, Egli che non fu solamente un vezzoso e facil Poeta, ma un Georgofilo studiosissimo, che educava colle sue mani gli Orti pimiferi da Lui posseduti ne' subburbj di Roma, Ovidio godè sovente descriver le rose, e nel quindecimo libro delle sue Metamorfosi, fece che Esculapio, trasmutato in drago, si avvicinasse, in quel suo viaggio co' romani Ambasciatori, agli olezzanti rosaj di Pesto, cioè, là dove l' aere anche nel verno è temperato, ed eterna vi regna la primavera. E nel secondo libro delle melanconiche elegìe scritte dal Ponto, volendo l' esule Vate significare ad Attico quanto Ei lo giudicasse costante nel riamarlo, più cose mette in campo affatto impossibili ad avvenire, cui nondimeno Ei sentirebbesi, dice, inclinato ad ammetter siccome vere, anzichè esitare intorno la stabilità dell' Amico . Pensa , fra l' altre , che all' insoave calendula sarebbe consentito piuttosto vincere in fragranza le rose Pestane .

Nec Babylon aestum , nec frigida Pontus habebit
Calthaque Paestanas vincet odore Rosas ,
Quam tibi nostrarum veniant oblivia rerum &c.

Avanti però di recarvi in mezzo i concetti d' altro vostro Napolitano relativi a sì gradevol subbietto , non posso dispensarmi dal rivolger l' animo ad uno Scrittore , ancorchè forestiero , voglio dire Decimo Magno Ausonio di Bordeaux , che nel considerar questa reina de' fiori pigliar soleva gran diletto , e che alle rose appunto dedicò un intero de' suoi idillj . Non temeste che i rosaj di Pesto vi fossero dimenticati: al contrario essi fan quivi la più vantaggiosa comparsa. Imperocchè , Ei vi stimò commendata ampiamente la coltura d' un Orto , entro cui passeggiava in amabile mattino d' aprile , avvertendo esservi i rosaj foggiati e custoditi alla guisa de' Pestani , cui l' alba novella vien poscia mollemente irrorando . E quì giovi anche riflettere che l' industrioso governo de' roseti ebbero mai sempre le nazioni tutte sommamente a cuore . Leggesi nel volume terzo delle Memorie dell' Istituto d' Egitto , che per gli abitatori della provincia di Fazoum la coltivazion de' rosaj forma un oggetto rilevantissimo , non altrimenti che la fabbrica lo è dell'acqua di rose. Aman talora profumarsene anco i luridi Musulmani . È perciò soggetta a contrarietà l'asserzione di Giovanni Bauhino e di Enrico Cherlero , i quali nel tomo secondo , libro decimo quarto della loro storia universale delle piante , tutte le rose egiziane tacciarono scortesemente d' inodorifere . Quanto è poi agli indicati versi di Ausonio , non io quì mi brigherò delle querele mosse dal Baron Giuseppe Antonini ne' suoi *Discorsi* sopra la Lucania contro i Commentatori di Ausonio medesimo , per aver ricusato di svelare il plagio che questi fece a Virgilio del componimento predetto. Protesto che nè a me pur dà il cuore di ascriverlo al Cantore d' Enea : il renderne adesso ragione mi condurrebbe ad una disamina puramente filologica, e forse non breve, che l' indole di questi fogli rigetta.

Invece, non saravvi, confido, rincrescevole che io rammemori altro erudito Straniero, invaghito Egli pure a dismisura delle rose di Pesto, cioè, Marziano Felice Capella. Nel sesto libro della sua Opera intitolata *de nuptiis philologiae et mercurii*, ruvida sì, per conto dello stile, ma ricca di utilissime cognizioni, Ei non dubita annoverarle tra le preziosità della bella nostra Penisola.

Celebrati son pure i rosaj di Pesto dai due antichi dottissimi Spagnuoli, Pomponio Mela, e Lucio Giunio Moderato Columella, e così dal francese S. Eunodio, poi Vescovo di Pavia, scrittore del quinto secolo, nell' ottava delle sue *Dizioni scolastiche*.

L' Autore vostro connazionale, di cui mi son ora proposto favellarvi, è Bernardino Rota Napolitano. Dettò questi un'elegìa, che è l'ottava del suo libro terzo, sopra le rovine di Pesto, nè già omise di sfogare in essa i trasporti della propria meraviglia verso le decantate prerogative di quegli arboscelli. Osservo che Ei definisce ancora i siti ove i medesimi colà s' appigliavano e crescevano:

Ridentes campi, dulcissima litoris ora,
Quae vel adhuc redoles semisepulta rosas.

Forse però Egli intese che la spiaggia ed i campi di Pesto ridenti fossero e piacevoli nelle stagioni soltanto d' inverno e di primavera, in cui ciò è veramente. Duranti la state e l' autunno, assicura il rammentato Storiografo della Lucania dominarvi un' aria nocevole, atteso l' esser la Città di Pesto in luogo mal sano edificata, colpa non tanto della palude che le sta da un lato, quanto delle acque bituminose che sorgon di sotto alle mura, e formano un piccolo fiume, oltre il grande, secondo Lui del pari infetto, il quale da Oriente in parte la irriga. Vero è per altro che in popolosa contrada ovviar si può di leggieri a siffatti danni, col promuovere e mantener negli acquidotti la mondezza, non meno che libero e spedito il corso alle altre acque circostanti: senza di che, è notissimo contribuire la frequenza stessa degli abitanti al salubre purgamento dell' atmosfera.

L' immortale Torquato Tasso, grande ammiratore delle rarità proprie del Regno di Napoli che gli fu sempre ospitalissimo, vuol cagionata dalle onde benefiche del fiume Silaro, confine occidentale della Lucania, le dovizie di quel terreno e l' avvenenza de' suoi prodotti, esprimendosi, nella *Gerusalemme conquistata*, così

Quivi insieme venìa la gente esperta
Dal suol che abbonda di vermiglie rose,
Là vè, come si narra, e rami e fronde
Silaro impetra con mirabil onde.

Ma a Voi, me ne accorgo, nasce ora curiosità di scoprir nelle rose di Pesto gli ammirabili pregj enunciati nelle vostre prolifere, e bramereste ravvisar per avventura in alcuna di quelle ergersi, come appunto in queste, ed allungarsi dal centro della corolla uno stelo portator di verdi rami e di fronde in più ordini disposte, che andasse quinci a finir leggiadramente in turgido bottone di perfetta rosa. Ora eccovi tosto il divino Virgilio, del suo lungo soggiorno in codesti paesi lietissimo, che nell' ultimo libro delle georgiche, si dichiara propenso, ove il desiderio di accelerare il compimento di quel poema non gliel contrastasse, a far segno de' suoi carmi la cura degli Orti, e similmente i rosaj di Pesto due volte l' anno rubicondi.

Atque equidem extremo ni iam sub fine laborum
Vela traham et terris festinem advertere proram,
Forsitan et pingues Hortos quae cura colendi
Ornaret, canerem, biferique rosaria Paesti.

Servio, Willichio, il Padre la Rue, ed altri fra i più illustri Chiosatori di Virgilio, non eccettuatone il copioso Padre Giovanni Lodovico della Cerda, si contentano accennare l' anzidetta particolarità de' Pestani roseti, e i due primi tra gli Spositòri mentovati, si uniscono, in ciò dire, a commettere un fallo di geografia, poichè entrambi collocan Pesto nella Calabria, quand' essa Città appartenne talmente alla Lucania, che fuvvi un tempo in cui ne assunse perfino il nome. Son io d' avviso che l' aggiunto onde il Mantovano Poeta contraddistinse i rosaj di Pesto, aggiunto appropriato ai medesimi anche da Marziale, libro XII epigramma XXXI, riceva di buon grado un'interpretazione vieppiù estesa e confacente al nostro proposito. Giungerei quasi a lusingarmi di poter giustificare una mia congettura, per cui vado immaginandomi che Virgilio nell' usar tale epiteto volgesse in mente rose congeneri alle vostre descrittemi.

Claudio Claudiano nel suo epitalamio per Onorio Augusto e per Maria figlia di Stilicone e di Serena, parla a chiare note di una e di un' altra rosa, parto delle campagne apriche di Pesto, congiunte in un solo fiore, la maggior delle quali sazia omai delle rugiade di primavera, sen giace aperta; la minore, mezza nascosa, teme accoglier nelle tenere sue foglie i raggi del sole.

> . . . . flore sub uno
> Seu geminae Paestana rosae per jugera regnant.
> *Haec largo matura die, saturataque vernis*
> *Roribus, indulget spatio, latet altera nodo,*
> *Nec teneris audet foliis admittere Soles.*

Aveanvi dunque in Pesto le rose gemine, ovvero prolifere e mostruose: or donde in esse tale singolarità? Opinaste Voi saggiamente che questa rosa, detta con linguaggio botanico il quale si affà all'espression di Claudiano, *flos in flore*, allora spunti, quando la costituzion delle meteore, od un intervento di cause qualunque produca uno straordinario periodo di più nel corso della vegetazione: laonde, se ad un autunno cominciato succeda una specie di primavera, a questa il verno, e quindi nuovamente la dolce stagione, acquistansi nella vegetazion due periodi, due stadj incambio d' uno, e per conseguenza due segreti lavori, e se la cosa lo porti, anche due sviluppamenti. Perciò, dall' essersi costà goduto, per ispecial favore meteorologico, l' anno mille ottocento due, una doppia primavera, argomentate che sia stato alla gran Madre delle cose permesso di eseguir ne' vostri fiori la riferita superfetazione. E qual maraviglia che altrettanto accadesse in Pesto, ove due stagioni erano regolarmente propizie all' annual rinascimento delle rose? Giusta l' abate Rozier nel suo Corso completo d' agricoltura, la *rosa di tutti i mesi*, ovvero *dellè quattro stagioni*, che è una varietà della rosa gallica, notata anche da Pierantonio Micheli nel suo catalogo delle piante dell' Orto medico fiorentino, dee tal rosa alle sollecitudini assidue del giardiniere l' incessante sua germinazione; fraudata di quelle, si rimarrebbe alla condizion delle comuni: quasi che l' arte, a perpetuarne la fertilità, non abbisogni che d' imitare e di ripetere sopra di essa il recondito magistero della Natura. Tornando a Virgilio, mi sembra chiaro non aver Lui potuto ricordare il privilegio del clima Pestano senza averne presenti gli immediati effetti, senza pensare a quelle sue rose, che *gemine* furono poscia da Claudiano denominate.

Non vi occulterò la mia sorpresa in osservare come un Uomo celebre, non men di vasta erudizione che di finissimo discernimento e perspicacità dotato, quale si fu certamente il canonico Alessio Simmaco Mazzocchi Napolitano, si mostri, nella sua *Diatrìba* sulle origini Pestane, titubante in dilucidare gli allegati passi dei due latini Scrittori. Dubita se Claudiano, chiamando *gemine* le rose di Pesto, abbia voluto con Virgilio denotarne il doppio germogliamento nel giro d'un anno, oppure l' inusitata grandezza. Si divaga poi ad encomiarne la fragranza e la durabilità, riportando, in conferma di quella, le frasi d' Ovidio, che vi ho trascritte di sopra, ed in lode di questa, l' esametro di Sesto Aurelio Propercio (lib. 4, eleg. 5)

Vidi ego odorati victura rosaria Paesti &c.

Mettendo ogni ulterior discussione in disparte, o io travedo, o son palesi le intenzioni, da me testè specificate, per cui Virgilio e Claudiano applicarono al clima ed alle rose di Pesto gli aggettivi predetti; mercè i quali, ben lungi dall' esservi mestieri d' artificio e di studio onde conciliarli, vengono eutrambi a porgersi in questo caso di buona voglia scambievolmente la mano.

Che più? Non son del tutto insolite in codesto Regno le scoperte ed i regali delle rose, che io direi volentieri *superfetate*. Il Padre Filippo Arena Palermitano, nel secondo Tomo della sua Opera intitolata *Natura e coltura de' fiori fisicamente esposta*, ci ha disegnato la figura di *una rosa con due altre rose che nascono dal cuor della prima, una sopra dell' altra*. Consimil rosa trovossi, Ei racconta quivi, nella campagna di sua Patria, e fu a Lui, qual maraviglia considerabile, recata in dono. Tali superfetazioni non essere straordinarie nemmeno in Toscana, lo afferma, nella sua *Flora*, il Padre Giambattista Ferrari. E se non dovessi ristrignermi tra que' limiti che io stesso mi son prescritto, potrei additarvi una rosa di cento foglie veduta in Alemagna, dal mezzo de' cui petali, in modo coerente al divisato nelle vostre, altra ne pullulava. Ne arrivò di colà ragguaglio al Compilatore del *Journal des Sçavans*, che al numero duodecimo dell' anno mille seicento settanta nove, registronne la memoria.

Mi resta bensì ad aprirvi il mio parere sulla cagion fisica di questo fenomeno, e lo farò sì veramente che vi aggradi praticar meco la regola tenuta, secondo il Venosino, da Quintilio inverso chiunque eletto lo avesse giudice delle proprie composizioni:

Quintilio si quid recitares, corrige, sodes,
Hoc, aiebat, & hoc.

Lascierò indietro, giacchè so non vi garba gran fatto, l' ipotesi de' germi originalmente mostruosi, prediletta e sostenuta da Vallisneri, da Haller, da Winslow, da Reaumur, da Bonnet, e dallo stesso Autor sagacissimo della *Lettera dissertatoria relativa a due rose prolifiche* inserita nel tomo quinto della nostra Società. Altronde mi figuro che nemmen Voi accordereste il voto alla decision di Mr. Marchant circa l' origine della sua rosa prolifera. Imperocchè, quel desumerla che ei fa dallo stravasamento e dal mescuglio de' vasi occorso nel rosajo in conseguenza del taglio cui poco innanzi soggiacquero, se bastar possa a renderne intelligibile qualche accidental cambiamento, non vale, ben lo rifiettè il chiarissimo abate Paolo Spadoni, a determinar la causa d' una novità strettamente connessa co' principj astrusi della sua generazione. Il dotto ed ingenuo Naturalista Ginevrino conobbe Ei pure una rosa, e divolgolla nelle eccellenti sue *Ricerche sull' uso delle foglie*, dal cui centro elevavasi un fusto quadrato con due bottoni fioriferi diametralmente opposti e sguerniti del calice alla sommità; ma si tenne dal proferire sull' argomento sentenza. Rincorato io non pertanto dalla gentilezza vostra ad esporvi francamente quel che ne pensi, ardirei, riguardando l' analogia che havvi grandissima tra il vegetabile e l' animale, paragonar l' origine di siffatte rose prolifere a quella di certi animaluzzi, ne' quali un accoppiamento solo col maschio è sufficiente a più generazioni, talchè la figlia in seno alla madre è già feconda e capace di riprodursi. Che dico? Esistono, lo sapete, animali che, fuori eziandio d' ogni accoppiamento, si propagano a meraviglia. Il gorgoglione mentovato da Bonnet, nella parte ottava, capitolo ottavo della sua *Contemplazione della natura*, i moscherini descritti per Lui sul principio della sua *Insettologia* spettano a questa classe: ciascun individuo tra loro basta a sè medesimo per generare, sicchè, qualor vi prendesse vaghezza di serrarne uno in perfettissima solitudine, allontanandolo scrupolosamente da qualunque commercio col proprio compagno, lo scorgereste, cresciuto che fosse a certo segno, divenir padre di assai figli, e questi d' una in altra discendenza moltiplicarsi in numerosa famiglia. E circa la stupenda fecondazione di altrettali insetti, mi sia conceduto intrattenervi alcun poco d' un importante ritrovato in materia consimile dell' egregio attual Profesfessore d' agricoltura nel Liceo modenese, abate Bonaventura Corti. Mi narra Egli sè aver, fin dall' anno mille settecento settanta due, spiato col microscopio un insetto visibile peraltro ancora all' occhio nudo, cui denomina *Pulce acquatico*, poichè vive appunto nell' acqua. Non gli venne fatto giammai di scoprire differenza di sesso, nè congiungimento veruno fra cotali vermetti. Nello stesso tempo tutti però si ravvisavano provveduti d' uova, le quali deponevano, e donde schiudevansi altrettanti simili bacherozzoli. Avendone Egli un giorno sorpreso taluno in procinto di alleggerirsi delle sue uova, mentre il primo sortì, pigliollo, e custodito lo tenne in un vetro da oriuolo. In breve l' insettuzzo escì della buccia, e comparve simigliante a sua madre. Attese lo Sperimentatore a nodrirlo, e rimirò tra non molto formarsi parimente in esso le uova, prossime quindi a venire in luce. Isolato il primo uovo partorito dal pulce acquatico, diede altro pari insetto, che posto in rimota parte, fu desso pure fecondo. Rinnovonne per sei volte con ugual diligenza le prove, e conseguinne identità di risultamenti. Aspettatevene presto dal medesimo valente Professore l' istoria; e ditemi frattanto, se come ci vivono animali atti, senza accoppiamento, a procreare, non potrebbono similmente ammettersi vegetabili conformi alle vostre rose ed a quelle del Sig. abate Spadoni, cui mancava la femmina, che dopo molte generazioni, introdottavisi, diventò madre e produsse la seconda rosa? Non credette Mr. Perrault d' ingannarsi, allorchè nel far parole all' accademia francese delle scienze intorno una pera da cui altra sbucavane, asserì tal filiazione esser comparabile a quella del frutto appellato *limon citratus alium includens*, filiazione, Ei prosegue, affine a quella di qualche animale che entro le viscere materne è già prolifero. Ma le mie rose, Voi soggiugnerete, manifestaronsi prive inoltre di parti maschili. E chi sa, io replico, non fossero queste obliterate a guisa de' calici, ovvero de' segmenti de' calici, i quali apparivano inariditi e caduti in alcune, quando non eran le rose peranco aperte?

Potrebbe tuttavolta qualcuno avvisare, che la causa di tal duplicità di rose, o a meglio esprimersi, di tale intersecazione dei loro steli, avesse a dedursi altronde, sembrandogli più ragionevole che la primavera entro il corso di dodici mesi rinnovellata, vaglia bensì ad influire sopra un gemino annual prodotto di rose, non già sopra un incrocicchiamento di rosa con rosa. Nel qual caso, dalla raddoppiata temperie dell' atmosfera procederebbe l' effetto che veggiam nelle nostre rose dette d' *ogni mese*, delle quali innanzi ho parlato.

Comunque debba giudicarsene, io non so pentirmi d' aver richiamati i vostri pensieri ad alcune rose particolari del Regno di Napoli, in modo speciale poi a' rosaj di Pesto, ed alle conseguenze che han relazione colla proprietà loro di rosseggiar due volte infra l' anno, cosa riputata in ogni tempo e in ogni dove pregevolissima. Svolgendo Ateneo, m' avvengo, al quattordicesimo libro de' suoi Dipnosofisti, in Etlio da Samo, che non cessa di magnificar la sua Patria, perchè fornita essa pure avventurosamente di tal privilegio.

SULL' ECCLISSE DEL DÌ 11 FEBBRAJO

LETTERA

Di Giuseppe Cassella ad Antonio Cagnoli

Presentata da questo il dì 8 *Maggio* 1804.

Tacciono, è lungo tempo, le nostre lettere di corrispondenza : ora l' avvenimento dell' Ecclisse osservato il dì 11 scorso Febb.° mi porge l' occasione di rinnovarla .

Il Cielo piovoso , e costantemente carico di nuvole , defraudò la comune aspettativa di osservare lo spettacoloso fenomeno . Era intervenuta nella Specola di S. E. il Capitan-Generale Acton anche Sua Maestà la Sovrana delle Sicilie col suo Principe Reale D. LEOPOLDO espressamente a quest' oggetto , oltre molti Signori di Corte . Io non vi dico già i preparativi fatti perchè l' osservazione riuscisse di universal soddisfazione , e perfettamente completa , specialmente per la circostanza della presenza di tanto Augusti Personaggi . Solo dopo il colmo dell' Ecclisse di tanto in tanto si aprivan le nuvole , dando l' agio agli osservatori di vedere il Sole in gran parte ecclissato . Ebbi io però la sorte di poter notare il fine dell' Ecclisse almeno , che importa molto pei progressi della Scienza , e che mi farò pregio di segnare più sotto .

Uno degli effetti prodotti nell'Atmosfera del nostro Orizzonte in tempo del colmo dell' Ecclisse assai grande presso di noi, fu un tetro oscuro dalla parte del Nord , che si mostrava minore all' Est , ed all' Ovest ; il quale oscuro fu accresciuto notabilmente da una densa nebbia calata nella città tà dall' istessa parte Nord , e durò pochi minuti di tempo. Al Sud all' incontro il Cielo si scorgeva più chiaro da fare distinguere gli oggetti facilmente , e da potervisi leggere , e scrivere senza stento : l' altro fu un color giallo e pallido, dipinto sopra gli edificj inbiancati posti anche in lunga distanza, sui quali cadeva qualche raggio di languida luce , che si apriva la strada tra le dense nuvole, e sui volti della gente, che attendeva a guardare il Cielo . Dai rapporti avuti dalle parti più settentrionali del Regno mi si dà avviso di essersi veduta una moltiplicità di diversi colori, come di un' iride nelle nuvole vaganti pel Cielo, o in altri oggetti circostanti terrestri , che venivano resi più vivi, dove l' aria era più carica di vapori .

Ecco intanto l' osservazione

Latitudine $40^{o}\,49'\,40''$ Bor. . . . Fine dell' Ecclisse $2^{or}\,25'\,10''$, 7 temp. medio . . . . con un acromatico di Dollond fuoc. pied. 5 a grande objettivo .

Potrà l'osservazione esser lontana dal vero per pochi secondi. Una montagna della Luna fu l' ultima ad essere osservata nel sortire dal disco ; e le irregolarità della Luna medesima si distinguevano chiaramente sul Sole ; lo che fu notato anche da altri intervenuti all' osservazione , specialmente dal Capitan di Fregata D. Carlo Acton . I lembi della Luna , e del Sole poco prima di finire l' Ecclisse sembravano ondeggianti nell' Atmosfera per la quantità de' vapori , ond' era pregna .

Gli allievi dell' Università nella Cattedra dell' Astronomia si erano anch'essi accinti ad osservare astronomicamente l' Ecclisse: ma la posizione del Museo, dove attendevano essi all' Osservazione nella parte superiore della città , offerì loro l' aspetto di nuvole più addensate , che impedì ogni osservazione , meno che della fine dell' Ecclisse, la quale fu notata da uno di essi nel momento che potè vedersi il Sole a stento tra le nuvole così :

Latitudine del Reale Museo $40^{o}\,51'\,5''$,0, Bor. fine dell'

Ecclisse $2^{or}\ 24'\ 55''\ 0$, *tem. medio:* alquanto dubbia . . Con un acromatico di Nairne, ma di poca forza.

Aggiungo queste due osservazioni fatte negli anni scorsi nell' istessa Specola Acton.

28 Agosto 1802 di mattina, Ecclisse del Sole

Principio molto incerto per le nuvole . . . . $5^{or}\ 47'\ 17'', 1$)
Fine dubbio di pochi secondi . . . . . . 6 31 49, 6) t. vero.

Con un Telescopio di Herschel di pied. Inglesi 7 di fuoco.

17 Agosto 1803 di mattina, Ecclisse del sole.

Principio dell' Ecclisse . . . $6^{or}\ 31'\ 5'', 08$)
Fine . . . . 8 53 39, 85) t. vero con un Telescopio di Herschel pied. Ingles. 7 di fuoco. L' osservazione sì del principio, che della fine è esatta.

Se lo stimate a proposito, desidererei che tutto quanto ho avuto l' onore di dettagliarvi si pubblicasse negli Atti della Società Italiana delle Scienze.

Napoli 8 Marzo 1804.

DE-

DESCRIZIONE DI UN NUOVO ELETTROMETRO E D ALCUNE ESPERIENZE RELATIVE ALLA CARICA DELLA COLONNA VOLTIANA

Dell' Ab. Dal Negro

Presentata da Vincenzo Chiminello

Il dì 14 *Maggio* 1804.

Una volta che si potesse determinare senza timor di errore donde prenda origine la carica della colonna idro-metallica, e come veramente progredisca la detta carica tanto isolata quanto non isolata che sia la colonna, noi potremmo esser certi di aver fatto un gran passo sì per meglio intendere i moltissimi fenomeni che produce, che per fare degli ulteriori progressi con qualche fondamento. Fatto questo primo passo non sarebbe forse difficile che potessimo meglio conoscere la natura di un fluido, che tanto c' interessa per la singolare sua azione, giacchè una volta che gli si dia moto, voi lo vedete or alterare, ed ora trasformare, e scomporre i corpi animali egualmente che i vegetabili, ed i minerali.

Ad oggetto dunque di ottenere dei risultati della massima precisione possibile relativamente alla carica della colonna idro-metallica del Volta, ho immaginato un'elettrometro tale che misura, con tutta quella esattezza, che puossi desiderare, le più piccole quantità del fluido in quistione. Questo mio elettrometro ha il vantaggio di essere sensibilissimo, applicabile facilmente al condensatore, comparabile, e di segnare le più piccole differenze tra carica, e carica. I dotti Fisici elettricisti giudicheranno se sia o no da preferirsi a qual si voglia altro degli elettrometri, che prodotti furono sino ad ora. Di più gli stessi Fisici dalla descrizione di questo mio strumento, e dall' uso, che ne indicherò, comprenderanno che fu propriamente costrutto in modo da servirci di guida principalmente per conoscere a tutta precisione il grado di carica di ciascuna lamina metallica o non metallica componente la colonna del Volta. Non servirebbe con tanta precisione per saggiare l' elettricità di un corpo che non potesse mantenersi egualmente carico per alcuni secondi.

Or passo alla descrizione dell' accennato elettrometro, indi esporrò brevemente alcuni esperimenti relativi all' oggetto sopra indicato.

Descrizione dell' Elettrometro.

La Fig. I rappresenta la pianta dello strumento, e la Fig. II l' alzato geometrico.

ABCD Fig. I, ed AB Fig. II è una base di legno.

acbd è una lamina di ottone incassata, e fissata alla base di legno mediante sei viti *a*, *f*, *b*, *c*, *e*, *d*.

Nella detta lamina vi è incisa una scala MM divisa in pollici, e linee del piede di Parigi.

NNNN (Fig. I) ed NN (Fig. II) è un cursore parimenti di ottone; che porta un nonio 10, o diviso in dieci parti eguali, e tali che comprendono undici linee della scala MM. N nominato cursore viene regolato da una vite VV (Fig. I, II) che si fa girare col mezzo del suo capo orlato PP. Questa vite girando in Q (Fig. I, e II) senza muoversi orizzontalmente (meccanismo già noto) fa scorrere il cursore NNNN col mezzo del parallelepipedo R (Fig. I, e II) pertugiato a vite, e che rimane stabilmente unito al cursore.

Al medesimo cursore NNNN avvene congiunto un secondo al di sotto mediante la vite del parallelepipedo, che li stringe entrambi cosicchè questo scorre di pari passo col supeperiore in un canaletto incavato nella base di legno. Questo cursore interno, ed il canaletto entro cui scorre si scorgono punteggiati nella base AB (Fig. II).

Questo cursore interno serve a far scorrere la base SS (Fig. I) della colonnetta *tt* (Fig. II) da H verso L (Fig. I) dietro l' apertura HL fatta nella stessa lamina di ottone. Di questa base *ss* scorgesi l' alzato geometrico punteggiato nella Fig. II, e delineato poi in A (Fig. III). Con questo artificio si ottiene che se il nonio percorre due linee, di due linee pure si scosta la base *ss*, e tutto ciò che vi sta sopra, e secondo la medesima direzione. A suo luogo poi ne indicheremo l' uso.

TT (Fig. I, e II) è un micrometro diviso in cento parti eguali, ed x n' è l' indice. Con questo micrometro si ha $\frac{1}{335}$ di una linea per tutti quei casi in cui si desiderasse una precisione di misura al di là dal decimo, che si ottiene dal nonio.

KKKK (Fig. I) è una cerniera di ottone in cui vi rimane incassata, e saldata con mastice la custodia di cristallo senza fondo BBBB (Fig. II). L' alzato di questa cerniera si scorge facilmente nella Fig. II fra le viti Y, Y.

L' or nominata cerniera è munita di due orecchiette Y, Y (Fig. I) mediante le quali si può fermare con viti Y, Y (Fig. II) sopra la base.

La custodia BBBB (Fig. II) di cristallo termina superiormente in un collo corto DD, la cui apertura circolare rimane chiusa da un pezzo di legno *ff* oliato, e cotto in forno, come suolsi fare nei già noti elettrometri a boccetta.

Per un foro praticato nel detto legno, che serve di turaccio alla custodia di cristallo, vi passa una canna di vetro *cccc*, e nel foro della canna entra per tutta la sua lunghezza un cilindretto di ottone *n*, il quale nell' estremità superiore termina in vite con cui si ferma al solito il condensatore X, ed inferiormente infila un cannoncino di ottone, che porta una piccola sfera *m* parimenti di ottone, e tutto questo per poter abbassare od innalzare di qualche linea la detta sfera *m* per la ragione, che diremo in següito.

Il cilindretto di ottone *n* è stabilmente fissato alla canna di vetro con cera lacca.

Le pareti interne della custodia di cristallo sono già munite di lamine di stagno, che si veggono sufficientemente indicate, e ciò per evitare l' inconveniente della carica dell' interna superficie come gli Elettricisti sanno.

La colonnetta *tt* porta una sospensione S su cui rimane sospeso un indice *ii*. L'or nominata sospensione si scorge più facilmente nelle Fig. III, e IV.

VV (Fig. III) è la colonnetta ovvero il sostegno *tt* della Fig. II ma disegnato in grande: *A* ne è la base, che rimane unita con vite ad un' estremità del cursore, che si muove nel canaletto fatto nella base: T*p*S rappresenta il profilo della sospensione, e T*pp*S (Fig. IV) è una sezione orizzontale della medesima.

ze (Fig. II) è un indice di rincontro, il quale serve ad indicare il più piccolo movimento dell' indice *ii*. L' indice di rincontro si scorge in profilo in EZ (Fig. VI). Questo indice si può far scorrere orizzontalmente da E verso Z, e da Z verso E affinchè gli estremi *i*, *i*, *e*, sieno nella stessa linea retta. Il medesimo indice si può muovere anche in su ed in giù, cioè da Z verso V' o da Z verso V. L'artificio con cui si ottengono tutti questi moti, che sono indispensabili per rettificare lo strumento, si comprenderà meglio osservando la base del detto indice di rincontro nella Fig. V.

Il quadratino E porta nel centro verticalmente piantato a vite il piccolo cono *e* (Fig. VI). Il detto quadratino è munito di due cilindretti *p*, *p*, che infilano due cannoncini *q*, *q*, e con ciò si ottiene il moto orizzontale indicato. I due cannoncini *q*, *q* sono saldati ad un maggior cilinlindro cavo c (Fig. VI) che scorre per V V', e di cui z (Fig. V) n' è una sezione orizzontale.

Nella Fig. VII *ee*, *ff* è una croce di acciaro delicatissima, che porta l' indice. Nelle due punte *ee* s' infilano due eguali, e sottilissime paglie in modo che sembrino una sola, ed *ff* sono i pernii, che poggiano sopra *p*, *p* (Fig. IV). *rr*, *ss* rappresenta una seconda crociera per il medesimo oggetto.

Usi del sopradescritto Elettrometro .

Per servirsi di questo elettrometro a condensazione conviene, oltre le solite avvertenze, che rendonsi necessarie acciocchè tali sorta di strumenti corrispondano agli esperimenti, conviene, dico, che l' estremità superiore dell' indice *ii* (Fig. II) sia al contatto della sfera *m*, e l' indice del cursore NNNN (Fig. I) sia allo zero della scala MM. Allora può lo Sperimentatore esser certo che movendo la vite per allontanare l' indice, la maggiore o minor distanza del medesimo dalla sfera *m* si troverà marcata precisamente sulla nominata scala. Converrà di più avvertire che il centro della sospensione S, l' estremità dell' indice, ed il centro della sfera *m* sieno in uno stesso piano normale al piano della base. L' elettrometro si rettifica nei due testè indicati sensi mediante un sufficiente moto di cui è suscettibile la custodia di cristallo, giacchè i buchi delle sue due orecchiette per cui passano le viti Y, Y, sono fatti in modo che può muoversi in croce, cosicchè posta che sia al segno che si desidera, la si forma coll' indicate viti di pressione.

Volendo saggiare la carica, p. e. del condensatore, mediante un disco di zinco, si allontana un decimo di grado l' indice dalla sfera *m* (Fig. II), (il grado di questo elettrometro equivale ad una linea del pollice di Parigi), e se il giorno non sarà più che sommamente dominato dallo scirocco, toccando col zinco il conduttore U del disco inferiore del condensatore, nell' atto di alzare il superiore, l' ammosfera elettrica che si forma d' intorno la sfera *m* (che comunica col piatto inferiore del condensatore) attrarrà l' indice, e si manifesterà così la carica del condensatore. Per conoscere poi sino a qual distanza giunga la sfera di attività prodotta dalla carica del zinco, si allontana l' indice fino che l' attrazione non è più atta a far che l' estremità inferiore dell' indice scappi sensibilmente dall' indice di rincontro.

Ognuno comprende con quanta precisione si possa misurare la più piccola quantità di fluido elettrico. La difficoltà sta nel doverla tentare tre o quattro volte; ma fatta un poco di pratica la cosa riesce sommamente facile, e si ha poi il compenso di ottenere quell' esattezza, che non si potrà giammai sperare dagli altri elettrometri, massime se si tratti di minutissime differenze.

Conosciamo già con qual legge decresca l' attività dell' ammosfere elettriche, e lo conosciamo specialmente per gli ingegnosissimi esperimenti, e per i calcoli del celebre Fisico M. Coulomb; il perchè, riuscirà facile anco il calcolare con questo elettrometro l' intensità dell' elettricità dalla maggior o minor distanza in cui verrà attratto l' indice.

La sensibilità poi di questo indice è tale che se in luogo del conduttore metallico *n* (Fig. II), si sospenda una paglia eguale perfettamente alla metà *s*, *i* dell' indice, e si carichi debolmente il condensatore, si muoverà l' indice, e la paglia sospesa si manterrà in quiete. La cosa è poi chiara, attesochè l' attrazione elettrica non deve vincere che la sola forza d' inerzia dell' indice *is*.

Per le cariche maggiori di 15° o 20° si adoperano degli indici meno leggieri fatti anche di metallo, avendoli prima resi comparabili coll' indice *ii* in quel modo appunto che insegna il celebre Fisico di Pavia nelle sue dottissime lettere sopra la meteorologia elettrica. Ora per altro in luogo di adoperare l' elettroforo spogliato delle prime scintille si potrà usare con più precisione, e con maggior sicurezza alcuni strati della colonna da cui si ottiene una carica costante, e di egual tensione per lungo tempo. Ma per ottenere questa comparabilità tra indice, ed indice con tutta quella precisione che si desidera, converrà che il Fisico sia munito di due di questi miei elettrometri egualmente sensibili. Quella medesima precisione, che si può ottenere collo spincterometro del Lane (rettificato che sia) relativamente alle scintille, puossi del pari ottenere dal mio elettrometro relativamente alla maggior o minor tensione delle ammosfere elettriche.

Potrebbe forse sembrare incomoda la base, che riesce in questa mia costruzione un poco lunga a cagione del micrometro, ma si potrà, volendo, fare in modo che la base dello strumento non sia niente più lunga di quella della custodia, ma solo un poco più larga da un lato. Per conseguir questo basta fare in modo che la vite (la quale può star tutta sotto la base della custodia di cristallo) diriga due cursori paralleli, l' uno, che faccia camminare l'indice, e l'altro il nonio, con cui si potrà marcare i gradi sul lato della base, dove cioè questa è più larga della base della custodia.

Esperimenti relativi alla carica della Colonna comunicante col suolo per il polo rame.

Perchè mi riescissero senza equivoco gli esperimenti relativi alla carica della colonna feci costruire a bella posta dei dischi di rame, e di zinco di due pollici di diametro, e tutti muniti di una orecchietta simile appunto a quella, che indicai nel mio primo opuscolo. Queste orecchiette fanno l' effetto che si possa esaminare la carica di ciascun disco componente la colonna senza correr nell'inconveniente di toccare il disco immediatamente superiore, o l' altro contiguo, e sottoposto. Questa forma di dischi rendesi indispensabile massime per esaminare la carica della colonna isolata, i detti dischi si possono soprapporre in modo che le loro orecchiette formino una spira d' intorno alla colonna, oppure potrannosi disporre a zigzag, il che riesce assai più comodo. Con una tal colonna na si ha il vantaggio di ripetere l' osservazione discendendo, ed ascendendo di nuovo, sempre certi di comunicare all' elettrometro la carica di un qualunque determinato disco componente la colonna.

Ecco dunque come mi sono diretto nel saggiare la carica progressiva della colonna. Presi uno dei nominati dischi di rame, e facendolo comunicare col suolo mediante la mano, l' avvicinai al condensatore al solito, e ne notai il risultato che fu = 0. Soprapposi al rame un disco di zinco, e facendo, come prima, che il rame comunicasse col suolo, avvicinai il zinco al disco inferiore del condensatore, ed alzato lo scudo segnai il risultato, che anche in questo fu = 0. Dopo di questo vi posi sopra un disco di cartone umettato con acqua alla comun temperatura, ed avvicinato il cartone all' elettrometro notai il grado di carica indicato dall' indice che rinvenni = 2.° 8, e lo stesso feci sino alla fine della piccola colonna.

Ora che ho accennato il modo di cui mi sono servito in questa mia indagine sopra la carica della colonna, darò i risultati nella quì sottoposta tavola, il che servirà ad intendere la progressione della nominata carica con più brevità, e con maggior chiarezza.

TAVOLA I

1. R = 0.° 0
2. R. Z = 0°. 0
3. R. Z. U = 2°. 8
4. R. Z. U. R = 2°. 8
5. R. Z. U. R. Z = 2°. 8
6. R. Z. U. R. Z. U = 6°. 2
7. R. Z. U. R. Z. U. R = 6°. 2
8. R. Z. U. R. Z. U. R. Z = 6°. 2
9. R. Z. U. R. Z. U. R. Z. U = 11°. 5
10. R. Z. U. R. Z. U. R. Z. U. R = 11°. 5
11. R. Z. U. R. Z. U. R. Z. U. R. Z = 11°. 5.
12. R. ec.

Questa tavola rappresenta una colonna crescente per gradi, o a meglio dire una serie crescente di colonne coi loro respettivi risultati senza che possa riuscir equivoca la maniera con cui ottenni l' indicate cariche.

Da questa prima tavola se ne può dedurre una seconda, che riesce più semplice della prima, ed in questo modo si comprenderà facilmente come risulti la terza di queste tavole.

TAVOLA II

11. Z = 11.° 5
10. R = 11. 5
9. U = 11. 5
8. Z = 6. 2
7. R = 6. 2
6. U = 6. 2
5. Z = 2. 8
4. R = 2. 8
3. U = 2. 8
2. Z = 0. 0
1. R = 0. 0 Base della colonna comunicante col suolo.

Saggiate le cariche progressive di questa colonna, ne costrussi tosto una seconda incominciando dallo zinco, indi soprapponendo il rame, e poi il cartone umettato. In questa seconda colonna comunicava col suolo il polo zinco mediante il contatto della mano. La quì sottoposta tavola terza mostra i risultati ottenuti dalla seconda colonna.

TAVOLA III

11. R = 14.° 0
10. Z = 14.° 0
9. U = 11. 0
8. R = 11. 0
7. Z = 11. 0

6. U = 8. 2
5. R = 8. 2
4. Z = 8. 2
3. U = 2. 2
2. R = 2. 2
1. Z = 2. 2. Base della colonna comunicante col suolo.

Ne ho già formate molte altre di queste tavole dedotte dalla carica della colonna comunicante col comune serbatojo in varie guise, ed anco in diversi modi isolata, ma tutti questi miei esperimenti unitamente ad alcune avvertenze necessarie a non andar errati in tal sorta d' indagini, vedranno la luce tosto che avrò terminato il piano che mi son proposto su tal proposito. Quì non intendo di dare che un breve saggio di un più lungo lavoro di cui presentemente m' occupo.

Riflessioni sopra le tavole

II, e III.

Secondo l' ipotesi del Chiarissimo Volta illustrata col calcolo dai Fisici Francesi, la carica dovrebbe incominciare in 2.*z* (Tav. II), ed in vece si manifesta in 3.*u*, al momento cioè che l' umidità è al contatto col metallo più ossidabile. Di più, secondo i principii supposti dai Fisici Francesi, dovrebbe essere 2.*z* = 4.R; 5.Z = 7 R, 8.Z = 10.R, ed in vece tra i due primi si trova una differenza di 2°; tra i due secondi di 4°, e trai due ultimi di 5°. Con questi miei esperimenti non trovo verificate che le sole differenze costanti tra i dischi che sono in contatto.

Ma si potrebbe opporre che 2.*z* (Tav. II) non dà indizio di carica posto al contatto del condensatore, per la ragione che essendo questo, cioè il condensatore, di ottone, il zinco si trova tra due forze eguali ed opposte, e che per ciò non si può caricare. Veramente è strano che l' ottone, ch' è una lega di zinco e rame debba avere la proprietà di produrdurre il medesimo effetto del solo rame e senza la più piccola differenza ; pur pure si conceda che 2.z non dia carica per questa ragione , e passiamo a considerare i risultati della colonna seconda nella tavola III , in cui abbiamo incominciato dal zinco onde schivare la testè accennata obbjezione , quantunque niente abbia a fare colle differenze , che io marco in questo luogo .

1.z dà 2.° 2 di carica : la stessa carica riscontrasi in 2.R , così pure in 3.u , avvegnachè l' umidità al contatto del metallo poco ossidabile in confronto del zinco , non dà che poca o niuna differenza . Soprapposto il disco 4.Z non dovrebbe aumentarsi la carica per niente , giacchè non deve succedere che ad ogni contatto immediato dei due diversi metalli , cosicchè 3.u , che non è , secondo il lodato Fisico , che un semplice conduttore non dovrebbe far altro che trasportare la carica 2.R in 4.z , e perciò dovrebbe essere 2.R=4.Z . Ma 2.R è = 2.° 2 , e 4.Z è = 8.° 2 , dunque son ben lontani dall'essere eguali . I risultati dunque di questi miei esperimenti non corrispondono all' ipotesi del Volta .

Altri esperimenti .

Per conoscere quali metalli sieno più atti alla formazione della colonna idro-metallica , ne sottoposi alcuni all' esperimento esaminandoli partitamente coll' avvicinarli o a meglio dire , ponendoli al contatto del condensatore di ottone , ed ottenni i seguenti risultati .

Zinco = 3.° 2
Piombo = 1. 6
Stagno = 0 6
Ferro = 0. 1 $\frac{16}{33}$
Bismuto = 0. 1
Antimonio = 0. 0

Con questi semplicissimi esperimenti rimane confermata la preferenza del zinco sopra gli indicati metalli, e si è potuto conoscere con precisione il rapporto tra le sopra accennate cariche. Molti altri esperimenti ho fatti combinando i metalli a due a due, l' uno ossidabile, e l' altro non ossidabile: notai varie differenze fra il torpillare, e la colonna, come pure fra due metalli eterogenei posti al contatto, e due consecutivi strati della colonna, ma tutti questi esperimenti entrano a compimento del propostomi piano. Terminerò questo breve saggio con un semplicissimo esperimento con cui non potrà certamente rimaner più il menomo dubbio sopra la carica di due metalli eterogenei, ch' è quanto a dire se succeda al contatto od al momento che si distaccano.

Posi sopra lo scudo del condensatore X (Fig. II) un piccolo disco di zinco; indi con una mano toccai il detto zinco, mentre che con l' altra metteva in comunicazione col suolo il disco inferiore del condensatore, ed alzato lo scudo senza levare il zinco, rinvenni la medesima carica, che avrei ottenuto coll' avvicinare, e poi allontanare il zinco dal condensatore nel modo già noto. Con questo semplicissimo esperimento sembrami di aver decisa la quistione.

Fig. 3

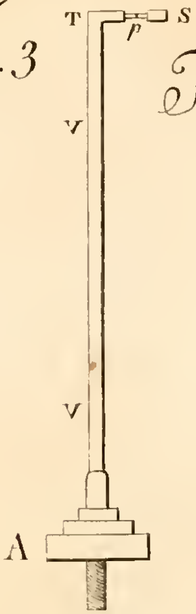


Fig. 7.

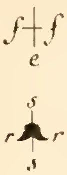


Fig. 6.

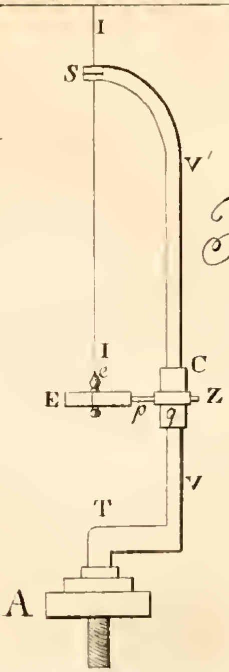

I
S
V'
I
e
C
E
Z
p
q
V
T
A

Fig. 4.

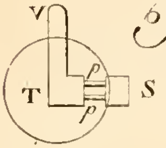
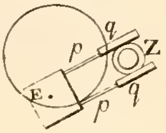


Fig. 5.



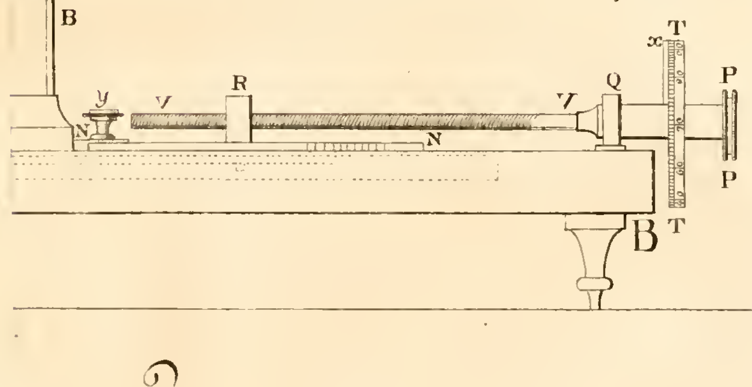

B
y
N
V
R
V
Q
x
T
P
P
N
T
B

Fig. 1.

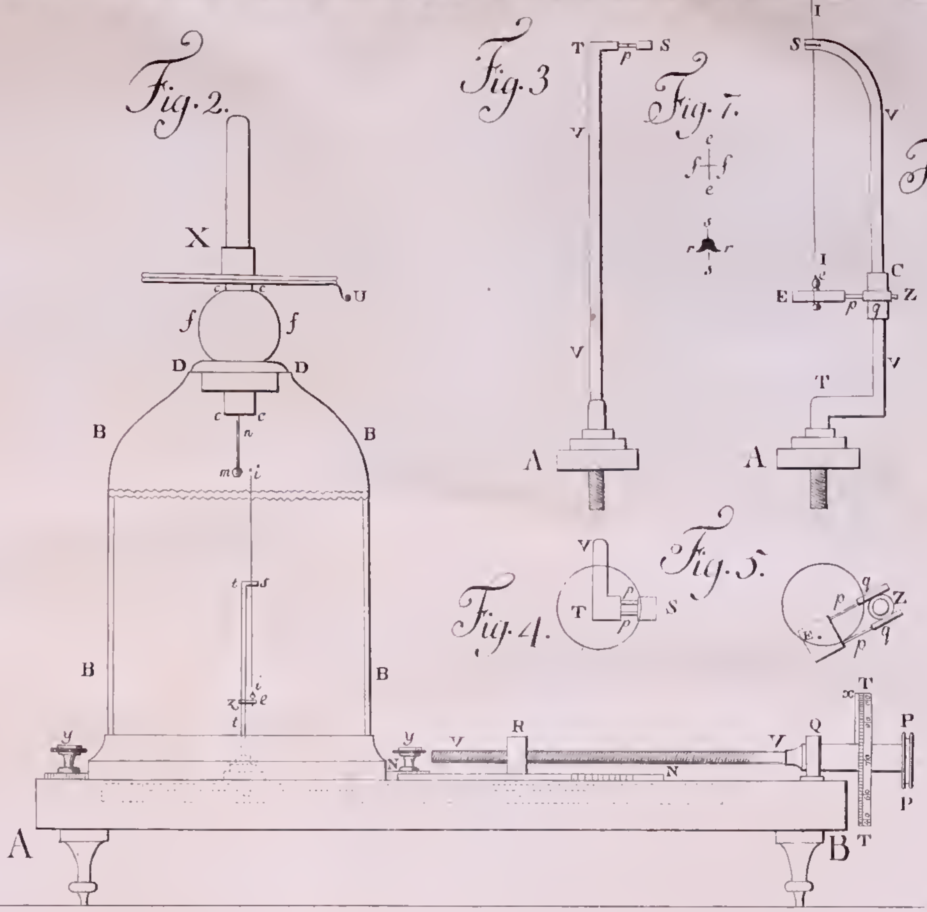
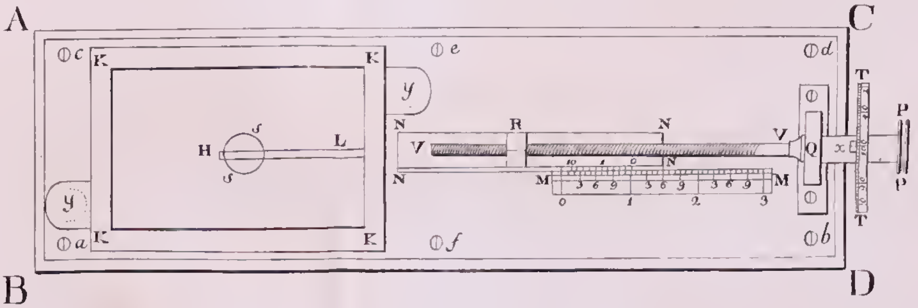


Fig. 2.
X
U
c c
f f
D D
B B
c c
n
m i
t s
B B
i
z e
t
y y
V R V
N N
Q
x T
P
P
A B
T
Fig. 3
T p S
V
V
A
Fig. 7.
e
f f
e
s
r r
s
I
S
V
Fig. 6.
I
C
E Z
p q
V
T
A
V
T
p S
p
Fig. 4.
Fig. 5.
q Z
p
E
p q

Fig. 1.


A
C
c
e
d
K K
y
N
R
N
V
V
H s L
s
N
N
M 10 5 0 M
3 6 9 3 6 9 3 6 9
0 1 2 3
Q
x
T
P
P
T
y
a K K
f
b
B
D

OSSERVAZIONI

DI PAOLO MASCAGNI

SULL' USO DEL CARBONATO DI POTASSA NELLA MALATTIA CHE AFFLIGGE LE VIE ORINARIE ALLORCHE' VI SI FORMA TROPPA COPIA DI ACIDO LITICO, DANDO ORIGINE A CERTE CONCREZIONI ANIMALI CHE SONO DETTE RENELLE E CALCOLETTI ORIGINÁTI DALLA CRISTALLIZZAZIONE DELL' ACIDO LITICO STESSO, E NELLA MALATTIA CHE AFFLIGGE I POLMONI DETTA PERIPNEUMONIA.

Ricevute il dì 7 Giugno 1804.

Alcuni anni avanti del 1799 io era sottoposto a dolori nella regione dei lombi, e di tanto in tanto rendevo delle renelle, e dei piccoli calcoli di un color giallastro come d' ocra, o di matton pesto. Aveva inteso che si usava con molto profitto l' acqua alcalina mofetica, onde me ne procurava, e di tanto in tanto ne faceva uso con qualche profitto.

Avendo immaginato, che dovessero ottenersi dei vantaggi anche maggiori dall' uso del carbonato di potassa, nell' Ottobre del 1798 esponendo la soluzione di potassa concentrata all' azione dell' acido carbonico, che si sviluppa dalle uve in fermentazione, mi procurai una quantità considerabile del detto carbonato di potassa ben saturato, e cristallizzato per farne uso quando l' avesse richiesto il bisogno.

Fra l'Agosto e il Settembre del 1799 essendo stato obbligato a una vita sedentaria, fui malamente attaccato da dolori nei reni, e rendeva frattanto una copia considerabile di renelle, di cui alcuni pezzi più grandi potevano ridursi alla classe dei veri calcoli. Erano queste renelle rossastre e cristalline, e si depositavano nel fondo del vaso tostochè aveva rese le orine: si vedeva, che presentavano le loro faccette lu-

lucenti, attraverso del fluido, che mostravasi alquanto carico, ma trasparente. Io era anche spesso sottoposto ad avere un predominio d'acido nello stomaco, che mi si faceva sentire alla gola.

In tale occasione esaminai le mie orine, e vi trovai un predominio di una sostanza acida, che si faceva anche conoscere immergendovi delle striscette di carta colorita colla Lacca Muffa o *Turnesol Gallorum*, che tosto dal color violetto passavano a un rosso vivo. Ciò mi fece credere, che le mie renelle venissero formate dall' acido Litico, che fosse predominante nelle mie orine. Queste renelle ben lavate, e asciugate nella carta senza colla, e dopo qualche tempo bagnate e poste nella carta colorita colla Lacca Muffa, la tingevano in rosso. Inoltre sottoposte all' azione dell' acqua distillata, vi si scioglievano in quella dose che viene stabilita per l' acido Litico, e trattate in altro modo davano i segni più sicuri, che non erano altro che acido Litico.

Essendomi accertato di questo, mi determinai di fare uso del carbonato di potassa per osservare quello che fosse accaduto.

Nel primo giorno incominciai dal prenderne una dramma, metà la mattina a stomaco digiuno, e metà la sera sul tramontar del sole. Il mio pranzo aveva luogo un' ora dopo il mezzo giorno. Lo scioglieva in onc. 10. d' acqua, aveva pochissimo sapore, non mi portava la più piccola alterazione allo stomaco, nè al tubo intestinale, e subito, che si era la detta soluzione introdotta nello stomaco, seguiva uno sviluppo d' acido carbonico, che si faceva sentire alla gola venendo su per l' esofago, e in seguito ne usciva anche parte pel podice, segno, che seguiva la combinazione della potassa con un altr' acido che cacciava l' acido carbonico, dalla combinazione colla potassa.

Il secondo giorno portai la dose a due dramme, il terzo a tre, e continuai così per lo spazio di giorni dieci sciogliendola in onc. 20. d' acqua.

È

È da avvertirsi, che le mie orine, come ho notato, colorivano in rosso acceso la carta colorita colla Lacca Muffa in violetto. Ogni volta che rendevo le orine, facevo la prova colla suddetta carta, e fino da che cominciai a servirmi della suddetta sostanza salina, mi accorsi che diminuiva l' intensità del colore. Il secondo giorno si ridusse leggierissimo il cambiamento, e nel terzo, non ne seguì alcuno, e si mantenne la carta del suo color violetto; segno che era cessato il predominio dell' acido Litico per la saturazione avvenuta. Nel terzo giorno cessarono colla diminuzione dei dolori di venir mescolate colle orine le renelle. In seguito cessarono totalmente i dolori, e nelle orine, che si erano rese più sottili, trovai il predominio della potassa, come lo mostrò la carta colorita in giallo dalla curcuma, che prese un color di granato, ed altre sostanze, che furono saturate dalla potassa, e formarono dei sali neutri.

Passato il suddetto tempo lasciai l' uso del carbonato di potassa. Continuai a non render renelle per alcuni mesi. Fui in seguito nuovamente attaccato dall' istesso incomodo, tornai a far uso di quel carbonato medesimo coll' istesso successo. Ho replicata questa esperienza medico-chimica tutte le volte che sono stato incomodato e sempre con buon successo. Attualmente sono due anni che non rendo più renelle, non ostante che non mi serva del carbonato di potassa.

Le suddette esperienze par che provino ad evidenza, che la potassa s' introduce nelle vie orinarie, e satura l' acido Litico, formando con esso un sal neutro che per esser più solubile dell' acido Litico stesso impedisce, che abbia luogo la formazione delle concrezioni che costituiscono le renelle di quel genere, che ho descritto: possono darsi bensì renelle di altro genere, che potranno coll' esame riconoscersi per determinarsi a far uso del suddetto carbonato di potassa.

La potassa, la soda, e l' ammoniaco hanno grande azione sulle sostanze animali concrete, che derivano da deposiziozioni, le quali in molte circostanze si formano dagli umori, che si separano per le porosità inorganiche dei vasi del sangue nelle diverse cavità grandi e piccole del nostro corpo, onde si trovano delle sostanze deposte in molti generi di malattie, aderenti alla superficie delle cavità e dei visceri divisati, e alla superficie altresì dei varj canali sotto diverso aspetto. Tali concrezioni ora più, ora meno dense s' incontrano più frequentemente nei cadaveri di quei Soggetti, che sono morti in seguito di una infiammazione violenta o di corto periodo, o cronica e lenta. In quest' ultimo caso coll' incrostazione dei visceri vi si vede ordinariamente congiunta una raccolta di sieri accompagnati da una densa, o sciolta deposizione.

Le suddette sostanze concrete, sottoposte all' azione di una soluzione non molto concentrata dei suddetti alkali, si scioglievano. Quindi è che mi figurai, che potessero gli alkali produrre l' istesso effetto nello stato di vita; e ciò mi fece determinare a far prova in certe malattie inflammatorie dell' utilità medica delle dette sostanze.

Le peripneumonie, che regnano frequentemente presso di noi fra l' inverno, e la primavera, in specie quando per lungo tempo abbiano soffiato i venti settentrionali, e che l' aria siasi mantenuta assai fredda ed asciutta, attaccano le persone più vigorose e robuste, che sono più esposte all' intemperie dell' aria, come i lavoratori delle terre, ed in cert' anni ne fanno strage grandissima.

In tali circostanze, nelle persone morte di una simil malattia ho riscontrato, che i vasi sanguigni dei polmoni, e delle pleure erano eccessivamente dilatati, che la superficie delle istesse pleure, e dei polmoni era incrostata da una concrezione linfatica densa più, e meno, che ora si assomigliava ad una gelatina ed ora per la densità veniva a formare una falsa membrana divisibile in strati di diverso grado di tenacità; che i bronchi, le loro divisioni, e le vescichette polmonali si riempivano di una concrezione consimile, onde de i polmoni si riducevano per la loro densità simili al fegato, non prestando sotto le dita quel cedimento, e pieghevolezza che sono soliti di mostrare. Di quì è che le vescichette polmonali si rendono impermeabili all' aria, il sangue non potendo scaricarsi di certi principj, riceverne altri, ed acquistare quelle modificazioni, che lo rendono atto a stimolare il cuore e mantenere la vita, onde questa cessa, e nei ventricoli del cuore medesimo vi si trova un sangue nero con molte concrezioni formate dal predominio di una sostanza albuminosa, che riempie i vasi, che dopo la morte si condensa, simile a quella, che in simili malattie forma ordinariamente alla superficie del sangue emesso dalla vena la crosta di un bianco verdastro o giallognolo, che vi si osserva comunemente.

Avendo, come sopra indicai, osservato un facile scioglimento delle concrezioni surriferite nella soluzione anche debole di potassa, di soda, e d' ammoniaco, e nel 1800 regnando nella Comunità di Chiusdino nella Provincia superiore di Siena tali malattie, per cui periva un numero considerabile dei più robusti Agricoltori, dietro la scorta delle dette osservazioni, mi determinai di far delle prove col carbonato di potassa, e addirittura colla liscivia delle ceneri che più abbondano in potassa, allungando questa con acqua piovana, o prima bollita, in modo, che la sostanza salina non portasse sconcerto allo stomaco, e al tubo intestinale. Feci in maniera, che fosse in copiosa dose somministrata per bevanda soluzione siffatta. Consigliai a Galgano Mascagni, giovine di molta espettativa rapito da immatura morte, ed allora Medico condotto nella suddetta Comunità, di praticare l' istesso sistema. La riuscita fu d' ogni aspettazione maggiore. Si contavano di già molte vittime di questa specie di epidemia. Le copiose emissioni di sangue, e le sostanze medicinali solite praticarsi in casi di tal natura non producevano effetto perchè pochi si risanavano. Il sangue cavato replicatamente mostrava alla superficie una densa crosta. Le sostanze, ze, che in principio si espettoravano dalla trachea con tosse, erano molto glutinose, e macchiate di sangue le orine peccavano per soverchia densità ed erano scarse, il sudore di rado si manifestava, le glandule linfatiche si riscontravano ostrutte.

S' incominciò l' uso della potassa, e ci servivamo a quest' effetto del così detto sal di tartaro, della liscivia fatta colle ceneri di tralci di vite, di ginestre, di felci, e si allungava la soluzione in modo che al palato facesse sentire un sapor dolcino con un leggiero piccante. Alcuni aborrivano questa bevanda, ma il maggior numero la prendeva senza alcuna difficoltà. Del sal di tartaro in alcuni casi se ne faceva consumare fino a tre dramme il giorno. Tosto che erano gli individui attaccati da tal malattia si faceva lor fare un' emissione di sangue, e immediatamente si mettevano all' uso della suddetta bevanda, e nella maniera la più manifesta vedevamo, che coll' uso della potassa si rendevano meno tenaci li spurghi resi per la trachea, perdendo a poco a poco la densità che avevano sul principio; che si gettavano fuori con tutta facilità, e che si sgravavano sommamente i polmoni. Per altra parte poi si vedeva comparire un copioso sudore, ed orine più sottili e in assai maggior copia, così che in questa forma scioglievasi la malattia, e introdotto l' uso di questa sostanza, non si vide più perire alcuno della malattia endemica indicata.

Il suddetto Mascagni mio Cugino riunì molte istorie di tal malattia, ed io adoprerò ogni premura per rintracciare i suoi fogli a fine di renderle pubbliche.

Ho creduto bene di far conoscere queste osservazioni particolari per invitare i Clinici a volere coi loro esperimenti stabilire l' uso in certe malattie della potassa, e delle altre sostanze alcaline. La potassa, la soda, l' ammoniaco allungati con acqua sono innocentissimi, e molto più neutralizzati dall' acido carbonico. In molte specie d' idropisia, di flussi di umori, e di reumi, che riconoscono per cagione l' inl' intasamento o ingorgamento in virtù di sostanze addensate nelle reti, nei plessi, e nelle glandule del sistema dei vasi assorbenti, l' uso dell' ammoniaco, della soda, e della potassa sciolte nel fluido acquoso, per conseguenza in stato liquido, e in molte circostanze riguardo all' ammoniaco di fluido aeriforme, massimamente quando si deve applicare alla superficie del corpo, ed a quella delle vescichette polmonali, produrrebbono sicuramente dei notabili effetti, stando ad alcune osservazioni che abbiamo fatte, e che spetta ai Medici estendere per il bene degli Uomini. Si tratta di certe sostanze saline che non possono assolutamente nuocere, quando vengano usate con le debite regole e cautele, mentre dall' altra parte possono apportare all' umanità languente immensi vantaggi.

SPERIENZE

SULLE MINUGE, O CORDE D' INTESTINI E SULLE FUNI, O CORDE DI CANAPA

Dell' Abate Bonaventura Corti

Presentate da ANTONIO CAGNOLI

Il dì 15 *Maggio* 1804.

Sperienze su le Minuge, o Corde d'Intestini.

§.° I.

Sulla parola del Wolfio (1), su quella di Efraimo Chambers nel suo Dizionario, e dell' Enciclopedista Parigino alla parola *Hygrometre*, e su quella di molti altri di rango io credeva, che tutte le corde d'intestini, e di canapa bagnate coll' acqua s'attorcigliassero, e s'accorciassero nel medesimo tempo, e poscia si sciogliessero, e s'allungassero nel perder l'umido. Fu a cagione delle giornaliere, e annue mie osservazioni *Meteorologico = Botaniche* che io volli fabbricarmi anche un *Igrometro* con un pezzetto di corda d' intestini d' Animali. Con pensier fermo, che il pezzetto di corda nell' umido dovesse torcersi, e sciorsi nel secco, segnai su di un circolo i gradi dell' umido da marcarsi dall' indice da destra a sinistra, e que' del secco a rovescio de' primi. Da una Camera riscaldata dal fuoco feci passare il mio *Igrometro* in aria libera fuori della finestra alle ore 12. della sera del giorno primo di Gennajo 1772. Durante la notte piobbe assai, e però fui sorpreso da maraviglia, quando alle sette del mattino ritrovai che l' indice avea scorsi i gradi del secco. Sospettando do di sbaglio diedi di piglio ad alcuni pezzi di corde d' intestini, e altri bagnai coll' acqua, altri ne posi all' aria sfogata in allora umida moltissimo per la pioggia, che attualmente cadeva, e veggendoli sciorsi tutti incontanente, m' avvisai del mio errore. Feci lo stesso usando funicelle semplici di canapa, e mi chiarii vieppiù osservandole tutte disciorsi. Gli accennati esperimenti comunque tumultuariamente fatti spronavanmi per l' una parte a condennare allora allora coloro, i quali altramente opinavano. Per l'altra il rispetto con cui riguardava nomi celebrati, sembrava domandare più rigorosa disamina. Il perchè deliberai di rinnovare a più bell' agio le mie sperienze, e scrupolosamente osservare ciò, che ne avverrebbe. Ho eseguito il mio disegno, e ciò, che verrò sponendo si è quanto ho saputo rintracciare su questo punto di fisica sperimentale.

---

(1) Wolf. T. II. Cap. 6. Sperienz. 6, e seguent.

§.° II.

Movimenti delle Corde d' intestini bagnate coll' Acqua.

Prima di recare in mezzo i movimenti, che ho riscontrati nelle corde d' intestini bagnate coll' acqua, od esposte all' umido dell' aria sfogata, conviene, che io accenni la loro indole, e la loro meccanica struttura. Codeste corde adunque si fabbricano cogli intestini tenui delle pecore, e de' montoni. Tratti dall' animale, l' operajo li purga con acqua, e toglie loro le inegualità cagionate o da pinguedine, o da altro. Per simile operazione le budella s' allungano molto, ed assottigliansi per conseguente le loro pareti. Ridotte al termine del ricercato preparamento, l' artefice accomanda l' una estremità del budello a un pezzetto di legno, che è quasi un bischero mobile sul lato di un telajo a tal uopo preparato, e l'altra l'attacca a un ferro adunco piantato nel centro di una rotella, la quale posta in movimento da un' altra maggiore, volge il ferro adunco, e torce l' intestino, o gl' intestini, se sono più d' uno, ed ecco in breve formata la corda. Dopo questo lavoro, l' artefice lascia in riposo la corda, o le corde, e allora spogliansi in parte dell' umido, di cui abbondano, poscia le torce di nuovo una, o più volte, siccome da prima. Sì però l' una, che l'altra torcitura compiesi nel medesimo senso. Di queste corde altre sono formate di un solo intestino, ed io le ho chiamate corde *semplici*, *o a una fibra sola*, come la corda della Fig.ª I.ª Altre ne contengono più d' uno avviticchiati insieme tutti a una volta, e le appello *composte*, *o a due*, *tre &c.* fibre. F. 2. 3. 4. Non debbo passar oltre senz' avvertire, I.° che se altramente non verrà indicato, le sperienze s' intenderanno fatte dentro a una camera, il cui ambiente è sempre stato al grado temperato, o poco sopra. II.° L' acqua, di cui mi sono servito per bagnare le mie corde l' ho conservata nella medesima camera, e nel bagnarle ho fatto scorrere l' acqua sopra le medesime più, e più volte a capriccio. III.° Il peso attaccato all' estremità inferiore è stato appena tale onde rimanessero tese in qualche modo, minore però per le più sottili, maggiore per le più grosse, ma senza rigorosa proporzione. Venghiamo ora agli esperimenti.

§.° III.

La prima sperienza fu da me fatta su differenti corde d' intestini altre delle quali erano in parte usate, altre di vecchia data, e non ebbi riguardo alcuno nè alla lunghezza, nè al diametro delle medesime. Disposi queste, come tutte le altre, per modo, che una delle loro estremità fosse attaccata a un' asta orizzontale, e l' altra giacesse perpendicolare, e libera, salvo il piccolo peso per tenerle distese. Le bagnai adunque coll' acqua, e tutte all' istante si sciolsero volgendosi l' indice da *a* in *bcd* (1), cioè in senso contrario a quello, onde erano state attortigliate nella loro formazione. Perduto ch' ebbero l' umido le bagnai di nuovo, e manifestossi lo scioglimento come da prima : e nell' asciugarsi mi parvero dare indietro, e torcersi.

---

(1) Fig. 1. e 3.

Per assicurarmi della costanza di questi fenomeni presi quattro corde nuove, e fabbricate di fresco, delle quali due erano di tre fibre, e due di cinque, e la lunghezza di ciaschedunna era di quattro piedi parigini. Dispostele come sopra le umettai l' una dopo l' altra osservandone attentamente gli effetti, e vidi che tutte si sciolsero. Lo scioglimento però fu assai più pronto nelle meno composte, più lento nelle più grosse. Lasciai d' innaffiare le mie corde, e niente di meno seguitarono a sciorsi. Dopo qualche tempo arrestaronsi; indi cominciarono a volgersi in parte opposta, cioè da *a* in *dcb* (1) torcendosi. Questo movimento contrario, o torcimento seguitò ora più, ora meno lungo tempo a proporzione della maggiore, o minore tardanza delle corde ad asciugarsi perfettamente. Bagnai in seguito ben otto volte codesto apparecchio di corde, conceduto loro lo spazio di volta in volta per asciugarsi, e vidi sempre altrettanti scioglimenti delle medesime, come ancora un pari numero di volte il loro torcimento nel perder l' umido. Ho versato su di altre corde dell' acqua calda, e i fenomeni sono riusciti gli stessi, salvo uno sciorsi più sollecito anzi sollecitissimo. Le stesse cose ho veduto pure in molte altre corde a bella posta messe alla prova bagnandole con aceto, e spirito di vino, a riserva di una maggiore, o minore prontezza.

Avea già meco stesso divisato di non tormentare mai più le cimentate quattro corde siccome quelle, che erano omai senza lena per li tanti, e sì diversi bagnamenti sopportati. Ma dopo un volger di giorni vennemi in capo d' assoggettar novamente all' acqua le due meno grosse su l' idea di ve-

---

(1) Fig. 1. e 3.

vederle o affatto immobili o appena risentite per lo scioglimento. Ma che? al tocco dell'acqua, o poco dopo anzi che rimaner senza movimento, o sciogliersi, le vidi attortigliarsi. Posimi ad osservare con singolare curiosità se al perdere che facean l'umido nascesse nelle medesime movimento contrario di scioglimento: e in fatti le osservai riffare la strada, e sciorsi benchè lentamente. Innaffiate in seguito per molti giorni vidi i medesimi fenomeni, quantunque simili movimenti si eseguissero lentamente in corde omai spossate.

Per questo impensato accidente mi vidi in necessità di prendere nuova serie di corde dubitando non si potesse forse manifestare lo stesso fenomeno nelle medesime anche la prima volta bagnate. Scelsi adunque sei corde, la cui lunghezza era di cinque piedi: due di una fibra sola, due di tre, e l'altre due di quattro. Le bagnai al solito, e tutte si sciolsero prontamente non una, ma ben tre volte in differenti giorni innaffiate. Assoggettate all'acqua la quarta volta m' accorsi finalmente come tre delle composte tentarono di torcersi, poi si rimisero all'usato scioglimento. D' indi in poi replicando i bagnamenti fino a venti volte le quattro *composte* sempre incominciarono a moversi torcendosi più o meno, non così le *semplici*, le quali sempre si sciolsero.

L' avere osservato come le corde replicatamente innacquate mostravano spire assai malmenate, e che allora appunto inumidite incominciavano a torcersi, fu cagione onde io dessi di piglio a nuova serie. Queste corde e per lo numero, e pe' diametri erano affatto eguali alle precedenti; ma il peso loro accomandato fu di gran lunga maggiore di quello saria bastato per tenerle solamente distese, anzi era nato fatto per allungarle violentemente, e sconcertare le loro spire. Appena furono tocche dall' acqua che tutte si sciolsero con singolare prestezza, e allungaronsi moltissimo, e allo svaporare dell' umido si torsero, ma poco. Tosto che furono seccate visitai le loro spire, e le ritrovai del tutto malconcie: Bagnai queste corde, e tutte immantinenti s'attortigliarono. In questo innaffiamento avea liberate le corde dal peso soverchiamente grande, e avea sostituito il peso consueto leggerissimo. Codeste corde torcendosi sempre tanto perderono dell' acquistata lunghezza, che diseccate, riuscirono più brevi della primiera fissata misura di quattro piedi, specialmente le due semplici. Ho innaffiate poscia più, e più volte le stesse corde, e le *composte* sonosi sempre più o meno torte da principio, indi disciolte al pari dell' altre, ma le semplici per lo più si sono sciolte.

Tralle tante corde d' intestini, che ho bagnate, due sole ne ho incontrate una di quattro fibre, l' altra di una sola, le quali dopo il primo innaffiamento, in cui non erano gia state violentemente sconcertate, sempre si torsero per due o tre giri, indi si sciolsero. Ho poste moltissime corde d' intestini all' aria umida, ed ho veduti in esse compiersi lo scioglimento, durante l' umido, indi il torcimento nell' asciugarsi. Ho bagnate con olio d' ulivo corde d' intestini e nuove, e usate: delle prime tal' una si è sciolta per un intero giro d' indice in una giornata, tale altra si è contentata di una metà, o di un quarto. Delle seconde alcune hanno solamente dato segno di scioglimento.

Dalle surriferite replicatissime sperienze parmi d' essere a portata di stabilire le seguenti leggi, cioè:

I. Tutte le corde d' intestini bagnate coll' acqua la prima volta si sciolgono, e tutte nell' asciugarsi si torcono.

II. Tutte le suddette corde composte bagnate più, e più volte alla fine si torcono più, o meno, indi si sciolgono.

III. S' incontrano talvolta corde di tal umore che nel secondo innaffiamento si torcono per alcuni giri, poscia si sciolgono.

IV. Le più sottili, il resto pari, sono più snelle, e pronte; e le più grosse sono più pigre ne' loro movimenti.

§.° IV.

Ragioni Fisiche delle Leggi stabilite.

Rimane ora a cercare quali sieno le ragioni fisiche delle accennate leggi de' movimenti delle corde d' intestini. E quanto alla prima parte della prima, cioè, che *tutte le corde d' intestini bagnate la prima volta si sciolgono*, converrà forse por mente, che comunque le budella ridotte a corde vengano poste in uno stato alle medesime del tutto straniero, diventando forzatamente una spirale; ridotte però una volta a quella forma sono gelosissime di conservarla. Quindi per una certa rigidezza, che le loro parti hanno acquistata rimanendo asciugate in tale stato, e per una certa elasticità, che nasce e dalla rigidezza, e dalla disposizione delle loro parti cozzano con qualunque potenza, perchè non tolga loro l' accennata rigidezza, ed elasticità. Anche una specie di glutine naturale alle budella preparate per le corde concorre a renderle tenaci della loro spirale. Per rimovere adunque le corde da codesto stato vuolci una cagione, la quale tolga la rigidezza alle parti, e alle spire, sciolga quel glutine, ed infievolisca l' elasticità, e questo agente si è appunto l' acqua. È già nota abbastanza la forza attraente o simpatica tra l' acqua e i corpi, cui penetra. E siccome l' acqua penetra mirabilmente le budella allora quando preparansi per farne delle corde, così dee spingersi, e in realtà si spinge dentro le corde in virtù del medesimo principio. Facciasi dunque scorrere dell' acqua su di una corda, quell'acqua la penetrerà; cioè a dire le particelle dell' acqua a maniera d' innumerevoli cunei si spingeranno dentro a' pori delle parti esteriori della corda, investiranno le parti interiori, s' insinueranno tra le labbra delle spire, e rammolliranno il glutine, che insieme strignevale. E in quella guisa, che le legna, le pelli etc. penetrate dall' acqua si dilatatano , perdono la rigidezza , e l'elasticità, così addiviene della nostra corda . Frattanto gonfiansi le parti tutte , e non potendo le spire essere contenute negli spazj di prima , cercano dilatamento, e creansi movimenti in tutte le parti della corda . Codesti movimenti non ponno eseguirsi da sinistra a destra, cioè da *a* in *dcb* (1) mentre in questa ipotesi le spire dovrebbero vieppiù serrarsi insieme . È dunque mestieri che compiansi da destra a sinistra , vale a dire da *a* in *bcd* , e che la corda si sciolga , e si scomponga ; ovvero che le fibre cerchino di ritornare allo stato loro naturale , tolta la rigidezza , e quella forza , che in virtù della torcitura tenevale soggette alla forma spirale .

L' altra parte della medesima legge consiste in questo che *tutte le corde d' intestini al partire dell' umido si torcono* . La ragione di questo fenomeno sembra nascere dalla meccanica stessa delle nostre corde . Conciossiachè quando per l'azione dell'acqua si sono sciolte , sono state rimosse da una modificazione già divenuta loro necessaria , e quasi naturale, a cui per conseguenza ritornano qualora tolgasi la cagione , che disturbolle da quella forma . Così se di un sottil filo d' acciajo fabbrichisi una spirale , indi per forza se ne sconcertino i giri , si rifaranno le spire tosto che cesserà la violenza . Passando adunque l' umido delle corde nell' aria , che le lambisce , le parti , e le labbra delle spire s' accostano , il tessuto ritorna serrato , risvegliansi , e tornano in campo la rigidezza , e la forza , che spignevale alla configurazione spirale , che è poi quanto dire , che le corde si torcono , e si ricompongono le spire .

Dal detto finora discende la ragione della seconda legge , la quale stabilisce , che *le corde d' intestini molte , e molte volte innacquate alla fine si torcono , indi si sciolgono* . Poichè i bagnamenti , e scioglimenti tante volte replicati

---

(1) Fig. 1. , e 2.

spossano le fibre, e spoglianle in gran parte della loro energia, sconcertano moltissimo l' ordine delle spire, che nello svaporare dell'umido con singolare lentezza si ricompongono. Frattanto le corde, che pigramente si torcono sono sorprese tra via dal secco, cioè a dire il glutine indura, e le parti rimangono inceppate, sendo troppo tenue la forza, che le spigne a torcersi per vincere gli ostacoli. Le spire adunque, le quali tendevano a chiudersi rimangono aperte, e tutta la corda in tale stato irrigidita. Sopravvenga ora l'acqua, e bagni codesta corda, il glutine s' ammollisce, l' inceppamento si toglie, l' accennata debole forza prevale, le spire vanno a chiudersi, e la corda si torce. Ma non va guari, che la medesima corda dà indietro, e si scioglie per le ragioni accennate alla prima legge. Che se le corde saranno state stranamente tormentate, allora potranno anche torcersi sempre o quasi sempre senza sciorsi, o sciorrannosi pochissimo. Attaccai un peso di tre libbre ad alcune corde di due fibre: le innaffiai, e si sciolsero con singolare prestezza allungandosi fuor di misura sì nel primo, che nel secondo bagnamento, e senza dare indietro nell' ascingarsi. Bagnate la terza volta si torsero perpetuamente nel tempo, in cui sovr' esse scorreva l' acqua, e dopo ancora, e solamente sul tardi, e per poco si sciolsero.

Che se ci verranno alle mani corde di tal natura, onde bagnate anche la prima volta rimangano soverchiamente danneggiate nelle loro spire, codeste corde al secondo, o terzo innaffiamento più o meno si torceranno, e poi giusta il costume si scioglieranno, per le ragioni di sopra accennate. Ed ecco il perchè della terza legge, che vuole, che *talvolta s' incontrino corde di tale umore, le quali nel secondo innaffiamento si torcano*.

L' ultima ci assicura, che *le corde più sottili sono anche più pronte ai movimenti, il resto pari*. Io sono d' avviso che tutto questo dipenda dalla meccanica struttura di queste corde. Imperciocchè egli è certo, che le più sottili contano maggior numero di spire di quello ne abbiano le più grosse in pari lunghezza. Egli è anche fuor di quistione, che le più sottili hanno maggior superficie a proporzione, di quello abbiano le più grosse. Quella maggior superficie, e quel maggior numero di spire presentano all' acqua, che le investe contatti più replicati, ingressi più facili alle parti interiori, penetrazione più pronta, aprimenti di spire più solleciti, e in fine scioglimenti più snelli. Per l' accennata più estesa superfizie l' aria proporzionalmente più le lambisce, più presto le spoglia dell' umido, e però sono le prime a dare indietro in faccia alle corde di maggior diametro.

§.° V.

Allungamenti, e accorciamenti delle corde d' intestini bagnate coll' acqua.

Dopo avere osservato i movimenti delle mie corde, posimi ad investigare se, come, e quando allungavansi, od accorciavansi, qualora erano investite dall' acqua. Bagnate a questo fine differenti corde d' intestini e nuove, e usate, non seppi mai vedere in esse altro che il loro sciorsi, e il loro allungarsi nel tempo dell' innacquamento, poi il loro torcersi, ed abbreviarsi allo svanire dell' umido. Volli ripetere lo stesso cimento due altre volte, e i risultati furono sempre i medesimi. Era già presto a stabilire un Canone, cioè che tutte le corde per l' umido s' allungavano, e accorciavansi pel secco. Ma l' autorità de' chiarissimi Filosofi da principio nominati, creavami un rimorso, cui non sapea soffogare.

Prese adunque due corde lunghe quattro piedi nuove, e semplici, che è quanto dire delle più prodighe de' loro fenomeni, e appiccato alla parte inferiore delle medesime un piccolo peso, indi marcata scrupolosamente la distanza dell' estremità inferiore del peso dal sottoposto piano, una ne bagnai.

gnai. Questa al sentir l' umido già tosto si sciolse, e adattata l' infallibile misura tra l' estremità nominata del peso, e il piano, la corda mi si fece vedere di un pelo allungata. Un pezzetto di spugna adattato all' estremità superiore della medesima corda le somministrava l' acqua poco a poco, ed essa sciogllevasi velocemente, e vieppiù allungavasi. Dopo un minuto e mezzo o circa giunse ad acquistare una lunghezza di 4. linee. Continuava l' innaffiamento della corda, ed io aspettava nuovo allungamento, cui pareami presagire sicuro lo sciorsi sollecitissimo che allora facea. Adattata però la misura, vidi con non poca mia maraviglia, che la corda quasi pentita, e malgrado uno scioglimento continuato diedesi ad accorciarsi, e sciogliendosi sempre, giunse a farsi più breve per ben tre pollici parigini, compresovi l'acquistato vantaggio di 4. Linee. Sospesi l' innaffiamento, e la corda perdendo l' umido tornò su i suoi passi, giusta il costume, e abbreviossi di un altro pollice. Posi allo stesso cimento anche la seconda corda, adoperando in tutto e per tutto come nella prima sperienza, e vidi chiarissimamente l' allungarsi da principio, poscia l' accorciarsi, siccome nell' altra. Il giorno vegnente richiamai all' innaffiamento tutte e due le mie corde, e tosto appalesossi l' allungamento. Giunto alle quattro linee, poi al mezzo pollice, m' avvisava di vederne l' accorciamento, ma coraggiose andarono innanzi, nè mai più s' accorciarono se non se allora quando incominciò a svaporar l' umido, e si torsero, poichè oltrepassarono l' abbreviamento della prima volta. Molte altre volte in differenti giornate rinnovai la stessa prova, nè altro più osservai che allungamento in tempo d' umido, e accorciamento al ritornare del secco.

Per assicurarmi della immutabilità di codesti fenomeni scelsi altre quattro corde nuove, e semplici, due delle quali erano colorate di violetto: bagnandole vidi i seguenti effetti. Le due prime non colorate al ricever l'acqua si sciolsero, ed allungaronsi l' una per tre linee, l' altra per quattro,

tro , o circa : indi sopravvenne l' accorciamento fino a linee 11. nella prima , e a linee 7. nella seconda . Asciugandosi poi, e ritornando indietro , il totale abbreviamento fu di due pollici nella prima , nell' altra un pollice , e linee 7. Delle due colorate , comechè meno risentite , una s' allungò linee 2. , l' altra linee 3. , o circa . Nell' accorciarsi durando lo scioglimento la prima divenne più breve linee 5. , la seconda linee 2. Nel seccarsi , e torcendosi , quella perdè in tutto pollici 1. linee $2\frac{1}{2}$, questa pollici 1. linee $3\frac{1}{4}$ della comune lunghezza di quattro piedi . Io non lasciai di replicare gl' innaffiamenti di codeste corde per molti giorni consecutivi , e d' indi in poi le vidi costantemente allungarsi nel bere l' umido , e abbreviarsi solamente allo svaporare del medesimo, e allorchè davano indietro . Molt' altre corde nuove differenti per diametro, per lunghezza, per energia sono state da me poste ai medesimi cimenti , e gli effetti sono riusciti gli stessi , salvo il più , o il meno . Ciò però vuolsi inteso, purchè le corde sieno state dall' acqua ben penetrate la prima volta . Altramente le corde allungheransi , e poi s' accorcieranno sciogliendosi anche la seconda volta , quasi fosse il primo innacquamento. E questo di leggieri accade nelle corde esposte all' umido dell' atmosfera . Ho ancora osservato che il maggiore allungamento , e accorciamento continuato non s'ottiene già sempre la prima , o le prime volte , in cui le corde ricevono , e perdon l' umido . Però generalmente sminuisce l'allungamento cagionato dall' umido , e fassi maggiore l'accorciamento nel passare alla siccità , comunque ciò segua senza regola . La ragione si è perchè dipendono questi effetti dalle circostanze della tempera dell' aria in cui si fanno gli sperimenti , dal grado dell' umido regnante allora nell' atmosfera , e dall' indole delle corde ; cose tutte , le quali mal soffrono leggi costanti .

Un giorno bagnando corde per li moltissimi innaffiamenti ti omai spossate, e che perciò non davano segno di movimento se non se dopo un minuto, o cira, m' accorsi che niente di meno s'allungavano quando per una, quando per due linee, e ciò avvenne talvolta quando i movimenti ricominciavano dal torcersi. Il perchè sospettai, che le corde d' intestini potessero allungarsi anche allora quando fossero impedite allo sciorsi. Fissate due colonnette come AB (1) attaccai all'estremità inferiore di una corda usata un leggerissimo bastoncino C D, il quale poteva bensì ascendere, e discendere tra le due coloncine, ma non già volgersi attorno, e però la corda era bensì in libertà di allungarsi, o di accorciarsi, ma non di sciorsi, o attortigliarsi. Bagnai questa corda così inceppata, e tosto manifestossi l' allungamento della medesima, indi l' accorciamento al partire dell' umido, quasi non altramente, che se fosse stata libera. Ho posto allo stesso cimento molt'altre corde similmente usate, e i fenomeni sono stati i medesimi per modo, che non ho dubitato d' asserire, che l'allungarsi, e l' abbreviarsi delle nostre corde non è sempre dovuto allo sciorsi, o torcersi libero delle medesime coll' altre circostanze accennate di sopra.

Parea cosa naturale il conchiudere qualche allungamento anche nelle corde nuove similmente bagnate, ed infrenate. Pure volli assicurarmene colla sperienza, e ne fui contento. Due corde nuove l' una di due, l' altra di tre fibre furono disposte come nella Fig. IV. Bagnai la più composta, ed essa non mi parve allungarsi sensibilmente, ma sibbene accorciossi senza dimora. Erano singolarissimi gli sforzi, che facea quella corda per isciorsi, e non potendovi riuscire incominciò a prendere varie curvature in differenti tratti di sua lunghezza. Quelle curvature da prima larghe impiccolirono, due serraronsi insieme, e formarono una spira bellissima. A questa un' altra s' aggiunse, indi dell' altre, per le quali venne a formarsi nella corda come un pezzo di cilindro *a* , *b* , *c* , simile al maschio della vite (1) . Un altro cilindro simile al primo comparve nell' estremità inferiore cioè *d* , *e* , ed altri se ne sarebbono veduti , se per un accidente la corda non si fosse posta in libertà , e sciolta improvisamente . In tanto la corda si era abbreviata per più di mezzo piede , ed erasi ancora gonfiata non poco . Passai alla seconda , e questa senza allungarsi nè punto nè poco tosto si fece più breve , quà , e là incurvossi , e non andò guari , che vidersi tre cilindri di spire serratissime l' uno de' quali era composto di 30 , gli altri due di 9 di quelle spire . E come le spire nascevano dallo sforzo delle corde per isciorsi , e lo scioglimento tentavasi inferiormente da sinistra a destra , e superiormente da destra a sinistra giusta l' indole della torcitura della corda , così le spire vedevansi nascere di sopra , e di sotto , ma l' une a rovescio dell' altre . In tanto la corda erasi accorciata straordinariamente per piedi 1 , pollici 4 , linee 8 . Sospeso il versar dell' acqua , gli sforzi allo scioglimento cessarono , e la corda incominciò a perder l' umido , svanirono le spire , e la corda asciugata avea ricuperato mezzo piede della perduta lunghezza . Gli stessi fenomeni manifestaronsi a proporzione in altre corde nuove alla stessa prova assoggettate . In forza delle accennate osservazioni passo a stabilire alcune leggi su gli allungamenti , e abbreviamenti delle mie corde , e sono :

---

(1) Fig. 4.

I.° Tutte le corde d' intestini nuove , e libere bagnate la prima volta con acqua s' allungano un poco , indi s' abbreviano , quantunque continuamente si sciolgano .

II.° Tutte le suddette corde s' accorciano nell'asciugarsi .

III.° Tutte le corde d' intestini ben penetrate dall'acqua la prima volta s'allungano poi sempre in avvenire nel tempo dell' innaffiamento .

---

(1) Fig. 4.

IV.° Al sopraggiugnere, e allo svanire dell' umido più s'allungano, e s'accorciano le più sottili, meno le più grosse, il resto pari.

V.° Le corde usate, e non libere a i movimenti da prima s' allungano un poco, indi s' accorciano in tempo dell' innacquamento: le nuove s' abbreviano solamente, e non s' allungano se non se perdendo l' umido.

§.° VI.

Ragioni Fisiche delle leggi stabilite.

Qualunque volta l' acqua investe la superficie esteriore delle nostre corde s' insinua con violenza dentro alle medesime. E come le labbra delle spire sono le più facili a concedere l' ingresso all' acqua, questa nell' insinuarsi le spinge, le distacca, e le allontana alquanto, e però le corde sul principio dell' innaffiamento s' allungano per qualche linea. L' acqua apertesi le strade, s' impadronisce dell' interno delle corde, ne rimove tutte le parti, e la corda tutta dall' imo al sommo si gonfia, ed ecco cessare l' allungamento, e succedere l' abbreviamento. Ciò meglio s' intenderà, se ponghiam mente, che quando il cordajuolo fabbrica le corde, col torcimento cagiona gran violenza nelle fibre longitudinali delle budella costrignendole ad allungarsi, in ispezialità le esteriori per l' arco maggiore che deon fare, intanto che le interiori più tosto comprimonsi. Qualora dunque per l' umido s' ammolliscano le parti, e si tolgano i legami, le fibre in pria violentate rimettonsi, in parte almeno, nello stato primiero dando indietro, accorciandosi, e dilatandosi insieme, che è quanto dire, la corda s' accorcia. Egli è vero, che lo sciorsi continuato delle corde sembra essere, anzi lo è contrario al loro abbreviarsi: ma se vogliasi riflettere, che questo scioglimento giova moltissimo per agevolare l' entrata dell' acqua nell' interior della corda, l' ingrossare di lei in tutte le sue parti, e tendere a rimettersi nel pristino stato cagionerà nella corda maggiore accorciamento di quello produca allungamento lo sciorsi continuato della medesima. Questo è ciò, che ho creduto di poter dire su la prima legge, la quale asserisce, che *tutte le corde nuove, e libere bagnate la prima volta s' allungano un poco, indi s' accorciano*.

Ho asserito in secondo luogo, che *tutte le corde d' intestini s' accorciano nell' asciugarsi*. Qualora l' umido passa dalle corde nell' aria, i pori delle particelle delle fibre, e le labbra stesse delle spire vengono liberate dalle particole acquee, le quali toglievano alla corda la sua energia. Torna dunque in campo quella forza, la quale spingevale alla spirale, la corda si torce, e ristabilisconsi alla meglio gli antichi contatti tra parti e parti, tra fibra e fibra, tra spira e spira; cose tutte, le quali seco portano l' abbreviamento della lunghezza della corda. Quindi quantunque nel primo innaffiamento la corda siasi abbreviata anche nel tempo, nel quale sciogievasi, per le ragioni recate nella prima legge, seguirà ad accorciarsi anche asciugandosi, giacchè allora si torce. Negli altri bagnamenti poi, in cui la corda s' allunga, non solamente perderà l' acquistata lunghezza, svaporando l' umido, ma diverrà più breve ancora di volta in volta, fino però a un termine discreto. Conciossiachè le corde penetrate dall' acqua, e ammollite cerchino di sempre sottrarsi dallo stato violento della torcitura, la quale allungò soverchiamente le loro fibre, e di rimettersi nel primiero loro essere quanto più il possano, quantunque in tale circostanza s' allunghino. Svanisca l' umido, e le corde ricomporranno le spire malmenate, ma il faranno per modo, che le fibre longitudinali nel piegarsi non ritorneranno più al termine d' onde partirono l' altra volta, perdendo così più o meno di loro lunghezza. Quindi è, in parte almeno, che le corde d' intestini assoggettate all' acqua ingrossano qualche poco. Conviene ancora avvertire, che l' acqua sulle corde versata porta seco più, o meno di certa loro sostanza, o glutine, perchè allora diventa assai molle. Se quell' acqua raccolgasi, e si ponga a svaporare lascia nel fondo una crosta, la quale seccata che sia non si ammollisce talvolta che coll' acqua bollente. Ora quella sostanza rapita dall' acqua giaceva tra le parti delle fibre, tenevale lontane, e seccandosi toglieva loro in parte l' agio d' accorciarsi. Come poi codesto ostacolo va scemando di volta in volta, così le parti delle fibre viemaggiormente danno indietro, e restringonsi, e le corde anche per questo deono perdere di loro lunghezza. Sarà forse ancora per lo scemare di quella pingue sostanza, che le corde perdendo l' umido diventano dure, e rigide assai più di quello fossero da principio quando erano nuove, ed intatte.

In terzo luogo ho detto, che *le corde ben penetrate dall' acqua la prima volta s' allungano poi sempre in avvenire nel tempo dell' innaffiamento*.

La ragione di questa legge sembra essere perchè le fibre delle corde soverchiamente penetrate, e ammollite dall' acqua la prima volta sonosi rimesse dallo stato violento della torcitura, ed abbreviate quanto il potevano. Investite di bel nuovo dall' umido debbono sciorsi, e come non hanno più forza per restringersi, cedono alla violenza dell' acqua, che le penetra e le ammollisce anche più di prima. Quindi le parti tutte vengono rimosse dai serrati contatti, le labbra delle spire s' aprono, e s' allontanano. Le spire stesse rammollite, e floscie si fanno più oblique, e s' allungano, e tutta la corda per conseguenza cresce in lunghezza.

La quarta legge stabilisce, che *al sopraggiugnere e allo svaporare dell' umido più s' allungano e s' accorciano le corde più sottili*; *meno le più grosse*, *il resto pari*.

Le corde sottili siccome quelle, le quali hanno maggior superfizie delle grosse sono anche per conseguente più investite, e penetrate dall' acqua; sono ancora più omogenee, più pronte a i movimenti, più ricche di spire, e quindi gli aprimenti delle medesime riescono più solleciti e più numerorosi in queste, di quello sieno nelle più grosse. Egli è adunque necessario, che le sottili più s' allunghino nel tempo dell' innaffiamento. Qualora poi l' umido le abbandoni saranno più pronte delle grosse a dare indietro, perchè le spire più numerose si rifaranno, i toccamenti si ristabiliranno, e l' accorciamento diverrà maggiore di quello riuscirà nelle più grosse.

Vuole la quinta, ed ultima legge, che *le corde usate e non libere a i movimenti s' allunghino un poco, indi s' accorcino nel tempo dell' innacquamento; e che le nuove s' abbrevino solamente, e non s' allunghino se non se perdendo l' umido*.

Qualora l' acqua sorprende le corde usate s' insinua tosto nelle loro spire, e le apre, e questo aprimento cagiona nelle medesime qualche allungamento. Le corde nuove però impedite allo sciorsi non s' allungano sensibilmente, ma tosto s' accorciano; poichè se appena s' allungano una, o due linee allora quando sono libere, indi s' abbreviano sciogliendosi violentemente, non è poi maraviglia se non si vede allungamento quando sono infrenate. Conciossiachè la violenza per isciorsi cagiona contorcimenti, avviticchiamenti, e movimenti in opposito nelle parti, indi si formano nodi, o grosse spire nella lunghezza di queste corde, come osservasi nella *figura quarta*; e in fine un notabile accorciamento. Le corde usate poi s' allungheranno alcune linee, perchè sendo spossate, lasciano il campo all' acqua di aprire le spire anzi che nascano violenze per isciorsi, le quali però nate che sieno faranno sì, che anche tali corde s' accorcino a proporzione, come le nuove.

Sperienze su le Funi, o Corde di Canapa bagnate coll' acqua.

§. I.

Prima di far palesi i fenomeni da me osservati all' occasione di bagnare le funi è necessario che io accenni la meccanica struttura delle medesime, e la loro varietà, cose tutte indispensabili alla chiara intelligenza dei risultati.

1.° Filo *semplice* per me è quello, che formano le *filatrici*, o i *cordajuoli* filando la stoppa. Questo filo non presenta che una sola torcitura da *a* in *dcb* (1). Le fila formate dalle donne sono variamente sottili, quelle dei cordajuoli sono variamente grosse.

2.° Se due di queste fila come *p*. *q*. (2) uniscansi insieme in una loro estremità, e restino separate nelle altre due estremità *p*. *q*., e seguitisi a torcerle nel senso di prima, cioè da *o* in *rnm* creasi una torcitura violentissima, spezialmente nelle parti vicine alla loro unione *bc*. E come le dette due fila non ponno mai sciorsi, perchè il cordajuolo seguita anzi a torcerle, per tale violenza danno indietro a parte opposta alla continuata torcitura, cioè tentando di svolgersi da *o* in *mnr*, si uniscono insieme, si avviticchiano, e formano un composto, le cui spire sono del tutto opposte a quelle della prima torcitura. Così formasi una *funicella* che io chiamo a *due torciture*.

3.° Se le fila sieno tre, come *tnz* (3) unite e attortigliate colla solita violenza da *o* in *tnm* si volgeranno in senso contrario *abcd*, e nascerà la fune *hi* composta di tre funicelle.

4.°

---

(1) Fig. I.
(2) Fig. V.
(3) Fig. VI.

4.° Se useremo tre fila *x z y* (1) con queste attorcigliate al solito nascerà la funicella *e r* le cui spire saranno già opposte a quelle delle fila *x z y*. Volgendo adesso con forza *e r*, *n r*, *o r* le tre funicelle dando indietro comporranno la fune *b f g* .

5.° Finalmente se piglieremo le funicelle *x y* (2) e torcansi con violenza queste si volgeranno in opposto, e daranno la fune *p g* a tre torciture. Se questa, e la sua simile *m i* sono costrette a strignersi vieppiù daranno indietro e comporranno la fune *b f* a quattro torciture. Se le due funicelle componenti *b f* si unissero alle altre due *g k*, e tutte nello stesso tempo venissero forzate a torcersi nascerebbe la grossa fune *H L* a cinque torciture.

Formata l' idea della meccanica struttura delle funi s' intende facilmente onde sia che le funi si mantengono nel loro stato, quando non sieno logorate dall' uso che se ne fa. Poichè le spire perseverano nel loro stato per la continua violenza che sempre sussiste. S' intenderanno pure i vari loro movimenti allorchè vengano bagnate, ed in seguito asciugate. Avverto pure che, se altramente non venga indicato, le sperienze s' intenderanno fatte su le funi fissate con una loro estremità ad un' asta orizzontale, e all' altra adattatovi un piccolo peso unicamente per impedir loro l' aggrovigliarsi.

§. II.

Movimenti delle Funi bagnate.

Le prime sperienze, che ho tentate su le funi, o corde di canapa le ho fatte con *accia* comune e sottile, e con fila di refe, disposte come ho indicato di sopra. Al tocco dell' acqua, che ho versata sopra di esse, le ho vedute sciorsi si tutte con grande prestezza, e l'accia in ispezie. Svanito l'umido, le ho bagnate di bel nuovo, e le ho osservate sciorsi come da prima, però con minore prontezza; che che ne dica il Wolfio, e i suoi aderenti.

---

(1) Fig. VII.
(2) Fig. VIII.

Ho preso accia grossa a tre o quattro spaghi, e funi di diversi diametri a tre torcigliature: le ho bagnate, e tutte senza eccezione si sono sciolte; altre però con maggiore, altre con minore prontezza. Generalmente le più sottili sono state più snelle, le più grosse meno sollecite ai movimenti.

Conceduto a questa serie di funi il tempo necessario per asciugarsi, le richiamai un' altra volta al bagno attendendone lo scioglimento, che nelle accie, e nei refi avea veduto. Ma io andai errato, mentre di queste funi tal' una incominciò a torcersi, indi si sciolse, e tal' altra si attorcigliò prontamente. Sorpreso dalla novità inaspettata, asciugate che si furono, le bagnai di nuovo, e le vidi sempre attorcigliarsi, benchè le umettazioni fossero replicate da cinque in sei volte in tempi differenti, ed aspettatone sempre l'asciugamento.

Tentai altre volte la stessa sperienza in altre serie di funi simili, e sempre osservai i medesimi fenomeni. Vale a dire qualora le accie grosse, e le funi a tre torciture sono state ben penetrate dall' acqua la prima volta, in cui sempre si sono sciolte, d' indi in poi richiamate al bagno, sempre le ho vedute torcersi.

L' accia comune poi e sottile si torse solamente alla terza o quarta umettazione. Quando però ho accomandato a queste accie pesi maggiori del bisogno per tenerle soltanto distese, dopo la prima volta, si sono pur esse attorcigliate imitando le sopra indicate funi. Le fila semplici si sciolgono sempre, e ben tardi mostrano ombra di torcimento, come le corde d' intestini.

Riconosciuti i movimenti delle funi nel tempo dell'umido, io era in pena di sapere quali fossero i loro movimenti nell' asciugarsi. Io sapea che le fila semplici nel perder l' umido si attorcigliavano al pari delle corde d' intestini; ma non mi arrischiava di conchiudere lo stesso anche su le funi, e perchè la loro struttura è ben diversa da quella delle fila, e corde nominate, e perchè il loro movimento nell' asciugarsi in generale è così lento, che non si può tosto osservare.

Con varie perciò e replicate industrie sono giunto ad assicurarmi, che le accie, e funi tutte bagnate la prima volta seguitano a sciorsi anche nel tempo in cui perdono l' umido. Qualora poi per li sussegnenti bagnamenti si torcono, nell' asciugarsi si sciolgono tuttavia. Codesti fenomeni sono sicuri e costanti.

Questi movimenti si fanno, quanto basta, palesi anche nelle funi esposte all' aere umido dell' atmosfera: mentre ho veduto ogni maniera di funi così esposte e giorno e notte sciorsi le prime volte e nel contrar l' umido, e nell' asciugarsi. Poi a suo tempo attorcigliarsi, poscia disciorsi in proporzione come quelle che tentava nella mia camera. Vuolci però più tempo, perchè l' umido dell' aria non pareggia quello dell' acqua versata su le funi.

Ebbi voglia di sapere cosa fosse per succedere qualora le funi fossero impedite a moversi liberamente. Per chiarirmene presi una serie, e le disposi come la corda della Fig. 4., nella quale le funi potevano bensì ascendere, e abbreviarsi, oppure discendere ed allungarsi, non già torcersi, o disciorsi. Ho quindi veduto che dette funi bagnate non solamente una, ma dieci, e più volte, hanno sempre fatto sforzo per isciorsi; e questo conato l' hanno sempre conservato anche nell' asciugarsi, di maniera, che comunque aride si fossero, rimesse in libertà andavano a sciorsi prontamente, e lasciate poi in libertà e innaffiate imitavano le nuove perfettamente.

Dalle riferite osservazioni parmi di essere in istato di fissare le seguenti leggi.

I. Tutte le Funicelle, e Funi nuove a due, a tre, o più torciture bagnate la prima volta si sciolgono, e seguono a sciorsi anche nell' asciugarsi.

II. Tutte le suddette funi, e funicelle bagnate di nuovo si torcono, e sciolgonsi nel perder l' umido.

§. III.

Ragioni fisiche delle fissate leggi.

La prima legge stabilisce che *tutte le funi nuove bagnate la prima volta si sciolgono*. Questo fenomeno sembra nascere dall' azione dell' acqua che investe le spire esteriori della fune, s' insinua dentro alle medesime per la mutua attrazione, le dilata, le gonfia, e tutta la fune diventa rigida, e dura. Le spire dunque della fune HL Fig. 8. così violentate cercano dilatamento, ma non ponno ottenerlo se non se dando indietro, e sciogliendosi, e volgendosi da A in D, C, B. E' vero, che le funicelle *f b* s' oppongono a questo movimento: ma lo stato violento, in cui trovasi la grossa fune HL prevale, e però ne segue lo scioglimento. Anzi può dirsi, che le funicelle *f b* componenti HL concorrono al di lei disciorsi, perchè desse pure per l' azione dell' acqua si gonfiano. In quella guisa che le spire di un filo d' acciajo avviticchiato d' intorno a un bastone si allargano, e danno indietro se il diametro del bastone venga a gonfiarsi.

Quindi se la fune grossa HL sia divisa ne' suoi componenti *f b*, *i m*, *e z*, e vengano simultaneamente bagnati tutti in un con HL ne risulta un bel divertimento dai movimenti opposti che si veggono a un tempo stesso; poichè se la porzione HL si moverà da oriente in occidente, la porzione *f b* si volgerà da occidente in oriente; la porzione *i m* da oriente in occidente, e la porzione *e z* da occidente in oriente. Questi fenomeni nascono dalla costruzione meccanica delle stesse funi esposta in principio.

Ma la fune seguita a sciorsi anche nell' asciugarsi, e d' onde ciò? Questo fenomeno è opposto a quanto si è osserservato nelle corde d' intestini. Per renderne conto parmi che si debba riflettere, che le spire della grossa fune per lo scioglimento ottenuto nel tempo dell' innaffiamento non si sono affatto liberate dallo stato violentó in cui si trovavano. Persevera dunque tuttavia il conato a sciorsi anche nel tempo in cui perdono l' umido, e si sciolgono in realtà. Aggiungasi, che le funicelle componenti la grossa fune nel perder l' umido si torcono, come fanno le corde d' intestini, e il loro torcersi produce scioglimento nella totale grossa fune. Questa fune medesima sciogliendosi concorre al torcimento delle funicelle.

La seconda Legge dice, che *queste funi bagnate in seguito si torcono*. A renderne conto di questo fenomeno a colpo d' occhio strano, dico, che questo torcimento è cagionato dalle funicelle componenti la grossa fune. Conviene dunque avvertire, che le spire della grossa fune H L sono già spossate e aperte, ma le funicelle, che la compongono sono tuttavia ben serrate, e conservano il loro conato a sciorsi. L' acqua che le investe le gonfia, e le riduce a sciorsi, ed ecco che questo scioglimento cagiona il torcersi della fune totale, e grossa. Perchè come si è detto, se la grossa fune si moveva sciogliendosi da oriente in occidente, le funicelle sciogliendosi si muovono all' opposto da occidente in oriente, e questo cagiona torcimento nella fune grossa. Ed ecco che tale torcimento è apparente, cioè apparisce nella grossa fune, ma non è suo, non nasce da energia delle sue grosse spire: egli è effetto di un vero e reale scioglimento delle parti che la compongono. La grossa fune poi segue a sciorsi allo svanir dell' umido, perchè le funicelle si torcono nell' asciugarsi; quasi come le corde d' intestini. Questi torcimenti poi scemano a norma dello scemare della energia nelle funicelle.

§. IV.

Allungamenti, ed accorciamenti delle funi bagnate.

In tutti i replicati tentativi che ho eseguiti col bagnare le funi ho sempre veduto che tutte sonosi costantemente accorciate, quantunque si sciogliessero. Da questa regola generale convien sottrarre l' accia sottile, e le fila semplici. Queste funi poi tutte nell' asciugarsi si sono allungate, più le sottili, meno le grosse, qualora l' altre cose sieno state eguali. Come però tutte le funi non sono sempre eguali nè per la materia di cui sono formate, nè per la diligenza di chi le fabbrica, così non è difficile l' incontrare qualche varietà negli sperimenti.

Restava a cercare quale fosse il genio delle funi bagnate allor quando venivano impedite al moversi. Per chiarirmene ho fatto le sperienze in una serie delle medesime libere bensì all' ascendere, e discendere, ma non già allo sciorsi od allo attortigliarsi (1) ed ho veduto che non solamente innaffiate la prima volta, ma dieci e più fiate hanno sempre fatto gagliardo sforzo per isciorsi; anzi questo conato l' hanno conservato anche nell' asciugarsi, di maniera tale, che quantunque aride si fossero, rimesse in libertà, andàvano a sciorsi prontamente per più giri; e queste medesime funi già libere, e inumidite imitavano le nuove in tutto. Le corde d' intestini bagnate di seguito non ritornano quasi mai alla lunghezza della volta precedente, ed asciugandosi generalmente si fanno più brevi. All' opposito le funi bagnate replicatamente quasi sempre meno si accorciano, e più si allungano in asciugandosi di volta in volta, almeno fino a un discreto numero di volte.

---

(1) Fig. IV.

Da tutte queste costanti osservazioni parmi di poter conchiudere.

I.° Che tutte le funicelle, e funi grosse bagnate si accorciano, benchè si sciolgano, e nell' asciugarsi si allungano al di là della fissata misura.

II.° Le funi tutte replicatamente bagnate meno si accorciano, e più si allungano nell' asciugarsi di volta in volta.

§. V.

Ragioni fisiche delle stabilite leggi.

La prima legge stabilisce, che *le funi nuove per l' azione dell' acqua si accorciano, benchè si sciolgano*. Questo fenomeno sembra nascere dall' acqua stessa che investe la fune, e penetra le spire, e le parti tutte che la compongono. Quindi la fune HL (1) dilatasi, e gonfiasi, e per conseguenza dee accorciarsi. Ma la fune nel tempo stesso si scioglie, e questo cagiona allungamento nella fune. Ciò è vero; ma convien dire che l' allungarsi della fune sia quasi nulla in faccia all' accorciamento.

Ma le funi nell' asciugarsi *si allungano al di là della fissata misura*. Ciò facilmente intenderassi riflettendo, che le funicelle componenti la fune grossa perdono molto della loro lunghezza nella forzata torcitura che soffrono. Qualora dunque la fune si sciolga le sue spire, e quelle delle funicelle, che la compongono si rendono meno serrate, anzi oblique, e da questo nasce l' allungamento della fune. Nell' asciugarsi perdono anche la gonfiezza, che per l' azione dell' acqua aveano contratta, e questo pure concorre all' allungamento delle medesime.

La seconda legge dice, che *tutte le funi replicatamente ba-*

---

(1) Fig. VIII.

bagnate meno si accorciano, e più si allungano nell' asciugarsi di volta in volta.

Nel render conto della prima legge si è detto, che per l'azione dell'acqua le spire delle funi restano malmenate, perdono dunque molto di quella energia di prima in ciaschedun bagnamento, e però meno si accorciano. Nel perder l'umido poi allungansi di più perchè le spire divengono sempre più oblique, e tendono a disfarsi. E se la fune fosse per moltissime volte assoggettata al bagno, si sciorrebbe nelle sue componenti, e le funicelle ritornerebbero a quello stato, in cui erano prima di essere violentate col torcimento.

Dalle leggi stabilite su i fenomeni delle corde d' intestini, e delle funi è manifesta la insussistenza dei pensamenti e del Wolfio, e degli altri da lui citati su questo affare. Tutti parlano delle corde d' intestini, e delle funi senza veruna distinzione, ed asseriscono, che i loro fenomeni sono i medesimi, mentre, come si è dimostrato, v' ha una differenza notabile, e vi debbe essere poichè la struttura, e l' indole delle prime è differentissima da quella delle seconde, per conseguenza i fenomeni non ponno, nè debbono essere esattamente i medesimi.

Se qualcheduno esaminando le mie spiegazioni troverà degli sbagli io lo ringrazierò, ed abbraccierò i suoi sentimenti.

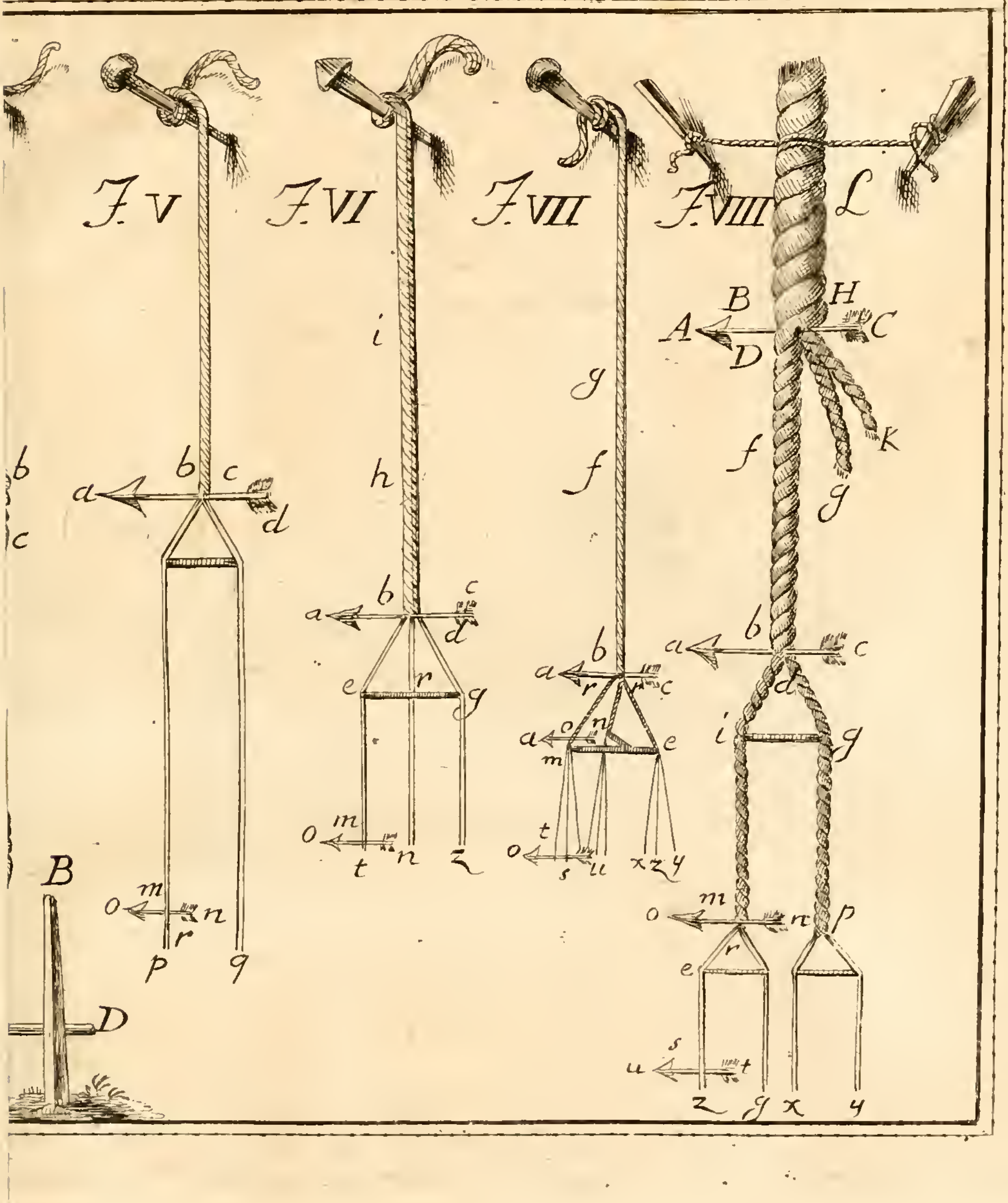
§. VI.

Forze delle funi umettate per alzar pesi.

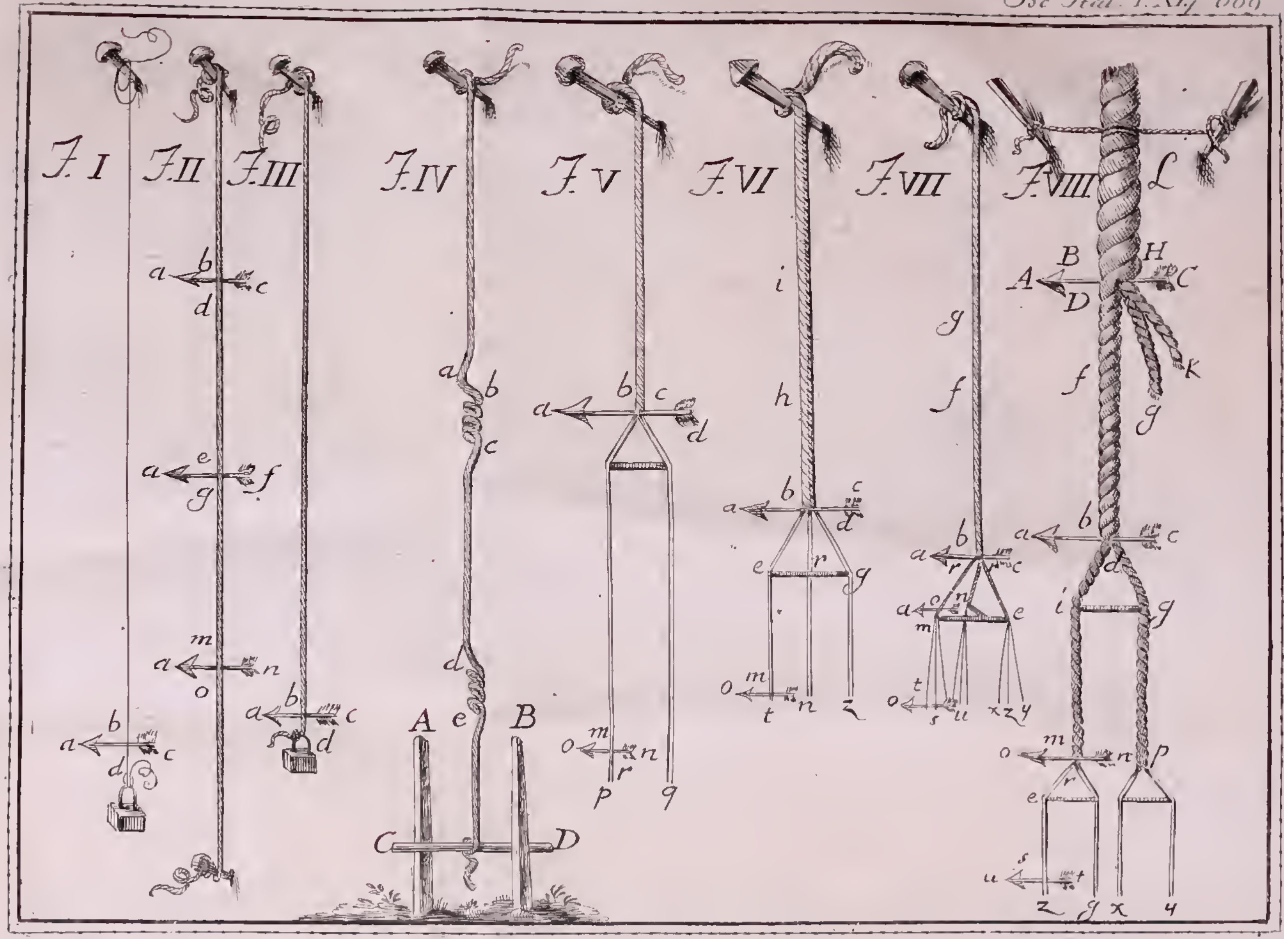
Una fune grossa usitatissima lunga 4 piedi parigini bagnata la prima volta alzò un peso di libbre 44. Bagnata la seconda volta alzò per pollici 1. $\frac{1}{2}$ un peso di 70 libbre.

Altra fune del diametro di linee 5 innacquata la prima volta con un peso di libbre 75 si allungò alquanto. Innaffiata la seconda volta sollevò il peso stesso per un pollice, e mezzo: era lunga piedi 4.

Al-


F. V
F. VI
F. VII
F. VIII
L
B
H
A
C
D
K
a
b
c
d
e
f
g
h
i
m
n
o
p
q
r
s
t
u
x
y
z

Tav. VIII


F. I
a
b
c
d
F. II
a
b
c
d
e
f
g
m
n
o
F. III
a
b
c
d
F. IV
a
b
c
d
e
A
B
C
D
F. V
a
b
c
d
m
n
o
p
q
r
F. VI
i
h
a
b
c
d
e
g
r
m
o
t
n
z
F. VII
g
f
a
b
c
r
n
e
m
t
o
s
u
x
z
y
F. VIII
L
A
B
C
D
H
f
k
g
a
b
c
d
i
m
n
o
p
r
e
s
u
t
z
x
4

Altra simile lunga 8 piedi umettata la prima volta si allungò per linee 2 ½ sostenendo 250 lib. di peso. Bagnata la seconda volta alzò il peso per poll. 1 ½.

Una dello stesso diametro, e lunghezza tesa parallelamente all'orizzonte portante in mezzo lo stesso peso lo alzò per 3 in 4 linee. Pare dunque che l'energia sia maggiore nelle funi perpendicolari.

Funicelle sottili a più torciture trattate come le sopra indicate hanno sollevati pesi di 25, di 30, e di 34 libbre.

MEMORIA

Di Giambattista Marzari

Medico in Treviso

Presentata da Gianverardo Zeviani

il dì 29 *Maggio* 1804.

Sugli occhi fiammeggianti d' una Bambina.

I.

Ritrovandomi il Settembre dell' anno 1787 nella Villa di Musan, sette miglia sopra Treviso, mi fu presentata una Bambina di due anni che non parlava ancora, ma sembrava sana, e benissimo costituita. La di lei Madre per altro mi disse, che non vedeva molto bene di giorno, e che qualche cosa vedeva di notte; più, che le palpebre avevano del movimento non ordinario; che il Sole, anzi il gran chiaro la incomodava. Così appresi che v' era una *Nictalopia* congiunta ad un *Nistagmus*, e che tutto sembrava nascere da una *Photophobia*.

II.

Ma se questi vizj degli occhi sembravano collegati tra di loro, quello che adesso descrivo come testimonio oculare, era non solamente isolato, quanto mirabile, e nuovo, per quanto so, nel suo genere. Quando questa Bambina, li di cui occhi erano piuttosto grandetti, e molto sporti in fuori, era collocata al chiaro del Sole, sia riflesso, sia diretto (condizione affatto essenziale e sufficiente a provare che non erano fosforici) essi presentavano il fenomeno seguente. Osservati in vicinanza di un piede, o di due circa, sì di fronte, che di fianco, il colorito loro era misto e somigliante al color

lor di castagna cruda. Si vedeva che esso appoggiava alla consueta sede dell' Iride. Ma se questa distanza si accresceva, purchè rimanesse al lume del Sole la Fanciulla, questo colorito allora variava, e variava costantemente, presentando con molta regolarità la sorprendente metamorfosi di divenir rosso, e finalmente di fiammeggiare. Perciò quando questa distanza oltrepassando li quattro piedi, arrivava a quella di sei, o sette, otto, dieci e dodici o poco più, accadeva, che il colore di castagna un poco alla volta pareva che degenerasse in rosso e fiammeggiasse, quasi in modo da far raccapricciare. Così due Osservatori collocati uno ad una gran vicinanza, l' altro alla distanza indicata, ad un tempo-istesso, anzi ad un istante medesimo vedevano gli occhi della Bambina differentemente coloriti. Il primo li vedeva di tinta castagnina, il secondo rossi, e del color della fiamma.

III.

Ho osservato, e meco alcuni altri, tra' quali il degno Parroco della Villa, che vive ancora, intimo Amico dell' immortal Nicolai, che ad una distanza maggiore dell'enunciata il rosseggiar degli occhi non si discerneva più, e finiva col perdersi. Di più, questa metamorfosi non nasceva già che per gradi successivi, come è poi facile di figurarselo. Ho detto che incominciava a quattro piedi in circa, ma anche ad una distanza minore i contorni dell' Iride si vedevano alquanto rossigni; colore che si sviluppava, come dissi, ad una distanza progressivamente maggiore, fino a svanire del tutto dopo li quindici, o venti. E' rimarcabile inoltre, che il pianto, la collera, il Sole diretto sembravano avvicinare il punto della trasformazione, e renderla più viva, divenendo gli occhi più tumidi, più vivi, e d' un castagno più traente al sanguigno. Vidi finalmente, che ben illuminati dal Sole, quando rosseggiavano mandavano talvolta quasi delle scintille di fuoco; ma mi parve, che questo fenomeno non si unisse che alla sola lagrimazione. In tal caso la riflession della luce solare doveva farla nascere in occhi sì fatti, senza che la sua causa avesse che fare, con quella della trasformazione, che io descrivo.

I V.

Questa Bambina è nata così. L' ho osservata il secondo anno di sua vita: voleva farla vedere a de' dotti Amici: multiplicare l' osservazioni; ma essendo morta poco dopo per un male acuto, le mie speranze rimasero deluse. Non ostante, questa istoria l'aveva participata al Nicolai e più volte al Conte Giordano Riccati, non che al Professore Stratico. Ma bisogna dirlo, nessuno di questi celebri Fisici ha creduto di potere spiegare il fenomeno; anzi opinavano che colla teoria di Newton, non si avrebbe potuto mai farlo. Questo appunto fu quello che mi sforzò principalmente a meditarvi, e che poi mi condusse a quella spiegazione, che per mezzo del celebre Amico mio Gianverardo Zeviani, ho l'onore di presentare a questa impareggiabile Società.

V.

Una considerazione che aveva fatto, e che ho ritrovato essere stata fatta da Daubenton (*a*), mi condusse quasi per mano alla conoscenza della teoria che desiderava, e che si risguardava per impossibile. Questa è, che il colorito degli occhi generale si trasformava sempre per la distanza, apparendo tutti, dal più al meno, di una tinta ad una grandissima vicinanza, che poi si cangia se la distanza s' accresca. Così se il colorito degli occhi, dice quell' Enciclopedista, è il giallo bruno, il giallo profondo, questo colore non si rileva

---

(*a*) Enciclop. Meth. Hist. Nat. Tom. prem. Introduction. pag. LXVI.

va che in gran vicinanza, mentre osservati in distanza appariscono evidentemente neri. Ho creduto adunque che la causa che faceva nascere questa metamorfosi generale fosse, e dovesse esser anche quella istessa che faceva nascere la particolare; e così rendesse fiammeggianti e rossi quegli occhi che non erano in realtà che castagnini.

Posto questo principio che sembra filosofico, conveniva poi determinar la causa della variazion generale che presenta il colorito degli occhi per la distanza cangiata. Daubenton la pone in contrasto di colori; ma veramente quest' espressione che non fissa alcuna idea, che è confusa, che non ha un valore, non sembra accoglibile assolutamente. Ella non poteva servire dunque a spiegare il proposto fenomeno.

VI.

Ho creduto perciò di dover ricercare questa teoria nell' azion che esercita l' occhio su la luce che esce da lui stesso. Li Fisici tutti, i Fisiologisti hanno seguito già il sentiero di quella che entra fino alla retina. Hanno fatto vedere con un' evidenza da non lasciar niente a desiderare, che questa luce obbedendo sempre all' azion rifrangente dei differenti mezzi per li quali passar doveva, sempre accostandosi alla perpendicolare, se il mezzo aumentava in densità, e scostandosene, se la densità minorava, finiva poi coll'avvicinarsi all'asse ottico in modo, da formarne nella retina il suo foco, ed il suo punto d'unione. Hanno fatto toccar con mano, che questo prodigio della natura alla visione necessario, era tutto l'opera d' una combinazione, unica nel suo genere, per la quale l' azion di varj mezzi veniva talmente temperata dalle varie loro superficie, che questa luce sempre fedele alla legge che Newton vi ha discoperto, ora accostandosi, ora scostandosi dalla normale, sempre più per altro all' asse ottico s' avvicinavi. Ma non mi è noto che alcuno abbia fin qui riflettuto bene alla luce che sorte dall' occhio: all azione che esso esercita sopra di essa, ed abbia poi da questa azione ripetuto con me, ed il fenomeno generale della tinta dell' Iride rimarcato da Daubenton, e quello affatto particolare che io presento.

VII.

Io penso perciò che l'azion della cornea, e dell'acqueo sulla luce che sorte, essendo contraria per l'effetto a quella che esercitano queste istesse parti su quella, che vi entra, sia essa la causa di quest' illusione. Imperciocchè se unisce li raggi che entrano, disunisce poi quelli che escono, e per la riflessione che soffrono, e per la rifrazione, che varia colla varia rinfrangibilità che hanno. Disunione che essendo alla divergenza congiunta, deve accrescersi colle distanze. Dispersi così ed indeboliti i raggi per una rifrazione sì fatta e fors' anche per una precedente introflessione, e dispersione che soffrono nei loro mezzi prima di sortire, devono illanguidirsi e perdersi quasi del tutto, tanto più quanto che la nerezza dell' uvea forma la base d'un cono nero, che assorbir deve nel suo vuoto alcuni di questi raggi dispersi. Composta l' Iride di pochi raggi, cerulei, blù, giallo misti, questi per l' indicate maniere si disperdono, e vanno quasi talvolta ad estinguersi, ed allora il blù, e il giallo-scuro illanguiditi mentiscono in distanza il nero dell' uvea, e rappresentano poi nero quell' occhio, che non era che bruno, o giallo-scuro, secondo l' osservazione di Daubenton.

VIII.

Quando poi il colorito è castagnino, e l' occhio grosso protuberante, infiammabile, e molto attivo, come quello della Fanciulla per singolarissima combinazione, allora, siccome in questo colorito prevale, secondo Newton (*a*), il color rosso, il qua-

---

(*a*) Opt. Lib. I. Par. II. Exp. XV.

quale è il più forte ed il meno rinfrangibile di tutti, così egli è evidente che sortendo e dividendosi dovea sviluppare quella tinta, che è atta a render rossi, ed al gran chiaro, fiammeggianti li suoi occhi come osservai: la qual teoria, se è vera, come lo è l'istoria, per ispiegare la quale è indiritta, e come a me sembra, io spero che sarà accolta dai Filosofi con una bontà che non può veramente attendersi da quelle Belle che vanno superbe per i loro occhi neri. Conciossiacchè essa prova, che questa tinta, come tant'altre cose, non solamente è un' illusione, ma anche una di quelle, che la natura fa nascere quasi a sdegno; gettando cioè quà e là la luce sua, e così indebolendola, e talvolta estinguendola interamente.

SUPPLEMENTO
AL CATALOGO DI STELLE

Di Antonio Cagnoli

Presentato il dì 15 Luglio 1804.

Adempisco all' obbligo assunto nel Tom. X di questa Società, producendo i risultamenti delle osservazioni fatte a mia istanza dal Chiar. Ab. Cesaris (*): li quali prego il benigno lettore voler trascrivere a mano nelle lacune cui spettano, e per le quali rimaneva incompleto il Catalogo da me pubblicato nel Tomo anzidetto.

Nomi delle stelle e delle costellazioni.	Ascensioni rette a 1 Gennajo 1800.			Variazioni annue.	Numero e differenze estreme delle osservazioni.	
	G.	M.	S.	*Sec.*	N.	*Sec.*
75 de' Pesci	14	0	51*	46, 96	2	7, 5
25 del Lioncello	152	15	19*	54, 59	2	3, 0
34 μ dell'Orsa maggiore	152	35	17*	54, 39	4	3, 8
6 dell' Orsa minore	221	13	57*	3, 31	8	12, 8
β del Lupo, *australe*	221	22	17*	57, 99	5	5, 2
13 dell' Orsa minore	230	17	28*	– 3, 05	3	0, 0
2 del Cigno	289	3	41*	35, 35	4	5, 2
4 della Volpe nell'Oca	289	10	42*	39, 28	2	3, 0
7 della Volpe nell'Oca	290	9	24*	39, 14	5	7, 6
7 del Cigno	290	37	47*	22, 03	4	6, 1
38 μ dell' Aquila	291	4	52*	43, 66	5	6, 1
6 β della Saetta	293	1	6*	40, 30	4	4, 5
17 χ del Cigno	294	42	33*	34, 01	2	0, 1
12 della Volpe	295	36	54*	38, 60	4	5, 9
21 η del Cigno	297	12	4*	33, 67	3	3, 1
14 della Volpe	297	39	10*	38, 57	2	3, 0

(*) Questa Memoria deve considerarsi comune al Socio Cesaris, che ha somministrato la materia con 73 osservazioni.

Ascensioni rette indicative.			Declinazioni boreali a 1 Gennajo 1800.			Variazioni annue.	Numero e differenze estreme delle osservazioni.	
G.	M.	S.	G.	M.	S.	Sec.	N.	Sec.
233	5	41	13	29	54*	12, 02	3	1, 0
289	49	33	72	58	39*	6, 78	2	1, 0
306	29	21	13	59	42*	11, 91	2	0, 0
307	2	27	13	54	37*	12, 06	2	0, 5
317	23	31	38	33	53*	14, 74	2	0, 0
332	55	11	11	12	1*	17, 83	2	2, 4
				australe				
301	44	4	13	9	3*	10, 54	3	4, 3

Correzioni al Catalogo, tutte dipendenti da errori di computo nelle riduzioni.

Ascensioni rette indicative.			Colonne.	Errori.	Correzioni.
G.	M.	S.			
5	12	15	7	49	57
9	42	32	1	γ	ν
13	23	25	7	42	32
25	54	13	7	21	21*
27	4	57	4	4 57	5 10
35	29	30	9	1	2 10, 2
39	30	0	1	ρ	*p*
72	45	49	7	34	27
82	28	13	4	13	4
90	38	10	4	10	32
.	.	.	7	43	40
92	21	45	4	21 45	22 5
101	21	49	4	101 21	102 1
102	11	21	1	41 de'	275 di Mayer ne'

Ascensioni rette indicative.			Colonne.	Errori.	Correzioni.
G.	M.	S.			
141	5	53	4	5 53	2 53
152	22	29	1	Dell' Orsa maggiore	30 dell' Orsa maggiore in Evelio
153	32	54	4	54	33
153	36	32	4	32	12
156	54	57	4	57	36
199	39	39	7	29	23
.	.	.	9	2 3, 7	3 16, 3
200	16	19	7	43	42
.	.	.	9	2 3, 9	3 15, 2
211	21	35	4	21 35	22 32
221	13	57	7	47 57	48 2
230	17	28	1	Seguente	13 dell'Orsa minore
.	.	.	3	15 17	15 21
260	40	11	4	11	5
266	4	35	8	41	37
267	20	40	4	40	44
273	47	37	7	45	41
287	30	46	4	30 46	34 57
288	51	23	7	6	35
312	16	10	4	10	1
315	9	24	4	24	19
.	.	.	6	2, 0	10, 5
317	18	30	4	30	25
345	23	40	7	39	29
349	22	50	7	57	49
.	.	.	9	2 0, 2	4 16, 7
354	20	7	7	33 21	32 22
australe					
215	42	35	4	35	51

Ao-

Avvertimenti .

L'ascensione retta 87° 13′ 22″ appartiene veramente alla 38 dell'Auriga . Ma la declinazione 42° 58′ 49″ appartiene alla 39 . La posizione di Flamsteed ha indotto in errore .

La stella de' Levrieri , asc. r. 181° 53′ 36″, va posta dopo la 7 *h* di Berenice .

Similmente la 13 dell' Orsa minore , detta *Seguente*, asc. r. 230° 17′ 28″, va posta dopo la 12 ι del Dragone .

Manca tuttavia una declinazione : Orsa minore , asc. r. 220° 9′ 43″ .

SPERIENZE

ED OSSERVAZIONI POTAMOLOGICHE

Di Teodoro Bonati

Ricevute il dì 14 *Luglio* 1804.

Avendo disteso uno strato di arena sul fondo AB (fig. 1) di un piccolo canale di legno, le cui sponde in certo sito erano di vetro, vi feci correre un filo continuo di acqua, e dopo alcune ore trovai quell'arena disposta come in tanti monticelli CDE, EFG, GHI, e guardando attentamente attraverso i vetri m'accorsi, che l'arena veniva spinta, e rotolata dall'acqua su pei piani acclivi CD, EF, GH, e che alcuni granelli arrivati ai ciglj D, F, ec. sbalzavano da D in L, da F in O ec. mentre altri dei medesimi ciglj cadevano al piede del rispettivo monticello come da D in E, da F in G, ec. E così il monticello CDE s'andava avanzando, e lo stesso accadeva di tutti gli altri di modo che, qualche tempo dopo quell'arena si trovava disposta come in *cdefghi*.

Un effetto del tutto consimile mi toccò dopo di vedere in grande nel Castagnaro fiume diversivo dell'Adige. Nel Settembre 1767 comparve l'Adige in grossa piena, che superò tutte le precedenti coll'altezza di mezzo piede. In conseguenza furono in grossa piena il Castagnaro, ed il Canalbianco (f. 2), e la mattina del dì 17 seguirono due rotte dell'argine destro del Castagnaro. Quell'argine era quasi tutto di arena, e perciò gli squarcj si fecero grandi in un tempo assai breve, cosicchè tutta l'acqua del fiume prese corso per le rotte lasciando l'alveo inferiore affatto senz'acqua, onde si potè vedere il fondo nello stesso stato, in cui si era trovato nel colmo della piena prima delle rotte. Lo vidi per-

Soc. Ital. T. XI. p. 682.

Fig. I.

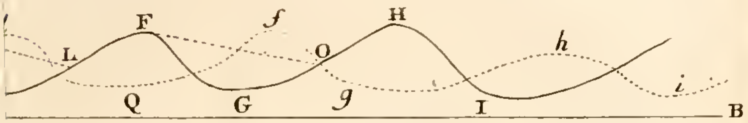
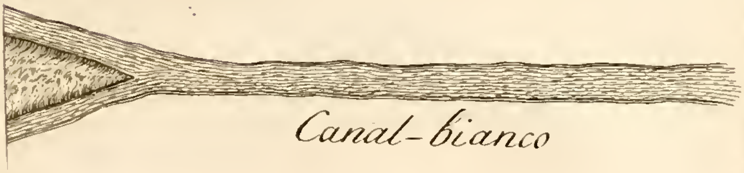

F
f
H
L
O
h
i
Q
G
g
I
B

Fig. II.


Canal-bianco

Tav. IX.

Soc. Ital. T. XI. p. 682.

Fig. I.

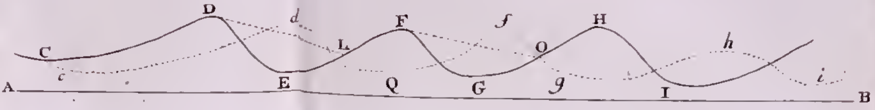
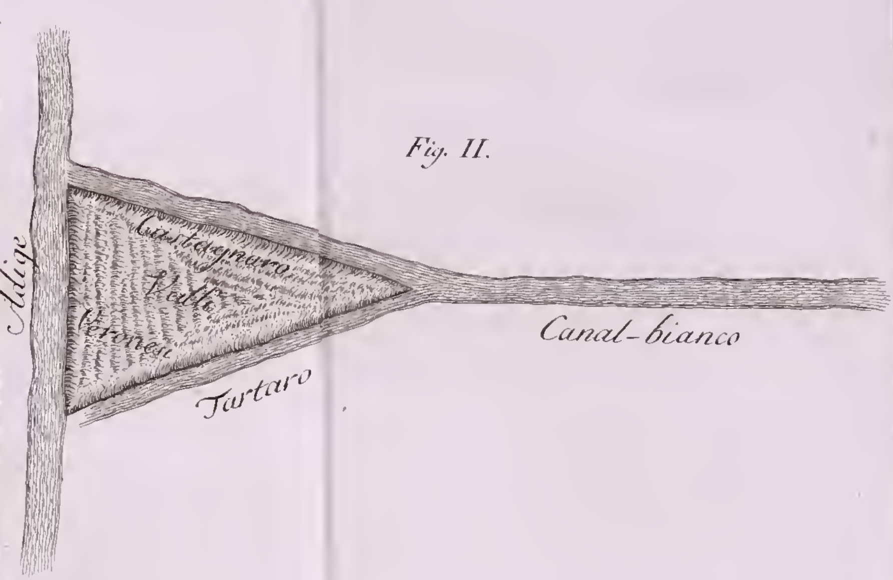

D
d
F
f
H
C
L
O
h
c
A
E
Q
G
g
I
i
B

Fig. II.


Adige
Castagnaro
Valle
Veronesi
Tartaro
Canal-bianco

tanto con delle prominenze, o siano monticelli affatto consimili ai descritti CDE, EFG, ec., e con delle cavità simili alle E, G, ec. profonde alcune due piedi, ed anche più.

Ritornando alla mia sperienza si può agevolmente conoscere, che i granelli, che sbalzavano da D in L, da F in O, ec. erano naturalmente i più sottili; e che gli altri che cadevano da D in E, da F in G, ec. erano i più grossi. Questi rimanevano seppelliti dai successivi, che vi cadevano addosso, nè erano più in caso di progredire avanti finchè tutto il monticello CBE fosse passato in EFG. Solamente allora era lecito ai granelli più grossi caduti da D in E di farsi più avanti, dovechè i più sottili sbalzavano da D in L punto più, e meno lontano da E a misura della minore, o maggiore grossezza di cadaun granello; il quale così rimanendo esposto tuttavia all' azione dell' acqua continuava ad essere spinto avanti lasciando addietro i più grossi; il che combina molto bene coll' osservazione, che nei fiumi arenosi quanto più si esaminano lungi dall' origine, vi si trovano generalmente arene sempre più sottili.

Consideriamo intanto cosa sarebbe avvenuto nella mia sperienza se dopo le osservazioni fatte la velocità dell' acqua si fosse di mano in mano rallentata. Egli è manifesto, che quei granelli più sottili sarebbero giunti a non potere essere più sbalzati, che a distanze minori, ed in fine a dover cadere anch' essi come i grossi da D in E, da F in G, ec.

Per lo stesso scemamento di velocità, e di forza dell'acqua i granelli, che prima venivano rotolati pei piani acclivi CD, EF, ec. avrebbero in fine cessato di più progredire; e quei che si fossero trovati sui ciglj D, F, H sarebbero facilmente stati mossi dall' acqua, e fatti cadere nelle cavità sottoposte; e così abbassati i ciglj, e riempite le cavità sarebbero svanite le prominenze osservate, ed il fondo del mio canale sarebbe divenuto più regolare.

Ora altrettanto appunto mi è avvenuto di vedere verificato in grande nel Canal-bianco.

Per ispiegarmi in questo mi convien dire quanto accadde dopo le due rotte del Castagnaro. Le acque uscite per quelle rotte si diffusero per le Valli Veronesi (fig. 2), e nel Tartaro colà disarginato alla sinistra, e dal Tartaro passavano nel Canal-bianco, però con un corpo d' acqua minore di quello, che avea corso per lo stesso Canal-bianco nel colmo della piena: ma passati due giorni ruppe anche l'argine destro del Tartaro, il quale inferiormente rimase senz'acqua, e lo stesso accadde al Canal-bianco, onde potei vedere anche il fondo di questo. Vidi bensì anche là delle prominenze, e delle cavità simili alle descritte del Castagnaro, ma rare, e di misure molto minori.

Ora la discorro così: pel Canal-bianco nel colmo della piena, e prima delle rotte del Castagnaro avea corso lo stesso corpo d' acqua, che nel Castagnaro dove avea prodotto delle cavità, e delle prominenze notabili. Egli è dunque da dirsi che le stesse acque avessero prodotto gli stessi effetti anche nel Canal-bianco, il cui alveo è simile a quello del Castagnaro. E perchè pel Canal-bianco dopo le due rotte del Castagnaro corse per due giorni un corpo d'acqua di una forza minore io concludo, che codesto corpo minore sia appunto stato tale da poter abbassare quasi tutte le prominenze, e riempire quasi tutte le cavità nella maniera da me quì sopra spiegata.

Tutto questo fa vedere, che un esame del fondo di un fiume ad acqua bassa può talvolta non bastare per iscoprire la causa di certi vortici, e di certi movimenti irregolari dell' acqua osservati in tempo di piena prodotti per avventura da qualcuna delle accennate cavità riempite poi nel calare della piena.

INDICE

DELLE COSE CONTENUTE IN QUESTO TOMO.

Statuto della Società Italiana delle Scienze. Pag. III
Catalogo de' Socj. X
Annali della Società stessa continuati da POMPILIO POZZETTI. XV
Elogio di LORENZO MASCHERONI scritto dal Marchese FERDINANDO LANDI Piacentino. XXXVIII

Sopra alcune Rose prolifere, Lettera di GIUSEPPE MARIA GIOVENE a Pompilio Pozzetti. pag. 1
Sopra un problema trigonometrico, Memoria di FRANCESCO PEZZI. 10
Esposizione anatomica delle parti relative all'encefalo degli uccelli di VINCENZO MALACARNE. 33
Esperienze ed Osservazioni sopra le proprietà fisiche dei sughi lattiginosi delle piante nostrali, e sopra la loro simiglianza colla gomma o resina elastica: di GIOACHINO CARRADORI presentate da Antonio Cagnoli. 62
Dell'adesione o attrazione di superficie; Memoria del medesimo presentata da Antonio Cagnoli. 75
Lettera di GIOVANNI FABBRONI a Pompilio Pozzetti sulla maniera di preservare e di ristaurare i libri danneggiati, e di costruir biblioteche. 92
Istoria Anatomica di due Gemelle mostruose: Memoria di FILIPPO UCCELLI presentata da Pompilio Pozzetti. 123
Memoria idrostatica di GIROLAMO SALADINI. 147
Sopra una straordinaria affezione verminosa; Memoria di GIAM-

GIAMBATISTA DALL' OLIO, presentata da Pompilio Pozzetti . 158
Lettera di SEBASTIANO CANTERZANI a Torquato Vareno . 173
Obliquità dell' eclittica osservata nel solstizio 22 Giugno 1803 da VINCENZO CHIMINELLO . 181
Calcolo del passaggio di Mercurio pel disco del sole nel giorno 8-9 novembre 1802 secondo le osservazioni di Padova e di Napoli; del MEDESIMO . 183
Congetture sulle cagioni delle diverse variazioni dell'Ago magnetico dal Nord; del MEDESIMO . 193
Metodo per trovare le radici numeriche d'ogni equazione, di GIUSEPPE CASSELLA, presentato da Vincenzo Chiminello . 203
Osservazioni sull' azione dell' acqua idro-solforata e dell' acido solforoso sù di alcuni colori vegetabili; di BARTOLOMEO BARANI, presentata da Antonio Cagnoli . 241
Memoria su diversi articoli spettanti all' analisi, di PIETRO FRANCHINI presentata da Antonio Cagnoli . 254
Sulle Acque minerali della Provincia Bergamasca, Memoria di GIOVANNI MAIRONI DA PONTE . 285
Esperienze ed Osservazioni per dimostrare che le Piante assorbiscono il Carbonio; di GIOACHINO CARRADORI, presentate da Antonio Cagnoli . 313
Sopra il Gaz molto ossigenato che si ottiene dal Carbone messo nell' acqua esposto ai raggi del Sole, con alcune altre sperienze; Memoria di CARLO LODOVICO MOROZZO . 331
Sulla Panizzazione, Memoria di GIAMBATISTA DALL' OLIO, presentata da Pompilio Pozzetti . 337
Della forza e dell' influsso del cuore sul circolo del sangue: Dissertazione di MICHELE ARALDI . 342
Memoria sull' uso della Logistica nella costruzione degli Organi; di PIETRO FERRONI . 383
Memoria di FRANCESCO PEZZI sopra la legge di trasforma-

mazione di una frazione continua indefinita qualunque in una frazione volgare, e sopra la più semplice risoluzione delle equazioni indeterminate del primo grado . 410

Dell' Obliquità dell' Ecclittica ; Memoria di GIUSEPPE PIAZZI . 426

Nuove Considerazioni su di alcune singolari proprietà de' coefficienti della nota formola del binomio Newtoniano ; di GIOACHINO PESSUTI . 446

Sul Catarro epidemico, Opuscolo di GIANVERARDO ZEVIANI . 476

Sopra una falsa specie di China, Memoria di OTTAVIANO TARGIONI TOZZETTI . 531

Varice singolarissima formata e scoppiata al seno quadrato del cuore, con una nuova anatomica dimostrazione delle fibre componenti lo stesso seno quadrato; Memoria di JACOPO PENADA, presentata da Gianverardo Zeviani . 545

Intorno la denominazione e la classificazione degli odori ; Memoria di NICCOLO' DA RIO, presentata da Vincenzo Chiminello . 564

Dubbj proposti al Socio Paolo Ruffini sulla sua dimostrazione dell' impossibilità di risolvere le equazioni superiori al quarto grado, da GIANFRANCESCO MALFATTI . 579

Sopra alcune Rose particolari dell' Italia inferiore, Memoria di POMPILIO POZZETTI al Socio Giuseppe Maria Giovene. 608

Sull' ecclisse del dì 11 Febbrajo 1804, Lettera di GIUSEPPE CASSELLA ad Antonio Cagnoli, presentata da questo . 620

Descrizione di un nuovo elettrometro ed alcune esperienze relative alla carica della colonna Voltiana; dell'abate SALVATORE DAL NEGRO presentata da Vincenzo Chiminello . 623

Osservazioni di PAOLO MASCAGNI sull' uso del carbo-

na-

nato di potassa nella malattia che affligge le vie orinarie ec. 635

Sperienze sulle minuge o corde d' intestini, e sulle funi o corde di canapa; dell' abate BONAVENTURA CORTI, presentate da Antonio Cagnoli. 642

Sugli occhi fiammeggianti di una Bambina, Memoria di GIAMBATISTA MARZARI presentata da Gianverardo Zeviani. 670

Supplemento al Catalogo di Stelle di ANTONIO CAGNOLI. 676

Sperienze ed Osservazioni potamologiche di TEODORO BONATI. 680

IL FINE.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY